黄冈资料满天下
黄冈中学独一家

丛书主编 陈鼎常
分册主编 赵正良

黄冈中学

启功题

第6版

中考总复习

[redacted]·例题解析·强化训练

贴近中考[redacted]贴近实际·注重创新·注重实用

数学

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

第6版

黄冈中学

中考总复习

丛书主编　陈鼎常

丛书副主编　刘　祥

执行主编　陈明星　陈　春

分册主编　赵正良

参　　编　李　琳　谢文晓　方　诚　余　燕　李平友

吴茂友　余国琴　蔡　盛　李　烦　姚丽霞

汤长安　程金菊　胡小英　王　忍　夏泊凌

数学

机械工业出版社

CHINA MACHINE PRESS

图书在版编目(CIP)数据

黄冈中学中考总复习. 数学/陈鼎常丛书主编;赵正良分册主编. —6 版. —北京:机械工业出版社,2010.9 (2010.11 重印)

ISBN 978-7-111-31794-4

Ⅰ.①黄… Ⅱ.①陈…②赵… Ⅲ.①数学课-初中-升学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 174430 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
责任编辑:贾 雪 马小涵 马文涛
责任印制:李 妍
北京振兴源印务有限公司印刷
2010 年 11 月第 6 版第 2 次印刷
210mm × 285mm · 22 印张 · 690 千字
标准书号:ISBN 978-7-111-31794-4
定价:36.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心:(010)88361066	
销 售 一 部:(010)68326294	门户网:http://www.cmpbook.com
销 售 二 部:(010)88379649	教材网:http://www.cmpedu.com
读者服务部:(010)68993821	**封面无防伪标均为盗版**

前　言

创办于1904年的湖北省黄冈中学，1953年就是湖北省重点中学，1986年被授予“全国教育系统先进集体”称号，2002年被评为“全国精神文明建设先进单位”……黄冈中学秉承“以人为本，以德立校”的办学思想，形成了“全面＋特长”的育人特色，探索出“求实、求精、求异、求新”的教学风格。高考和竞赛成绩是她多年来实施素质教育的必然结果，也仅是其丰硕教学成果的一个侧面。

培养学生，黄冈中学究竟有什么魔方？有什么聚沙成塔的功能？有什么点石成金的本领？这是我经常听到的提问。如果认为黄冈中学老是跟着高考的指挥棒转，被动地应试，那是不对的。黄冈中学并不提倡机械地记忆、被动地做题，如果说她有什么过人之处，恰恰在于她能充分领会命题者的意图，深刻把握其内在规律，成为一路上的领跑者，而不是盲目的跟进者。黄冈中学不反对教师跳入题海，却大力提倡学生跳出题海；反对学生做那些机械、简单、重复、乏味的题目，但要求学生做一些必要的题目。我们提倡学生做一些灵活多样、应用广泛的题目，让他们在解题过程中不断丰富知识、培养能力、增强素质。

如果说黄冈中学还有什么成功之处，那就是她在培养和造就大批优秀学生的同时，锻造了她的教师队伍，造就了在湖北省享有盛誉的名师。这些教师具有较深的科学文化素养、全新的教育理念、独到的教学风格和艺术及丰硕的教学成果。为了展示黄冈中学教师的风采，共享他们的教学成果，我们组织了学校一线骨干教师，精心策划编写了“黄冈中学中考总复习”、“黄冈中学作业本”、“黄冈中学高考第一轮单元训练题”、“黄冈中学高考模拟试卷（二轮、三轮合订本）”等丛书。

“黄冈中学中考总复习”丛书采用“知识讲解”、“例题解析”、“强化训练”三个主要模块的形式来突出它的特点，无论从哪个方面来说，都要求尽量贴近中考、贴近实际、注重创新、注重实用。这套丛书的内容一部分取自于黄冈中学内部使用及与友好学校交流的资料，另一部分是根据最近中考试题变化及时补充的新资料，现结集出版，首次公开面世。这套丛书还体现了以下的编写思想和特点：

1. 本套丛书以教材为依据，详细到位地对整个初中的知识进行梳理。在每个知识单元中，注重讲、例、练、评并重，可以帮助学生迅速掌握单元内容。

2. 本套丛书最大限度地贴近中考的要求。书中所引用的绝大部分例题和练习均取自近年来各省、市的中考试题，从而极大地提高了本套丛书的针对性和时效性。

3. 本套丛书同时还注重知识讲解的扩展性，特别注重锻炼学生的思维能力、联系实际生活的能力和学科综合能力。

本套丛书强调作者的原创题的数量和质量，审稿、校对，层层把关，力争打造成教辅市场的一朵奇葩。尽管如此，丛书中仍难免有错误偏差之处，在此恳请广大读者不吝指导，使之精益求精。

陈鼎常

于湖北省黄冈中学

（作者系湖北省黄冈市人大副主任、湖北省黄冈中学校长、数学特级教师、中国数学奥林匹克高级教练、4块国际数学奥林匹克金牌获得者的辅导教师、第九届全国政协委员、第十届全国人大代表）

第一篇 基础知识篇

第一章 实 数

第1节 实数的有关概念

知识讲解

1. 实数的分类

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\left\{\begin{matrix}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{matrix}\right\}\text{有限小数或无限循环小数}\end{cases}\\\text{无理数}\left\{\begin{matrix}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{matrix}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

$$\text{实数还可分为}\begin{cases}\text{正实数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{正无理数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负实数}\begin{cases}\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

2. 数轴

(1)数轴的三要素:原点、正方向和单位长度.

(2)数轴上的点与实数一一对应.

3. 相反数

实数 a 的相反数是 $-a$,零的相反数是零.

(1)a、b 互为相反数$\Leftrightarrow a+b=0$.

(2)在数轴上表示相反数的两点关于原点对称.

4. 倒数

乘积是1的两个数互为倒数,零没有倒数.

a、b 互为倒数$\Leftrightarrow ab=1$.

5. 绝对值

$$|a|=\begin{cases}a & (a>0)\\0 & (a=0)\\-a & (a<0)\end{cases}$$

6. 非负数

形如 $|a|$,a^2,$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$,的数都表示非负数.

7. 科学记数法

把一个数写成 $a\times 10^n$ 的形式(其中 $1\leqslant|a|<10$,n 为整数),这种记数法叫做科学记数法.

(1)当原数大于或等于1时,n 等于原数的整数位数减1.

(2)当原数小于1时,n 是负整数,它的绝对值等于原数中左起第一个非零数字前零的个数(含小数点前的零).

8. 近似数与有效数字

一个近似数,四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位.这时,从左边第一个不是0的数字起,到精确的数位止,所有的数字,都叫做这个数的有效数字.

例题解析

例1 在实数 $-\frac{2}{3}$,0,$\sqrt{3}$,-3.14,$\frac{\pi}{2}$,$\sqrt{4}$,$-0.1010010001\cdots$(每两个1之间依次多1个0),$\sin30^\circ$ 这8个实数中,无理数有 ( )

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【分析】 在所给的实数中,只有 $\sqrt{3}$,$\frac{\pi}{2}$,$-0.1010010001\cdots$这三个数是无理数,其他五个数都是有理数.

