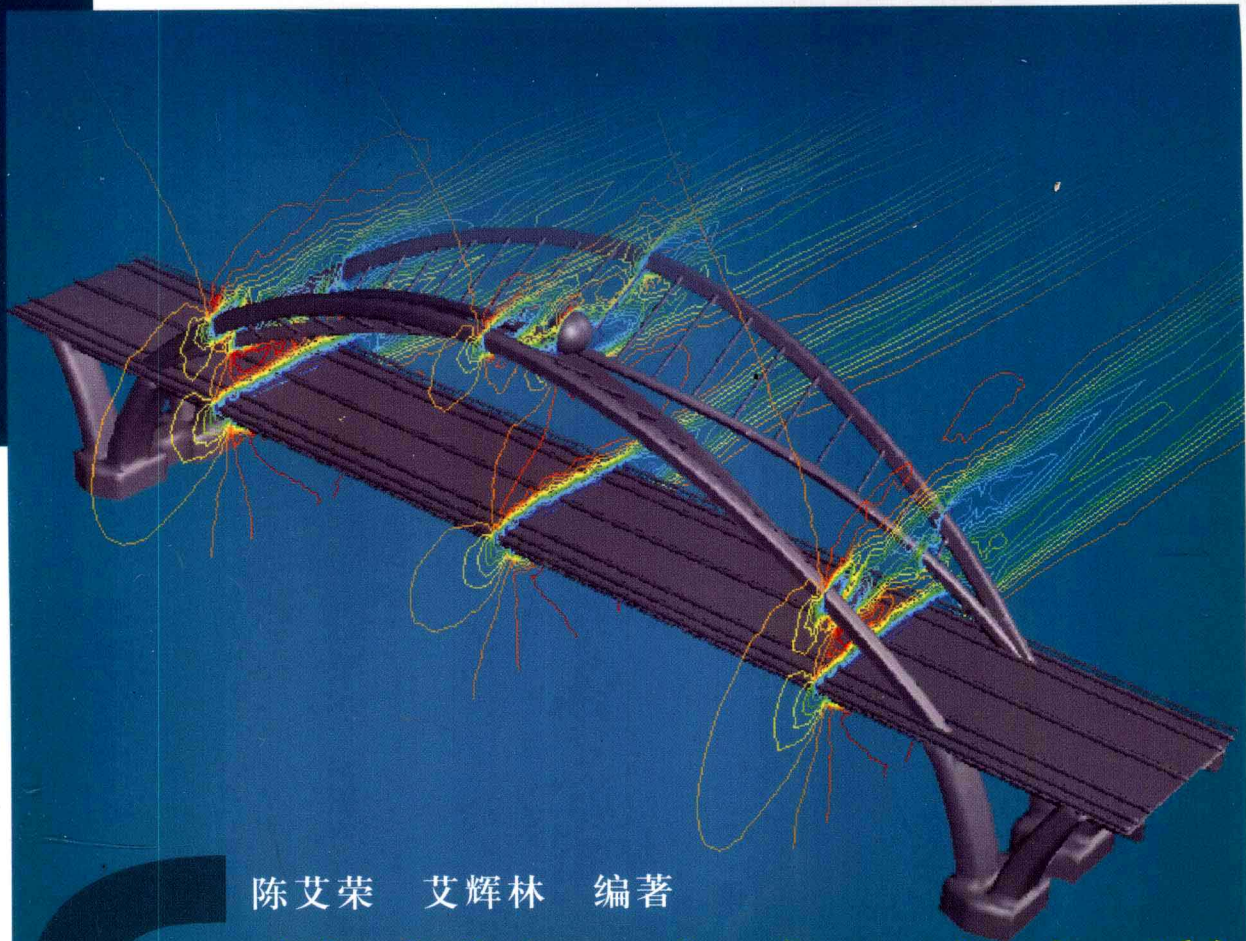




陈艾荣 艾辉林 编著

计算桥梁空气动力学

Computational Bridge Aerodynamics—Large Eddy Simulation

大涡模拟



人民交通出版社
China Communications Press

Computational Bridge Aerodynamics——Large Eddy Simulation

计算桥梁空气动力学 ——大涡模拟

陈艾荣 艾辉林 编著

人民交通出版社

内 容 提 要

本书介绍了计算流体力学(CFD)的一些基本理论知识,包括数值求解方法、湍流模型及流固耦合算法等方面;相对于现有的大部分介绍 CFD 方面的参考书,本书更立足于从实际应用出发来阐述。前三章分别介绍了有限体积法、湍流模拟的大涡模拟及实现流固耦合的 ALE 格式以及它们对应的程序实现方法。对应章节分别给出了各部分实现的关键程序源代码,以利于更直接地理解 CFD 的具体应用及实现过程。后三章主要介绍了 CFD 技术应用于桥梁风工程中一些具体问题的求解过程,包括桥梁主要构件的气动力参数、桥梁断面颤振导数、桥梁结构三维复杂流场的求解及来流紊流等情况的数值风洞模拟方法和技术。