【解答】 C

【点评】 对实数分类,不能只被表面形式迷惑,而应从最后结果去判断.一般来说,用根号表示的数不一定就是无理数,如 $\sqrt{4}=2$ 是有理数,关键在于这个形式上带根号的数的最终结果是不是无限不循环小数.同样,用三角符号表示的数也不一定就是无理数,如 $\sin30^\circ$、$\tan45^\circ$ 等.而 $-0.1010010001\cdots$ 尽管有规律,但它是无限不循环小数,是无理数.$\frac{\pi}{2}$ 是无理数,而不是分数.

例2 (1)已知 a、b 互为相反数,c、d 互为倒数,e 是非零实数,求 $\sqrt{2}(a+b)+\frac{1}{2}cd-2e^0$ 的值;

(2)实数 a、b、c 在数轴上的对应点如图1-1所示,化简 $a+|a+b|-\sqrt{c^2}-|b-c|$.

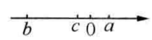


图1-1

【解答】 (1)依题意,有 $a+b=0$,$cd=1$,$e\neq 0$

$\therefore \sqrt{2}(a+b)+\frac{1}{2}cd-2e^0=0+\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{2}$.

(2)由图知 $a>0$,$b<c<0$,且 $|b|>|a|$,

$\therefore a+b<0$,$b-c<0$,

$\therefore a+|a+b|-\sqrt{c^2}-|b-c|=a-a-b-|c|-$

$(c-b)=a-a-b+c-c+b=0$.

【点评】 相反数、倒数、绝对值都是主要的概念，解答时应从概念蕴含着的数学关系式入手.

含有绝对值的代数式的化简，首先要确定绝对值符号内的数或式的值是正、负还是零，然后再根据绝对值的意义把绝对值的符号去掉，第(2)题是数形结合的题目，解题的关键在于通过观察数轴，弄清数轴上各点所表示的数的正负性及各实数之间的大小关系，从而才能正确地去掉绝对值符号，达到化简的目的.

例 3 (2009·北京)改革开放以来，我国国内生产总值由 1978 年的 3645 亿元增长到 2008 年的 300670 亿元. 将 300670 用科学记数法表示应为 ( )

A. 0.30067×10^6　B. 3.0067×10^5

C. 3.0067×10^4　D. 30.067×10^4

【分析】 本题考查科学记数法.

【解答】 B

例 4 已知 x、y 是实数，且 $\sqrt{3x+4}+(y^2-6y+9)=0$，若 $axy-3x=y$，则实数 a 的值是 ( )

A. $\frac{1}{4}$　B. $-\frac{1}{4}$　C. $\frac{7}{4}$　D. $-\frac{7}{4}$

【分析】 ∵ $\sqrt{3x+4}$和$(y-3)^2$ 均为非负数，它们的和为零，只有 $3x+4=0$，且 $y-3=0$. 由此可求得 x、y 的值，将其代入 $axy-3x=y$ 中，即求得 a 的值.

【解答】 $\sqrt{3x+4}+(y-3)^2=0$

$\therefore 3x+4=0, y-3=0$

$\therefore x=-\frac{4}{3}, y=3.$

$\because axy-3x=y,$

$\therefore -\frac{4}{3}\times3a-3\times\left(-\frac{4}{3}\right)=3$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

∴ 选 A

【点评】 若几个非负数之和等于零，则每个非负数均等于零. 这是非负数具有的一个重要性质.

强化训练

一、选择题

1. 在实数 $-\sqrt{2}$, $0.\dot{3}\dot{1}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{1}{7}$, 0.808008 中，无理数的个数为 ( )

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

2. (2010·黄冈模拟)已知一粒大米的质量约为 0.000021kg，这个数用科学记数法表示为 ( )

A. 0.21×10^{-4}　B. 2.1×10^{-4}

C. 2.1×10^{-5}　D. 2.1×10^{-6}

3. (2010·青岛)由四舍五入法得到的近似数 8.8×10^3，下列说法中正确的是 ( )

A. 精确到十分位，有 2 个有效数字

B. 精确到个位，有 2 个有效数字

C. 精确到百位，有 2 个有效数字

D. 精确到千位，有 4 个有效数字

4. (2006·哈尔滨)下列命题正确的是 ( )

A. 4 的平方根是 2

B. a 的相反数是 $-a$

C. 任何数都有倒数

D. 若 $|x|=2$，则 $x=2$

5. 若 $|a|=-a$，则 a 的取值范围是 ( )

A. $a>0$　B. $a<0$　C. $a\geqslant0$　D. $a\leqslant0$

6. (2009·深圳)如图 1-2 所示，数轴上与 1、$\sqrt{2}$对应的点分别为 A、B，点 B 关于点 A 的对称点为 C，设点 C 表示的数为 x，则 $|x-\sqrt{2}|+\frac{2}{x}=$ ( )

A. $\sqrt{2}$　B. $-\sqrt{2}$　C. $3\sqrt{2}$　D. 2

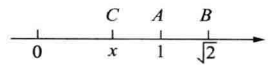


图 1-2

7. (2009·沈阳模拟)如图 1-3 所示，数轴上点 M 所表示的数的相反数为 ( )

A. 2.5　B. 5　C. -2.5　D. -5

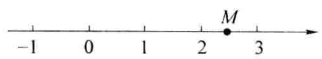


图 1-3

8. 如图 1-4 所示，以数轴的单位长线段为边作一个正方形，以数轴的原点为圆心、正方形对角线长为半径画弧，交数轴正半轴于点 A，则点 A 表示的数是 ( )

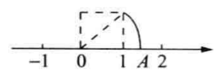


图 1-4

A. $1\frac{1}{2}$　B. 1.4　C. $\sqrt{2}$　D. $\sqrt{3}$

二、填空题

9. 已知实数 a、b 在数轴上对应的点在原点两侧，且 $|a|=|b|$，那么 $(x^2+1)^{a+b}=$________.

10. 已知 $|x|=3$，$|y|=2$，且 $xy<0$，则 $x+y$ 的值等于________.

11. (2009·湖州)用四舍五入法，精确到 0.1，对 5.649 取近似值的结果是________.

12. (2009·福州)请写出一个比$\sqrt{5}$小的整数：________.

13. (2010·黄冈模拟)a 是不为 1 的有理数，我们把 $\frac{1}{1-a}$称为 a 的差倒数. 如：2 的差倒数是 $\frac{1}{1-2}=$

-1，-1的差倒数是$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$. 已知 $a_1=-\frac{1}{3}$，a_2 是 a_1 的差倒数，a_3 是 a_2 的差倒数……依此类推，则 $a_{2009}=$ ________.

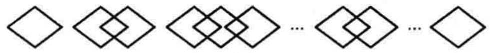
14. (2009·河北)若 m、n 互为倒数，则 $mn^2-(n-1)$ 的值为________.

15. (2009·恩施)观察数表

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & & & & & 1 & & & & & & \\ & & & & & 1 & & -1 & & & & & \\ & & & & 1 & & -2 & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & -3 & & 3 & & -1 & & & \\ & & 1 & & -4 & & 6 & & -4 & & 1 & & \\ & 1 & & -5 & & 10 & & A & & 5 & & -1 & \\ 1 & & -6 & & 15 & & -20 & & 15 & & -6 & & 1 \end{array}$$

根据表中数的排列规律，则字母 A 所表示的数是________.

16. (2010·武汉模拟)如图 1-5 所示，每一幅图中有若干个大小不同的菱形，第 1 幅图中有 1 个，第 2 幅图中有 3 个，第 3 幅图中有 5 个，则第 4 幅图中有________个，第 n 幅图中共有________个.



第 1 幅　第 2 幅　第 3 幅　第 4 幅　第 n 幅

图 1-5

三、解答题

17. 已知 a、b 互为相反数，c、d 互为倒数，求$\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}-\sqrt{cd}$的值.

18. 若 $\sqrt{1-3a}$和$|8b-3|$互为相反数，求$(ab)^{-2}-27$ 的值.

19. 已知 a、b 互为相反数，c、d 互为倒数，x 的绝对值等于 2，试求：$x^2-(a+b+cd)x+(a+b)^{2003}+(-cd)^{2003}$的值.

第 2 节　实数的运算与实数的大小比较

知识讲解

1. 实数的运算

(1)在实数范围内，加、减、乘、除(除数不为零)、乘方都可以进行，但开方运算不一定能进行，正实数和零总能进行开方运算，而负实数只能开奇次方，不能开偶次方.

(2)有理数的一切运算性质和运算律都适用于实数运算.

2. 实数大小的比较

(1)正数大于零，负数小于零，正数大于一切负数；两个正数，绝对值大的较大；两个负数，绝对值大的反而小.

(2)利用数轴：在数轴上表示的两个实数，右边的数总是大于左边的数.

(3)设 a、b 是任意的实数，

$a-b>0\Leftrightarrow a>b$；$a-b=0\Leftrightarrow a=b$；$a-b<0\Leftrightarrow a<b$.

(4)设 a、b 是正实数，

$\frac{a}{b}>1\Leftrightarrow a>b$；$\frac{a}{b}=1\Leftrightarrow a=b$；$\frac{a}{b}<1\Leftrightarrow a<b$.

例题解析

例 1 (2009·济宁)计算：$(\pi-1)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+|5-\sqrt{27}|-2\sqrt{3}$.

【解答】 原式$=1+2-(5-3\sqrt{3})-2\sqrt{3}=\sqrt{3}-2$.

【点评】 实数运算的要点是掌握好与实数有关的概念、性质，灵活地运用各种运算律，关键是把好符号关.

例 2 实数 a、b 在数轴上的位置如图 1-6 所示，则下列结论正确的是 (　　)

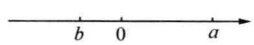


图 1-6

A. $a+b>a>b>a-b$

B. $a>a+b>b>a-b$

C. $a-b>a>b>a+b$

D. $a-b>a>a+b>b$

【分析】 观察数轴，可知 $b<0<a$，且$|a|>|b|$，从而 $0<a+b<a$，$a-b>a$. 这样把 $a+b$、$a-b$ 在数轴上表示出来，再根据“数轴上右边的点表示的数总比左边的点表示的数大”，即可比较出大小.

解：$\because$ $b<0<a$，且$|a|>|b|$　$\therefore$ $0<-b<a$.

$\therefore$ $0<a+b<a$，$a-b>a$

$\therefore b<a+b<a<a-b$.

【解答】 D

例 3 当 $0<x<1$ 时，x^2、x、$\frac{1}{x}$ 的大小排序是（　　）

A. $\frac{1}{x}<x<x^2$

B. $\frac{1}{x}<x^2<x$

C. $x^2<x<\frac{1}{x}$

D. $x<x^2<\frac{1}{x}$

【分析】 根据给定字母的取值范围，可以确定 x^2-x 和 $x-\frac{1}{x}$ 的符号，可用“求差”法来解.

解：$\because 0<x<1$，$\therefore x-1<0, x+1>0$，

$\therefore x^2-x=x(x-1)<0$，

$x-\frac{1}{x}=\frac{x^2-1}{x}=\frac{(x+1)(x-1)}{x}<0$，

$\therefore x^2<x, x<\frac{1}{x}$.

即　$x^2<x<\frac{1}{x}$

【解答】 C

【点评】 本例也可用“求比”法来解. 另外，这类题目还可以用特殊值法求解，即在字母的取值范围内，任取一个值(如可取 $x=\frac{1}{2}$)，分别计算出各代数式的值，值大的，其对应的代数式就大.

强化训练

一、填空题

1. $(-2)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}=$________；

$(\sqrt{2}-3)^0+\frac{1}{\sqrt{2}+1}=$________.

2. (2010 · 恩施模拟)大家知道 $|5|=|5-0|$，它在数轴上的意义是表示 5 的点与原点(即表示 0 的点)之间的距离. 又如式子 $|6-3|$，它在数轴上的意义是表示 6 的点与表示 3 的点之间的距离. 类似地，式子 $|a+5|$ 在数轴上的意义是________.

3. (2010 · 黄冈模拟)已知实数 a、b 在数轴上的位置如图 1-7 所示，则以下三个命题：(1) $a^3-ab^2<0$，(2) $\sqrt{(a+b)^2}=a+b$，(3) $\frac{1}{a-b}<\frac{1}{a}$. 其中真命题的序号为________.

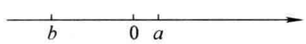


图 1-7

4. (2009 · 怀化)若 $|a-2|+\sqrt{b-3}+(c-4)^2=0$，则 $a-b+c=$________.

5. (2009 · 南宁)正整数按图 1-8 的规律排列. 请写出第 20 行、第 21 列的数字：________.

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	
第1行	1	2	5	10	17	…
第2行	4	3	6	11	18	…
第3行	9	8	7	12	19	…
第4行	16	15	14	13	20	…
第5行	25	24	23	22	21	…
……						

图 1-8

6. (2009 · 荆门)定义 $a※b=a^2-b$，则 $(1※2)※3=$________.

二、选择题

7. (2009 · 株洲)估计 $\sqrt{8}\times\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{3}$ 的运算结果应在（　　）

A. 1 到 2 之间　　B. 2 到 3 之间

C. 3 到 4 之间　　D. 4 到 5 之间

8. (2010 · 莱芜)下列计算结果正确的是（　　）

A. $(-a^3)^2=a^9$　　B. $a^2\cdot a^3=a^6$

C. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-2^2=-2$　　D. $\left(\cos60^\circ-\frac{1}{2}\right)^0=1$

9. 已知 $a=\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$，$b=\left(-\frac{\pi}{8}\right)^0$，$c=-0.8^{-1}$，则 a、b、c 三数的大小关系是（　　）

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$

C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

10. 若 $a+b<0$，$a<0$，$b>0$，则 a、$-a$、b、$-b$ 的大小关系是（　　）

A. $a<-b<b<-a$　　B. $-b<a<-a<b$

C. $a<-b<-a<b$　　D. $-b<a<b<-a$

11. (2009 · 深圳)如果 a 的倒数是 -1，那么 a^{2009} 等于（　　）

A. 1　　B. -1

C. 2009　　D. -2009

12. (2009 · 江苏)如图 1-9 所示，数轴上 A、B 两点分别对应实数 a、b，则下列结论正确的是（　　）

A. $a+b>0$　　B. $ab>0$

C. $a-b>0$　　D. $|a|-|b|>0$

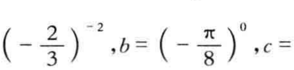


图 1-9

三、解答题

13. 计算：

(1) $-3-3^2+3^2\div\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$；

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-2^{3}\times0.125+(2004-\sqrt{3})^{0}+|-1|$；

(3) $-4^{2}+|\sqrt{2}-2|-\left(\frac{1}{\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{0}+\frac{1}{1+\sqrt{2}}$；

(4) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\sin60^{\circ}+(-2\sqrt{5})^{0}-\frac{\sqrt{12}}{4}$.