本书是作者及其带领的研究团队历时数年的研究成果,可供桥梁设计人员或从事结构风工程应用的人员和大专院校师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

计算桥梁空气动力学:大涡模拟/陈艾荣,艾辉林

编著. —北京:人民交通出版社,2010. 6

ISBN 978-7-114-08280-1

I. ①计… II. ①陈…②艾… III. ①桥梁工程—空气动力学 IV. ①U442

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 041447 号

书 名:计算桥梁空气动力学——大涡模拟

著 作 者:陈艾荣 艾辉林

责任编辑:沈鸿雁 王文华

出版发行:人民交通出版社

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街 3 号

网 址:<http://www.ccpres.com.cn>

销售电话:(010)59757969,59757973

总 经 销:人民交通出版社发行部

经 销:各地新华书店

印 刷:北京盛通印刷股份有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:13.25

字 数:293千

版 次:2010 年 6 月 第 1 版

印 次:2010 年 6 月 第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-114-08280-1

定 价:35.00

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

前 言

数值风洞(numerical wind tunnel)技术是建立在计算流体动力学与数值计算方法基础上的一门交叉学科,其主要通过高性能计算机的数值计算来获得流场的数值解,从而达到解决工程问题的目的。数值风洞技术的应用与计算机硬件的发展是密切相关的,特别是近年来个人电脑计算性能的飞速提高,有力促进了数值风洞技术在工程领域的应用。目前在水利、环境、航运、流体机械、建筑等有大量成功应用的实例。

对于桥梁风工程而言,风洞试验在一定程度上能得到反映实际的解答,但由于涉及模型的设计和制作、需要风洞设备及测量仪器等,因而试验周期长、费用高,同时缩尺模型难以获得与真实流场相匹配的流场条件(如雷诺数、特殊边界条件等);而数值风洞则不受试验条件的约束,具有很好的可重复性,也能模拟复杂几何外形的流场问题,且流场可视性好。数值风洞技术在桥梁风工程领域的应用也越来越广泛,从较简单断面的气动参数模拟发展到复杂工程断面的气动参数模拟,从二维近似流场计算发展到复杂三维流场的求解,从基于时间平均的雷诺应力湍流模型(RANS)发展到基于瞬态求解的大涡模拟湍流模型(LES),其模拟精度也在不断提高。

数值风洞技术以计算流体动力学(computational fluid dynamic, CFD)理论为基础,大多从流体性质、流体控制方程、数值求解方法、湍流模型等环节逐一进行介绍,重点在于流体运动控制方程的建立和求解。同时,大型商用数值风洞软件在工程领域也开始较为广泛地应用,出现了不少介绍 FLUENT、CFX 等流体软件的工具书,其重点在于介绍软件的界面、操作及工程使用案例,方便读者快速进入计算流体动力学领域。

在内容方面,本书与现有大多数流体力学参考书既有相同点,也有不同点。相同点在于,简洁地介绍了流体力学的主要理论及其控制方程,具体细节可参考已有书籍;不同点在于,各部分理论都给出了相应的特征程序代码及其程序实现过程。作者认为,再先进的流体理论最终都要通过程序代码来实现其目的,已有流体力学书较少涉及该方面;而商用软件大多封装,无法查看其源程序。因此,希望程序代码的给出能够使读者对流体力学理论有更直接的理解,达到触类旁通的效果。

本书内容共分 6 章,第 1~3 章主要介绍数值风洞的技术,第 1 章讨论目前在 CFD 领域应用最为广泛的有限体积法(FVM),第 2 章讨论最近几年开始大量应用于工程问题研究的大涡模拟湍流模型(LES),第 3 章讨论解决工程中移动边界问题的动网格方法;第 4~6 章主要介绍了利用前几章技术开发的 LESFluid 软件在常见的桥梁风工程问题中的具体应用,第 4 章介绍了应用 LESFluid 软件求解典型桥梁结构的气动参