14. (2007·无锡)图 1-10 是由若干个小圆圈堆成的一个形如正三角形的图案，最上面一层有一个圆圈，以下各层均比上一层多一个圆圈，一共堆了 n 层，将图 1-10 倒置后与原图拼成图 1-11 的形状，这样我们可以算出图 1-10 中所有圆圈的个数为 $1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

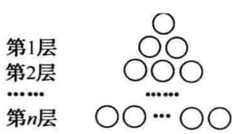


图 1-10

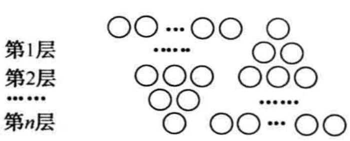


图 1-11

如果图 1-10 中的圆圈共有 12 层，(1)我们自上往下，在每个圆圈中都按图 1-12 的方式填上一串连续的正整数 1，2，3，4，…，则最底层最左边这个圆圈中的数是________；(2)我们自上往下，在每个圆圈中都按图 1-13 的方式填上一串连续的整数 -23，-22，-21，…，求图 1-13 中所有圆圈中各数的绝对值之和.

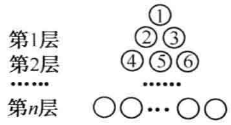


图 1-12

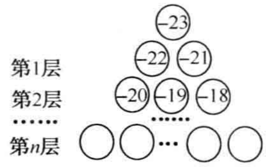


图 1-13

15. 已知 $abc<0$，$a+b+c>0$，当 $x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$ 时，求代数式 $x^{19}-92x+2$ 的值.

16. (2010·黄冈模拟)我们常用的数是十进制数，如 $4657=4\times10^{3}+6\times10^{2}+5\times10^{1}+7\times10^{0}$，数要用 10 个数码(又叫数字)：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，在电子计算机中用的二进制，只要两个数码：0 和 1，如二进制中 $110=1\times2^{2}+1\times2^{1}+0\times2^{0}$ 等于十进制的数 6，$110101=1\times2^{5}+1\times2^{4}+0\times2^{3}+1\times2^{2}+0\times2^{1}+1\times2^{0}$ 等于十进制的数 53. 那么二进制中的数 101011 等于十进制中的哪个数？

第一章单元练习题

一、填空题

1. 以下实数：0.6，$\sqrt{0.9}$，$-\sqrt{0.16}$，sin60°，$0.\dot{7}1\dot{4}$，-0.130130013，其中无理数是________.

2. (2010·黄冈模拟)对于任意不相等的两个数 a,b，定义一种运算※如下：

$$a※b=\frac{\sqrt{a+b}}{a-b},$$

如 $3※2=\frac{\sqrt{3+2}}{3-2}=\sqrt{5}$. 那么 $12※4=$________.

3. 绝对值小于 10 且大于 3 的整数共有________个.

4. (2010·仙桃模拟)2008 年，我省经济总量(GDP)突破万亿大关，达到 11330.38 亿元，用科学记数法表示为________元(保留 3 个有效数字).

5. (2010·常德)如图 1-14 所示，一个数表有 7 行 7 列，设 a_{ij} 表示第 i 行第 j 列上的数(其中 $i=1,2,3,\cdots,j=1,2,3,\cdots,$).
例如：第 5 行第 3 列上的数 $a_{53}=7$.
则(1)$(a_{23}-a_{22})+(a_{52}-a_{53})=$______.
(2)此数表中的四个数 $a_{np},a_{nk},a_{mp},a_{mk}$，满足 $(a_{np}-a_{nk})+(a_{mk}-a_{mp})=$______.

1	2	3	4	3	2	1
2	3	4	5	4	3	2
3	4	5	6	5	4	3
4	5	6	7	6	5	4
5	6	7	8	7	6	5
6	7	8	9	8	7	6
7	8	9	10	9	8	7

图 1-14

二、选择题

6. (2009·日照)某市 2009 年元旦的最高气温为 2 ℃，最低气温为 −8 ℃，那么这天的最高气温比最低气温高　(　　)
A. −10 ℃　　B. −6 ℃
C. 6 ℃　　D. 10 ℃

7. (2008·潍坊)若 $(a+\sqrt{2})^2$ 与 $|b-1|$ 互为相反数，则 $\frac{1}{b-a}$ 的值为　(　　)
A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}+1$
C. $\sqrt{2}-1$　　D. $1-\sqrt{2}$

8. (2009·襄樊)A 为数轴上表示 −1 的点，将 A 点沿数轴向左移动 2 个单位长度到 B 点，则 B 点所表示的数为　(　　)
A. −3　　B. 3
C. 1　　D. 1 或 −3

9. (2009·常德)设 $a=2^0$，$b=(-3)^2$，$c=\sqrt[3]{-9}$，$d=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$，则 a,b,c,d 按由小到大的顺序排列正确的是　(　　)
A. $c<a<d<b$　　B. $b<d<a<c$
C. $a<c<d<b$　　D. $b<c<a<d$

10. (2009·黄石)将正整数按如图 1-15 所示的规律排列下去，若有序实数对 (n,m) 表示第 n 排，从左到右第 m 个数，如 (4,2) 表示 9，则表示 58 的有序数对是　(　　)
A. (11,3)　　B. (3,11)
C. (11,9)　　D. (9,11)

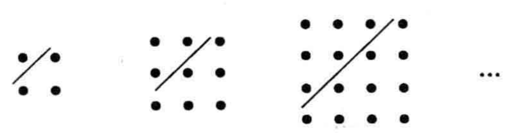
1　　　　……第一排
3　2　　　……第二排
4　5　6　　……第三排
10　9　8　7　……第四排

图 1-15

11. (2009·杭州)如果 $a+b=0$，那么 a、b 两个实数一定是　(　　)
A. 都等于 0　　B. 一正一负
C. 互为相反数　　D. 互为倒数

12. 设 a 是任意实数，则 $|a|-a$ 的值　(　　)
A. 可以是负数
B. 不可能是负数
C. 必是正数
D. 可以是正数也可以是负数

13. (2009·河北)古希腊著名的毕达哥拉斯学派把 1、3、6、10、…这样的数称为"三角形数"，而把 1、4、9、16、…这样的数称为"正方形数". 从图 1-16 中可以发现，任何一个大于 1 的"正方形数"都可以看做两个相邻"三角形数"之和. 下列等式中，符合这一规律的是　(　　)
A. 13 = 3 + 10　　B. 25 = 9 + 16
C. 36 = 15 + 21　　D. 49 = 18 + 31



4=1+3　　9=3+6　　16=6+10

图 1-16

14. (2010·黄冈模拟)我国古代的"河图"是由 3×3 的方格构成，每个方格内均有数目不同的点图，每一行、第一列以及每一条对角线上的三个点图的点数之和均相等. 图 1-17 给出了"河图"的部分点图，请你推算出 p 处所对应的点图是 (　　)

A　　B　　C　　D

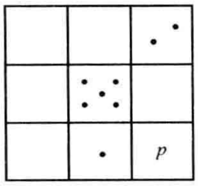


图 1-17

三、解答题

15. 计算：

(1) $(\sqrt{3}-1)^0+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-\sqrt{(-5)^2}-|-1|$；

(2) $(2-\sqrt{3})^{2006}\cdot(2+\sqrt{3})^{2007}-2\cos30°-(-\sqrt{2})^0$；

(3) $(-2)^2+1000\div(-2)^3\div(-5)^2+(-0.25)^{2005}\times4^{2006}$；

(4) $12\times\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\div|-2|-(-5)^0\times(-1)^{2005}$.

16. 方程 $|4x-8|+\sqrt{x-y-m}=0$，当 $y>0$ 时，求 m 的取值范围.

17. (2008·黄冈)某市有一块土地共 100 亩，某房地产商以每亩 80 万元的价格购得此地，准备修建"和谐花园"住宅区. 计划在该住宅区内建造八个小区（A 区、B 区、C 区、…、H 区），其中 A 区、B 区各修建一栋 24 层的楼房；C 区、D 区、E 区各修建一栋 18 层的楼房；F 区、G 区、H 区各修建一栋 16 层的楼房. 为了满足市民不同的购房需求，开发商准备将 A 区、B 区两个小区都修建成高档住宅，每层 800 m^2，初步核算成本为 800 元/m^2；将 C 区、D 区、E 区三个小区都修建成中档住宅，每层 800 m^2，初步核算成本为 700 元/m^2；将 F 区、G 区、H 区三个小区都修建成经济适用房，每层 750 m^2，初步核算成本为 600 元/m^2.

整个小区内其他空余部分土地用于修建小区公路通道，植树造林，建花园，运动场和居民生活商店等，这些所需费用加上物业管理费、设置安装楼层电梯等费用共计需要 9900 万元.

开发商打算在修建完工后，将高档、中档和经济适用房以平均价格分别为 3000 元/m^2、2600 元/m^2 和 2100 元/m^2 的价格销售. 若房屋全部出售完，请你帮忙计算出房地产开发商的赢利预计是多少元？

18. 在数学活动中，小明为了求 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^n}$ 的值（结果用 n 表示），设计如图 1-18 所示的几何图形.

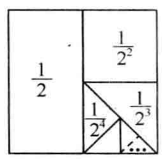


图 1-18

(1)请你利用这个几何图形求 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^n}$ 的值为________.

(2)请你利用图 1-19，再设计一个能求 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^n}$ 的值的几何图形，在图 1-18 中表示出来.

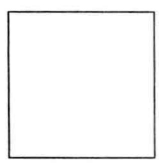


图 1-19

第二章　代数式

第1节　整　式

知识讲解

1. 代数式的有关概念

(1)代数式的分类：

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\ \text{多项式}\end{cases}\\ \text{分式}\end{cases}\\ \text{无理式}\end{cases}$$

(2)有理式：只含有加、减、乘、除、乘方运算的代数式(包括具体实数的一切运算式)，叫做有理式，有理式中的整式与分式的区别在于分式的分母(或除式)中含有字母.

(3)无理式：含有字母的式子进行开方运算的代数式叫做无理式.

2. 同类项、合并同类项

所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的项叫做同类项，把多项式中同类项合并成一项，叫做合并同类项，合并同类项时，只把系数相加，所含字母和字母指数不变.

3. 去括号与添括号

(1)去括号法则：括号前是“+”，把括号和它前面的“+”号去掉，括号里各项都不改变符号；括号前是“-”，把括号和它前面的“-”号去掉，括号里各项都改变符号.

(2)添括号法则：添括号，括号前面是“+”号，括到括号里的各项都不改变符号，括号前面是“-”号，括到括号里的各项都改变符号.

4. 整式的运算

(1)整式的加减：先去括号或添括号，再合并同类项.

(2)整式的乘除：幂的运算性质：①$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$(m、n为整数，$a\neq0$)；②$(a^m)^n=a^{mn}$(m、n为整数，$a\neq0$)；③$(ab)^n=a^nb^n$(n为整数，$a\neq0,b\neq0$)；④$a^m\div a^n=a^{m-n}$(m、n均为整数且$a\neq0$)；⑤零指数与负整指数：$a^0=1(a\neq0)$，$a^{-n}=\frac{1}{a^n}=\left(\frac{1}{a}\right)^n(a\neq0)$.

(3)整式的乘法：①单项式与单项式相乘：系数、同底数幂分别相乘，作为积的因式，只有一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式；②单项式与多项式相乘：$m(a+b+c)=ma+mb+mc$；③多项式与多项式相乘：$(m+n)(a+b)=ma+mb+na+nb$.

(4)整式的除法：①单项式除以单项式：系数、同底数幂相除，作为商的因式，对于只在被除式中含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式；②多项式除以单项式：多项式中每一项除以单项式，然后把所得的商相加.

(5)乘法公式：①平方差公式：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$；②完全平方式：$(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2$.

例题解析

例1　填空题：

(1)如果单项式$\frac{1}{3}x^{4a-b}y^2$与$-2x^3y^{a+b}$是同类项，那么这两个单项式的积是________；

(2)在如图2-1所示的日历中，任意圈出一竖列上相邻的三个数，设中间的一个数为a，则这三个数之和为________(用含a的代数式表示).

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

图 2-1

【解答】　(1)依同类项的定义得$\begin{cases}4a-b=3\\a+b=2\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$，故这两个单项式分别是$\frac{1}{3}x^3y^2$和$-2x^3y^2$，它们的积是$-\frac{2}{3}x^6y^4$.

(2)从日历表中可以看出这三个数之间相差都是7，也就是在日历表中任意圈出一竖列上相邻的三个数也同样符合这种规律，设中间的一个数为a，则上面的一个数为$(a-7)$，下面的一个数为$(a+7)$，由整式的加减可知：$(a-7)+a+(a+7)=3a$，所以这三个数之和为$3a$.

例2　选择题：

(1)(2008·临沂)下列各式计算正确的是(　　)

A. $2a^2+a^3=3a^5$

B. $(3xy)^2\div(xy)=3xy$

C. $(2b^2)^3=8b^5$

D. $2x\cdot3x^5=6x^6$

(2)若 $x^2-mx+16$ 是一个完全平方式,则 $m=$ ( )

A. 8 B. -8 C. 16 D. 8 或 -8

【解答】 (1)选 D. $2a^2$ 与 a^3 不是同类项,不能合并,A 错;$(3xy)^2$ 中的 3、x、y 都要平方,最后的计算结果应为 $9xy$,B 错;幂的平方和指数应相乘,而不是相加,C 中结果应为 $8b^6$.

(2)选 D. 由于 $x^2\pm 8x+16$ 是完全平方式,

$\therefore\ m=\pm 8$.

例 3 (2009·北京模拟)对于任何实数,我们规定符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的意义是:$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$.按照这个规定请你计算:

当 $x^2-3x+1=0$ 时,$\begin{vmatrix} x+1 & 3x \\ x-2 & x-1 \end{vmatrix}$ 的值.

【分析】 正确理解规定的运算方法是解题的关键,根据规定将问题转化为整式的运算,利用整式的运算法则将代数式进行化简,然后利用整体思想进行带入求代数式的值.这里不能理解规定的运算顺序是易错点之一,另外,不善于使用整体思想也会把解题带入麻烦的境界.