数问题,第5章介绍了应用 LESFluid 软件求解典型桥梁断面的气动导数问题,第6章介绍了来流紊流对结构流场及气动参数的影响。

本书的相关内容出版得到了“十一五”国家科技支撑计划项目(2006BAG04B01)的资助,特此致谢。

数值风洞技术是个复杂的研究领域,需进行长期的深入研究,其在桥梁风工程领域的应用还有待大量的工作去完善,本书仅仅是作者研究及应用数值风洞技术的一点心得体会,受水平限制,书中错误和不足之处在所难免,恳请读者批评指正。

陈艾荣、艾辉林

2009年12月于同济大学

符 号 表

ρ	流体密度
$u \ v \ w$	各方向速度
∇	散度
t	时刻
Δt	时间增量
T	温度
c_p	导热系数
ϕ	通用变量
Γ	广义扩散系数
S	广义源项
μ	运动黏度系数
ν	动力黏性系数
dV	积分单元体
dS	积分单元面
λ_e	线性插值因子
P_e	对流与扩散的强度之比
$\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \bar{\Delta}$	网格过滤尺寸
$\hat{\Delta}$	网格二次滤波尺寸
τ_{ij}	亚格子尺度应力
T_{ij}	第二次亚格子应力
L_{ij}	亚格子 Leonard 应力
C_{ij}	亚格子交叉应力
R_{ij}	亚格子雷诺应力
δ_{ij}	Kroneker 符号(当 $i = j$ 时, $\delta_{ij} = 1$; 当 $i \neq j$ 时, $\delta_{ij} = 0$)
$\bar{S}_{ij}$	滤波后的变形速率张量
C_s	Smagorinsky 常数
$\alpha_{ij} \ \beta_{ij}$	亚格子应力项
u_τ	壁面摩擦速度
τ_w	壁面切应力
u^+	速度无量纲参数
y^+	距离无量纲参数
κ	Karman 常数
u_b	网格运动速度
K_{ij}	连接节点弹簧的倔强系数
l_{ij}	网格边的边长

C_i^{ijk}	弹簧扭转刚度
$\alpha \beta \gamma$	加强因子
C_d	阻力系数
C_l	升力系数
C_m	扭矩系数
S_t	斯托哈罗数
Re	雷诺数
σ	均方差
L_x	积分尺度
n	频率
k	相关因子
χ_l	升力气动导纳
χ_d	阻力气动导纳
χ_m	扭矩气动导纳
$H_1^*, A_1^*, H_2^*, A_2^*, H_3^*$	气动导数
A_3^*, H_4^*, A_4^*	

目 录

1 非结构化网格下的有限体积法及程序实现	1
1.1 流体控制方程	1
1.2 流体计算方法概述	3
1.3 空间离散格式	4
1.4 时间离散格式	7
1.5 边界条件处理	8
1.6 求解 Navier-Stokes 方程的压力修正方法	9
1.7 程序编写流程	11
1.8 数值算例	25
1.9 本章小结	29
2 大涡模拟模型及程序实现	30
2.1 湍流研究背景	30
2.2 大涡模拟研究背景	34
2.3 滤波器	35
2.4 亚格子应力模型	37
2.5 壁面模型	41
2.6 大涡模拟工程应用	45
2.7 程序编写流程	46
2.8 算例	52
2.9 本章小结	65
3 基于 ALE 格式的动网格方法及程序实现	66
3.1 流固耦合方法概述	66
3.2 拉格朗日和欧拉数值方法概述	67
3.3 基于 ALE 格式的有限体积流体控制方程	67
3.4 几何守恒法则(Geometric Conservation Law, GCL)	68
3.5 动网格生成方法	70
3.6 动网格方法工程应用	75
3.7 程序编写流程	75
3.8 算例	79
3.9 本章小结	90
4 桥梁结构气动参数模拟	92
4.1 箱梁断面流场及气动参数数值模拟	92
4.2 边主梁断面流场及气动参数数值模拟	99

4.3	成桥状态箱梁断面流场及气动参数数值模拟	106
4.4	桁架桥断面流场及气动参数数值模拟	109
4.5	连续刚构桥流场三维数值模拟	114
4.6	桥塔三维流场数值模拟	118
4.7	本章小结	125
5	桥梁断面气动导数模拟及颤振分析	126
5.1	气动导数识别方法	126
5.2	颤振分析	127
5.3	薄平板气动导数识别	134
5.4	箱梁断面气动导数识别	138
5.5	边主梁断面气动导数识别	141
5.6	成桥状态箱梁断面气动导数识别	144
5.7	桁架桥主梁断面气动导数识别及颤振分析	148
5.8	本章小结	160
6	来流紊流对结构流场及气动参数的影响	162
6.1	紊流风场的生成	162
6.2	来流紊流下矩形断面数值模拟	173
6.3	来流紊流下箱梁断面流场及气动参数数值模拟	182
6.4	箱梁断面气动导纳识别尝试	190
6.5	本章小结	194
参考文献		195