【解答】

$$\begin{vmatrix} x+1 & 3x \\ x-2 & x-1 \end{vmatrix}=(x+1)(x-1)-3x(x-2)$$
$$=x^2-1-3x^2+6x$$
$$=-2x^2+6x-1.$$

$\because\ x^2-3x+1=0$,

$\therefore\ x^2-3x=-1$.

$\therefore$ 原式 $=-2(x^2-3x)-1=2-1=1$.

强化训练

一、填空题

1. (2010·黄冈模拟)已知 a、b 互为相反数,并且 $3a-2b=5$,则 $a^2+b^2=$ ________.

2. 若 $-0.3m^xn^3$ 与 $\frac{1}{2}m^4n^y$ 是同类项,则代数式 $(-5x^2y-2xy^2)-(-5xy^2-2x^2y)$ 的值等于 ________.

3. 计算:$x^3\div x\times\frac{1}{x}+x\div\frac{1}{x}\times\frac{1}{x}=$ ________.

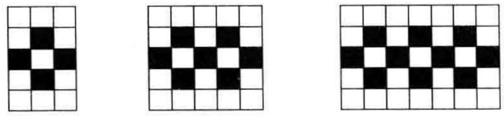
4. (2009·上海)某商品的原价为 100 元,如果经过两次降价,且每次降价的百分率都是 m,那么该商品现在的价格是 ________ 元(结果用含 m 的代数式表示).

5. (2009·孝感)若 $|m-n|=n-m$,且 $|m|=4$,$|n|=3$,则 $(m+n)^2=$ ________.

6. 已知当 $x=-2$ 时,代数式 ax^3+bx+1 的值为 6,那么当 $x=2$ 时,代数式 ax^3+bx+1 的值为 ________.

7. 若 $(px+1)(2x-q)$ 的乘积中 x^2 项的系数是 1 且不含 x 项,则 $p=$ ________,$q=$ ________.

8. (2009·广东)用同样规格的黑、白两种颜色的正方形瓷砖,按图 2-2 所示方式铺地板,则第(3)个图形中有黑色瓷砖 ________ 块,第 n 个图形中需要黑色瓷砖 ________ 块(用含 n 的代数式表示).



(1) (2) (3)

图 2-2

二、选择题

9. (2009·黄冈)下列运算正确的是 ( )

A. $a^3+a^3=a^6$ B. $2(a+b)=2a+b$

C. $(ab)^{-2}=ab^{-2}$ D. $a^6\div a^2=a^4$

10. (2009·日照)计算 $-(-3a^2b^3)^4$ 的结果是 ( )

A. $81a^8b^{12}$ B. $12a^6b^7$

C. $-12a^6b^7$ D. $-81a^8b^{12}$

11. (2009·太原)已知一个多项式与 $3x^2+9x$ 的和是 $3x^2+4x-1$,则这个多项式是 ( )

A. $-5x-1$ B. $5x+1$

C. $-13x-1$ D. $13x+1$

12. (2010·黄冈模拟)已知 $(19x-31)(13x-17)-(13x-17)(11x-23)$ 可因式分解成 $(ax+b)\cdot(8x+c)$,其中 a、b、c 均为整数,则 $a+b+c$ 等于 ( )

A. -12 B. -32

C. 38 D. 72

13. 如果 $x^2+3x-3=0$,代数式 x^3+3x^2-3x+3 的值为 ( )

A. 0 B. -3

C. 3 D. $\frac{-3\pm\sqrt{21}}{2}$

14. 若 $a<0$,$ab<0$,则 $|b-a+1|-|a-b-5|$ 的值是 ( )

A. 4 B. -4

C. $-2a+2b+4$ D. 无法确定

15. (2010·十堰模拟)将一多项式 $[(17x^2-3x+4)-(ax^2+bx+c)]$,除以 $(5x+6)$ 后,得商式为 $(2x+1)$,余式为 0,则 $a-b-c$ 等于 ( )

A. 3 B. 23

C. 25 D. 29

16. (2007·济南)已知整式 $6x-1$ 的值是 2,y^2-y 的值是 2,则 $(5x^2y+5xy-7x)-(4x^2y+5xy-7x)$ 为 ( )

A. $-\frac{1}{4}$ 或 $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ 或 $-\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{4}$或$\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$或$\frac{1}{2}$

三、解答题

17. 计算：

(1)$\left(\frac{x}{2}+3\right)^2-\left(\frac{x}{2}-3\right)^2$；

(2)$\left(\frac{2}{3}a^4b^7-\frac{1}{9}a^2b^6\right)\div\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^2$；

(3)$(3xy)^2(x^2-y^2)-(4x^2y^2)^2\div 8y^2+9x^2y^4$；

(4)$(x-y)(x+y)+(x+y)^2-2x(x+y)$.

18. 已知 $A=2x^2+4xy-2x-3$，$B=-x^2+xy+2$ 且 $3A+6B$ 的值与 x 无关，求 y 的值.

19.（2009·北京）已知 $x^2-5x=14$，求 $(x-1)(2x-1)-(x+1)^2+1$ 的值.

20.（2009·哈尔滨）先化简，再求代数式$\frac{a+1}{a+3}\div\frac{a+1}{2}$的值，其中 $a=2\sin60°-3$.

21.（2006·浙江）如果一个正整数能表示为两个连续偶数的平方差，那么称这个正数为“神秘数”. 如 $4=2^2-0^2$，$12=4^2-2^2$，$20=6^2-4^2$. 因此，4、12、20 这三个数都是神秘数.

(1)28 和 2012 这两个数是神秘数吗？为什么？

(2)设两个连续偶数为 $2k+2$ 和 $2k$（其中 k 取非负整数），由这两个连续偶数构造的神秘数是 4 的倍数吗？为什么？

(3)两个连续奇数的平方差（取正数）是神秘数吗？为什么？

第2节　因式分解

知识讲解

1. 因式分解

把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做多项式的因式分解.

2. 因式分解的基本方法

(1)提取公因式法：$ma+mb+mc=m(a+b+c)$；(2)运用公式法：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$；$a^2\pm2ab+b^2=(a\pm b)^2$；(3)分组分解法：①分组后直接提取公因式；②分组后直接运用公式；(4)十字相乘法：$x^2+(p+q)x+pq$ 型式子的因式分解，即：$x^2+(p+q)x+pq=x^2+px+qx+pq=(x^2+px)+(qx+pq)=x(x+p)+q(x+p)=(x+q)(x+p)$；(5)求根公式法：在分解二次三项式 ax^2+bx+c的因式时，可先用公式求方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根 x_1、x_2，然后得 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.

3. 因式分解的其他方法

①配方法；②换元法；③拆项添项法.

例题解析

例 1　填空题：

(1)分解因式：$2a(b+c)-3(b+c)=$________；

(2)（2009·衡阳）分解因式：$x^3-4x^2+4x=$________；

(3)分解因式：$x^2-2x-8=$________；

(4)（2009·杭州）在实数范围内分解因式：$x^4-4=$________.

【解答】　(1)$2a(b+c)-3(b+c)=(2a-3)(b+c)$

(2)$x^3-4x^2+4x=x(x^2-4x+4)=x(x-2)^2$

(3) $\begin{array}{c}1 \times 2\\ 1 \quad -4\end{array}$

$2+(-4)=-2$，$\therefore x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$

(4)$x^4-4=(x^2+2)(x^2-2)=(x^2+2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

【点评】　(1)提取公因式法是分解因式的常用方法之一，当公因式是一个多项式时，可以直接提取.

(2)本题提取公因式 x 后，原多项式变形为 $x(x^2-4x+4)$，这一步虽然是因式分解，但其中一个因式a^2-2a+1在有理数范围内仍然能再分解，即 $x^2-4x+4=(x-2)^2$，切记因式分解的最后结果必须使每一个因式在指定数的范围内都不能再分解.

(3)在有理数范围内分解二次三项式时，如不能运用完全平方公式分解，就考虑十字相乘法，十字相乘法分解因式的关键在于分解多项式二次项系数与

常数项,即使交叉相乘的积的和等于一次项系数.

(4)运用公式法分解因式,可以先把所给多项式转化成公式的形式,再运用公式进行分解,以免由于误判,使分解的结果产生错误.

例 2 选择题:

(1)若 a、b、c 是三角形三边的长,则代数式 $a^2+b^2-c^2-2ab$ 的值 ( )

A. 大于零

B. 小于零

C. 大于或等于零

D. 小于或等于零

(2)把多项式 $4x^2+8x-1$ 分解因式的结果是 ( )

A. $\left(x-\frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{-2-\sqrt{5}}{2}\right)$

B. $\left(x+\frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right)^2$

C. $4\left(x+\frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x+\frac{-2-\sqrt{5}}{2}\right)$

D. $(2x+2-\sqrt{5})(2x+2+\sqrt{5})$

【解答】 (1)∵ $a^2+b^2-c^2-2ab=(a^2-2ab+b^2)-c^2=(a-b)^2-c^2=(a-b+c)(a-b-c)$,

又∵ a,b,c 是三角形三边的长

∴ $a+c>b$,$a<b+c$,即 $a-b+c>0$,$a-b-c<0$

∴ $(a-b+c)(a-b-c)<0$

即 $a^2+b^2-c^2-2ab<0$,故选 B.

(2)由求根公式法,可得方程 $4x^2+8x-1=0$ 的两根是 $x_1=\frac{-2+\sqrt{5}}{2}$,$x_2=\frac{-2-\sqrt{5}}{2}$,∴ $4x^2+8x-1=4\left(x-\frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{-2-\sqrt{5}}{2}\right)=(2x+2-\sqrt{5})(2x+2+\sqrt{5})$.故选 D.

【点评】 (1)本题是确定代数式的取值范围与因式分解的综合题,把所给多项式的部分因式进行因式分解,再结合"a,b,c 是三角形的三边",应满足三角形三边关系是解决这类问题的常用方法.

(2)确定因式分解结果的选择题,其选择项的确定方法一般有两种,一种是先把所给多项式进行分解,得到结果再确定选择项;二是把所给的每一个选择项,分别按照整式的乘法法则进行计算,再把所得积与所给的多项式进行比较,最终确定选择项.

例 3 (2009·北京)已知 $x^2-5x=14$,求 $(x-1)(2x-1)-(x+1)^2+1$ 的值.

【分析】 本题是整式化简求值,容易犯错误的地方有:一是先解方程再代入求值;二是在进行整式乘法运算时发生去括号、合并同类项出错.

【解答】 $(x-1)(2x-1)-(x+1)^2+1$

$=2x^2-x-2x+1-(x^2+2x+1)+1$

$=2x^2-x-2x+1-x^2-2x-1+1$

$=x^2-5x+1$.

当 $x^2-5x=14$ 时,

原式 $=(x^2-5x)+1=14+1=15$.

强化训练

一、填空题

1. $81x^2=(\_\_\_\_\_\_)^2$;$x^2-4x+(\quad)=(\_\_\_\_\_\_)^2$.
2. 多项式 $6xy^2-18x^2y^2z+12x^3y^3z$ 的公因式是________.
3. 若 $x-y=1$,$xy=2$,则 $x^3y-2x^2y^2+xy^3=$______.
4. (2009·贵州)在实数范围内分解因式:$x^2-2x-4=$________.
5. (2010·黄冈模拟)已知 $(x^2+y^2)(x^2-1+y^2)-12=0$,则 x^2+y^2 的值是________.
6. (2010·中山)化简:$\frac{x^2-2xy+y^2-1}{x-y-1}=$________.
7. (2010·孝感模拟)一组按一定规律排列的式子:$-a^2,\frac{a^5}{2},-\frac{a^8}{3},\frac{a^{11}}{4},\cdots,(a\neq0)$,则第 n 个式子是________(n 为正整数).
8. (2006·常德)多项式 ax^2-4a 与多项式 x^2-4x+4 的公因式是________.

二、选择题

9. (2010·黄冈模拟)已知 $a=\frac{1}{20}x+20$,$b=\frac{1}{20}x+19$,$c=\frac{1}{20}x+21$,那么 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$ 的值是 ( )

A. 4　B. 3　C. 2　D. 1

10. (2009·枣庄)若 $m+n=3$,则 $2m^2+4mn+2n^2-6$ 的值为 ( )

A. 12　B. 6　C. 3　D. 0

11. 下列多项式,在有理数范围内不能进行因式分解的是 ( )

A. x^2-8　B. $a^2-a+\frac{1}{4}$

C. $a^2-4ab+4b^2$　D. x^2-9y^2

12. 如果 $4x-3$ 是多项式 $4x^2+5x+a$ 的一个因式,则 a 等于 ( )

A. 6　B. -6　C. -9　D. 9

13. 多项式 $4x^2+1$ 加上一个单项式后,使它能成为一个整式的完全平方,则加上的单项式不可以是 ( )

A. $4x$　B. $-4x$　C. $4x^2$　D. $-4x^2$

14. 已知 x 为任意有理数,则多项式 $x-1-\frac{1}{4}x^2$ 的

值一定为　（　）

A. 正数　B. 负数

C. 非正数　D. 非负数

15. 如果 $a^2+b^2+2c^2+2ac-2bc=0$，则 $a+b$ 的值为　（　）

A. 0　B. 1

C. -1　D. 不能确定

16. （2006·济宁）$(-8)^{2004}+(-8)^{2005}$ 能被下列数整除的是　（　）

A. 3　B. 5　C. 7　D. 9

三、解答题

17. 因式分解：

(1) $9a^2+3a+b-b^2$；

(2) $a^2(x-y)-4(x-y)-3a(y-x)$；

(3)（2009·安徽）a^2-b^2-2b-1；

(4)（2008·南通）$(x+2)(x+4)+x^2-4$.

18. 计算：$\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)+\frac{1}{2^{15}}$

19. 甲、乙同学分解因式：mx^2+ax+b，甲仅看错了 a，分解结果为 $2(x-1)(x-9)$；乙仅看错了 b，分解结果为 $2(x-2)(x-4)$，你能确定正确的结果吗？试试看.

20. 求证：四个连续自然数的积再加上 1，一定是一个完全平方数.

21. 已知一个凸四边形 $ABCD$ 的四条边的长顺序是 a、b、c、d，且 $a^2+ab-ac-bc=0$，$b^2+bc-bd-cd=0$，你能确定四边形 $ABCD$ 是什么形状的四边形吗？试说明理由.