1 非结构化网格下的有限体积法及程序实现

计算流体力学(computational fluid dynamics, CFD)是通过计算机数值计算和图像显示,对包含有流体流动和热传导等相关物理现象的系统分析[陶文铨,2001]。其基本思想可以归结为:把原来在时间域及空间域上连续的物理量的场,如速度场和压力场,用一系列有限个离散点上变量值的集合来代替,通过一定的原则和方式建立起关于这些离散点上场变量之间关系的代数方程组,然后求解代数方程组获得场变量的近似值。

1.1 流体控制方程

流体运动要受到物理守恒定律的支配,其基本的守恒定律包括质量守恒定律、动量守恒定律和能量守恒定律,控制方程(governing equations)是这些守恒定律的数学描述[S. Patankar,1981]。本节介绍这些基本的守恒定律所对应的控制方程,这些方程的详细推导过程可参阅相关流体力学参考书[陶文铨,2001;Joel H. Ferziger,2000]。

1.1.1 连续方程

任何流体的流动问题都必须满足质量守恒定律,该定律可表述为:单位时间内流体微元体中质量的增加,等于同一时间间隔内流入该微元体的净质量。按照该定律可以得出质量守恒方程(也称为连续方程):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1-1)$$

式中, ρ 为流体密度; $\mathbf{u}$ 为速度分量; ∇ 为散度,有 $\nabla \cdot \mathbf{a} = \partial a_x / \partial x + \partial a_y / \partial y + \partial a_z / \partial z$ 。

如果流体为不可压缩体,密度 ρ 为常数,上式可简化为:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1-2)$$

1.1.2 动量方程

动量守恒定律也是任何流体流动所必须满足的基本定律。该定律可表述为:微元体中流体的动量对时间的变化率等于外界作用在该微元体上的各种力之和。实际上,该定律就是牛顿第二定律。按照该定律,可导出 x 、 y 和 z 三个方向的动量守恒方程(momentum conservation equation):



$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho u u) = \nabla(\mu \text{grad} u) - \frac{\partial p}{\partial x} + S_u \quad (1-3a)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla(\rho v u) = \nabla(\mu \text{grad} v) - \frac{\partial p}{\partial y} + S_v \quad (1-3b)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla(\rho w u) = \nabla(\mu \text{grad} w) - \frac{\partial p}{\partial z} + S_w \quad (1-3c)$$

式中, ρ 为流体密度; u 为速度分量; p 为压力; μ 为流体运动黏度系数; S_u 、 S_v 、 S_w 为动量守恒方程的广义源项; $\text{grad}(\cdot) = \partial(\cdot)/\partial x + \partial(\cdot)/\partial y + \partial(\cdot)/\partial z$ 。

1.1.3 能量方程

能量守恒定律是包含有热交换的流动系数必须满足的基本定律。该定律可表述为: 微元体中能量的增加率等于进入微元体的净热流量加上体力与面力对微元体所做的功。实际上, 该定律就是热力学第一定律。

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \nabla(\rho u T) = \nabla\left(\frac{k}{c_p} \text{grad} T\right) + S_T \quad (1-4)$$

式中, ρ 为流体密度; u 为速度分量; T 为温度; c_p 为比热容; k 为流体的传热系数; S_T 为流体的内热源及由于黏性作用流体机械能转换为热能的部分。

需要说明的是, 虽然能量方程是流体流动与传热问题的基本控制方程, 但对于不可压流动, 若热交换量很小以至于可以忽略时, 可不考虑能量守恒方程, 即只需要联立求解连续方程和动量方程, 比如桥梁风工程的研究一般不考虑能量守恒方程。动量方程一般称为 Navier-Stokes 方程(N-S 方程), 但现在也习惯上把连续方程、动量方程和能量方程统称为 Navier-Stokes 方程。

比较上述三个基本控制方程(1-1)、方程(1-3)和方程(1-4), 可以看出, 尽管这些方程中因变量各不相同, 但它们均反映了单位时间单位体积内物理量的守恒性质。如果用 ϕ 表示通用变量, 则上述各控制方程都可以表示成以下通用形式:

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \nabla(\rho \phi u) = \nabla(\Gamma \text{grad} \phi) + S \quad (1-5)$$

式中, ϕ 为通用变量, 可以代表 u 、 v 、 w 、 T 等求解变量; Γ 为广义扩散系数; S 为广义源项。

式(1-5)中各项依次为瞬态项(transient term)、对流项(connective term)、扩散项(diffusive term)和源项(source term)。对于特定的方程, ϕ 、 Γ 和 S 具有特定的形式, 表 1-1 给出了三个符号与各特定方程的对应关系。

通用控制方程中各符号的具体形式

表 1-1

方程 \ 符号	ϕ	Γ	S
连续方程	1	0	0
动量方程	u_i	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + S_i$
能量方程	T	$\frac{k}{c}$	S_T



所有控制方程都可经过适当的数学处理,将方程中的因变量、时变量、对流项和扩散项写成标准形式,然后将方程右端的其余各项集中在一起定义为源项,从而化为形如式(1-5)的通用微分方程。桥梁风工程中通常不考虑温度的变化,即忽略能量方程。

1.2 流体计算方法概述

流体动力学计算中,较常用的方法主要有有限差分法、有限元法、有限体积法和涡方法[Joel H. Ferziger, 2000]。

1.2.1 有限差分法

有限差分法是应用最早、最经典的 CFD 方法,它将求解域划分为差分网格,用有限个网格节点代替连续的求解域,然后将偏微分方程的导数用差商代替,推导出含有离散点上有限个未知数的差分方程组。求出差分方程组的解,就是微分方程定解问题的数值近似解。它是一种直接将微分问题变为代数问题的近似数值解法。这种方法发展较早,比较成熟,较多地用于求解双曲型和抛物型问题。在此基础上发展起来的方法有 PIC(Particle-in-Cell)法、MAC(Marker-and-Cell)法,以及由美籍华人学者陈景仁提出的有限分析法(finite analytic method)等。该方法的主要缺点是对复杂区域的适应性较差及数值解的守恒性难以保证。

1.2.2 有限元法

有限元法是 20 世纪 80 年代开始应用的一种数值解法,它吸收了有限差分法中离散处理的内核,又采用了变分计算中选择逼近函数对区域进行积分的合理方法。该方法把计算区域划分成一系列单元体,在每个单元体上取数个点作为节点,然后通过控制方程作积分来获得离散方程组。有限元法因求解速度较有限差分法和有限体积法慢,因此应用不是特别广泛。在有限元法的基础上,英国 C. A. Brebbia 提出了边界元法和混合元法等方法。该方法的最大优点是对不规则区域的适应性好。

1.2.3 有限体积法

有限体积法是将计算区域划分为一系列控制体积,将待解微分方程对每个控制体积分得出离散方程。有限体积法的关键是在导出离散方程的过程中,需要对面上的被求函数本身及其导数的分布作出某种形式的假定,这种构成方式就是有限体积法中的离散格式。用有限体积法导出的离散方程可以保证具有守恒特性,而且离散方程系数物理意义明确,计算量相对较小。1980 年, S. V. Patanker 在其专著《Numerical Heat Transfer And Fluid Flow》中对有限体积法作了全面的阐述。此后,该方法得到了广泛应用,是目前 CFD 应用最广的一种方法。当然,对这种方法也在不断地进行研究和扩展,如 P. Chow 提出了适用于任意多边形非结构网格的扩展有限体积法。

有限体积法由于其原理简单,物理意义明确,更容易编制出通用的求解程序而在



CFD 领域得到了大量应用。传统的求解模块大都基于结构化网格进行编程,该方法划分网格快,空间离散格式方便。其明显的缺点是不利于求解复杂边界的问题,但非结构化网格却可以很好地避免该缺点,由于其划分网格的任意性,理论上非结构化网格可以适应任意复杂的边界,该方法也是本书所讨论的方法。

1.2.4 涡方法

涡方法是求解不可压缩黏性流动的一种 Lagrange 型粒子方法[周志勇,2001]。其基本思想是将连续分布的涡量场离散为一系列小涡,由这些小涡的相互作用计算它们的运动,以模拟流体的流动。涡方法的优越性:数值耗散小,具有自适应性,不需分别考虑层流或湍流状态,不需要网格,适合于模拟绕复杂外形的分离流动。在黏性流动的二维涡方法中,主要有离散涡方法和确定性涡方法两类。