第3节　分　式

知识讲解

1. 分式

用 A、B 表示两个整式，$A\div B$ 可以表示成 $\frac{A}{B}$ 的形式，若 B 中含有字母，式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式.

2. 分式的基本性质

$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M}$，$\frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}$（其中 M 是不等于零的整式）

3. 分式的符号法则

$\frac{a}{b}=\frac{-a}{-b}=-\frac{a}{-b}=-\frac{-a}{b}$.

4. 分式的运算

(1) 加减法：$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$，$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$.

(2) 乘除法：$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$，$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$

(3) 乘方：$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$（$n$ 为正整数）

5. 约分

根据分式的基本性质，把分式的分子和分母中公因式约去，叫做约分.

6. 通分

根据分式的基本性质，把异分母的分式化成和原来的分式分别相等的同分母的分式，叫做通分.

例题解析

例 1　填空题：

(1) 若分式 $\frac{x^2-4}{x^2-x-2}$ 的值为零，则 x 的值为________；

(2) 若 a、b 都是正数，且 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{2}{a+b}$，则 $\frac{ab}{a^2-b^2}=$________.

【解答】(1) 由 $x^2=4$，得 $x=\pm2$，把 $x=2$ 代入分母，得 $x^2-x-2=4-2-2=0$，把 $x=-2$ 代入分母，得 $x^2-x-2=4+2-2=4\neq0$，故答案为 -2.

(2) 由整体代换法，把 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{2}{a+b}$ 化为 $\frac{b-a}{ab}=\frac{2}{a+b}$，$b^2-a^2=2ab$，即 $a^2-b^2=-2ab$，代入 $\frac{ab}{a^2-b^2}$ 中得 $\frac{ab}{a^2-b^2}=\frac{ab}{-2ab}=-\frac{1}{2}$，故答案为 $-\frac{1}{2}$.

例 2

(1)(2009·枣庄)a、b 为实数，且 $ab=1$，设 $M=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}$，$N=\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}$，则 M ________ N（填“>”、“<”或“=”）

(2)已知 $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$，则 $\frac{2a+3b-c}{3a-b+c}$ 的值为 （　）

A. $-\frac{5}{7}$　B. $\frac{5}{7}$　C. $\frac{9}{7}$　D. $-\frac{9}{7}$

【解答】 (1)解法一：先化简，然后再作比较，这是比较两数（或两式）大小的常用方法之一，此法称为化简法。

$M=\frac{2+(a+b)}{(1+a)(1+b)}$，$N=\frac{2ab+(a+b)}{(1+a)(1+b)}$

$\because ab=1$，$\therefore M=N$

解法二：求差法，其根据：若 $M-N>0$，则 $M>N$；若 $M-N=0$，则 $M=N$；若 $M-N<0$，则 $M<N$。作差 $M-N$，再与 0 比较。

由解法一易知 $M-N=\frac{2-2ab}{(1+a)(1+b)}$.

$\because ab=1$，$\therefore 2-2ab=0$.

$\therefore M-N=0$，$M=N$.

解法三：求商法，其根据：若 $M\div N>1$，则当 $N>0$ 时，$M>N$，当 $N<0$ 时，$M<N$；若 $M\div N=1$，则 $M=N$；若 $M\div N<1$，则当 $N>0$ 时，$M<N$，当 $N<0$ 时，$M>N$.

由解法一易知 $\frac{M}{N}=\frac{2+(a+b)}{2ab+(a+b)}$

$\because ab=1$，$\therefore M\div N=1$，$M=N$

解法四：将 M 或 N 中的“1”用已知条件“ab”代换，对 M 或 N 进行变形.

$\because ab=1$，$\therefore a\neq0$，且 $b\neq0$，

$\therefore M=\frac{ab}{ab+a}+\frac{ab}{ab+b}=\frac{b}{b+1}+\frac{a}{a+1}=N$

即 $M=N$

解法五：将 M、N 中的 a、b 统一用 a 或 b 表示.

$\because ab=1$，$\therefore b=\frac{1}{a}$

$\therefore M=\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+\frac{1}{a}}=\frac{1}{1+a}+\frac{a}{a+1}=1$

同理 $N=1$，故 $M=N$

解法六：把 M 中两个分式的分子分别化为 a、b，然后再与 N 作比较.

$M=\frac{b}{b(1+a)}+\frac{a}{a(1+b)}=\frac{b}{b+ab}+\frac{a}{a+ab}$

$\because ab=1$，$\therefore M=\frac{b}{1+b}+\frac{a}{1+a}$. $\therefore M=N$

(2)设 $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=k$，则 $a=2k$，$b=3k$，$c=4k$，代入 $\frac{2a+3b-c}{3a-b+c}$ 中，可得 $\frac{2a+3b-c}{3a-b+c}=\frac{9k}{7k}=\frac{9}{7}$. 选 C.

例 3 (2006·长沙)先化简再求值：

$\frac{a-1}{a+2}\cdot\frac{a^2-4}{a^2-2a+1}\div\frac{1}{a^2-1}$，其中 a 满足 $a^2-a=0$.

【解答】 原式 $=\frac{a-1}{a+2}\cdot\frac{(a+2)(a-2)}{(a-1)^2}\cdot\frac{(a-1)(a+1)}{1}=(a-2)(a+1)=a^2-a-2$

由 $a^2-a=0$ 得原式 $=-2$.

强化训练

一、填空题

1. (2009·天津)若分式 $\frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1}$ 的值为 0，则 x 的值等于________.

2. 已知 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{2}{3}$，则 $\frac{2a-5c}{2b-5d}=$________.

3. (2008·广安)若分式 $\frac{3x+5}{x-1}$ 无意义，当 $\frac{5}{3m-2x}-\frac{1}{2m-x}=0$ 时，则 $m=$________.

4. 把分式 $\frac{0.03x-0.2y}{0.3x+0.01y}$ 改为整数系数而值不变，得________.

5. 若 $\frac{3x-5}{(x-3)(x+1)}=\frac{A}{x-3}+\frac{B}{x+1}$，则 $A=$________，$B=$________.

6. (2010·黄冈模拟)设 $a>b>0$，$a^2+b^2-6ab=0$，则 $\frac{a+b}{b-a}$ 的值等于________.

7. 已知 $\frac{M}{x^2-y^2}-\frac{x-y}{x+y}=\frac{2xy-y^2}{x^2-y^2}$，则 $M=$________.

8. 已知 $a+\frac{1}{a}=5$，则 $\frac{a^4+a^2+1}{a^2}=$________.

二、选择题

9. (2010·武汉模拟)学完分式运算后，老师出了一道题“化简：$\frac{x+3}{x+2}+\frac{2-x}{x^2-4}$”.

小明的做法：

原式 $=\frac{(x+3)(x-2)}{x^2-4}-\frac{x-2}{x^2-4}=\frac{x^2+x-6-x-2}{x^2-4}=\frac{x^2-8}{x^2-4}$；

小亮的做法：

原式 $=(x+3)(x-2)+(2-x)=x^2+x-6+2-x=x^2-4$；

小芳的做法：

原式 $=\frac{x+3}{x+2}-\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}=\frac{x+3}{x+2}-\frac{1}{x+2}=$