随机涡方法是由 Chorin(1973)提出,该方法将流场离散为许多涡团,每一个涡团都有一个有限的涡核,其涡量按行函数分布。随机涡方法数值求解 Navier-Stokes 方程分为三步:第一步求解 Euler 方程以计算涡团的对流运动;第二步给涡团位置叠加一个随机量以模拟涡量的黏性扩散;第三步由固壁表面生成新涡团以满足无滑移边界条件。该方法简便,易于实现,能适应复杂几何外形的物体,但其精度相对较低。

确定性涡方法采用非随机的确定性算法来模拟涡元之间的涡扩散过程,从而使每个涡元的强度在运动过程中不断变化。这是目前所提出的确定性涡方法的共同特点,如粒子强度交换法、形函数求导法、Green 函数法等,这类方法的优点是精度较高。

1.3 空间离散格式

在任意个单元控制体积上对流体控制方程的通用格式取积分形式,得到有限体积法下的流体通用方程为[Joel H. Ferziger, 2000]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV + \int_S \rho \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S \Gamma \text{grad} \phi \cdot \mathbf{n} dS + \int_V q_\phi dV \quad (1-6)$$

暂不考虑瞬态项,方程(1-6)变为:

$$\int_S \rho \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S \Gamma \text{grad} \phi \cdot \mathbf{n} dS + \int_V q_\phi dV \quad (1-7)$$

式中, $\int_S$ 表示对界面的积分; $\int_V$ 表示对控制体的积分; $\mathbf{v}$ 为速度矢量; $\mathbf{n}$ 为控制面的法向矢量。

从式(1-7)中可以看出,计算的关键在于获得各个控制体界面上的 ϕ 值,图 1-1 显示以一维网格下的计算为例,大写字母代表单元节点,小写字母代表单元的界面。

取一个面为研究对象,例如为了获得界面 ϕ_e 的值,可以有多种计算格式[陶文铨, 2001; Joel

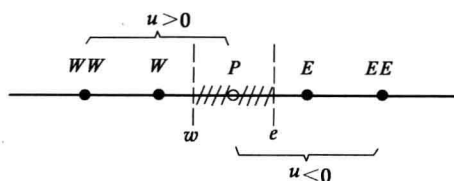


图 1-1 离散格式示意图



H. Ferziger, 2000]。

1.3.1 一阶迎风格式

一阶迎风格式(first order upwind scheme)规定:因对流造成的界面上的 ϕ 值被认为等于上游节点(迎风侧节点)的 ϕ 值。该格式考虑了流动方向的影响,具有一阶截差,即

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P & (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})_e > 0 \\ \phi_E & (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})_e < 0 \end{cases} \quad (1-8)$$

1.3.2 二阶迎风格式

二阶迎风格式(second order upwind scheme)与一阶迎风格的相同点在于,二者都通过上游节点的物理量来确定控制体积界面的物理量。但二阶迎风格式不仅用到上游最近一个节点的值,还要用到另一个上游节点的值。该格式可看作是在一阶迎风格式的基础上,考虑了物理量在节点间分布曲线的曲率影响,具有二阶精度的截差,即

$$\phi_e = \begin{cases} 1.5\phi_P - 0.5\phi_W & (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})_e > 0 \\ 1.5\phi_E - 0.5\phi_{EE} & (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})_e < 0 \end{cases} \quad (1-9)$$

1.3.3 中心差分格式或线性插值格式

所谓中心差分格式(center differencing scheme, CDS),就是界面上的物理量采用线性插值公式来计算,即

$$\phi_e = \phi_E \lambda_e + \phi_P (1 - \lambda_e) \quad (1-10)$$

线性插值因子 λ_e 定义为:

$$\lambda_e = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P} \quad (1-11)$$

当网格均匀分布时, $\lambda_e = 0.5$ 。

1.3.4 QUICK 格式

QUICK(quadratic upwind interpolation of convective kinematics)格式为对流运动的二次迎风插值格式,是一种改进离散方程截差的方法,该方法是在分段线性插值的基础上引入一个曲率修正,表达形式为:

$$\phi_e = \begin{cases} \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_W & (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})_e > 0 \\ \frac{6}{8}\phi_E + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{EE} & (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})_e < 0 \end{cases} \quad (1-12)$$

1.3.5 空间离散格式讨论

数值计算的格式总会引起误差。对流—扩散方程中,对流项离散格式的截断误差小于二阶而引起较大数值计算误差的现象,称为假扩散(false diffusion)。因为这种离散格式截差的首项包含有二阶导数,使数值计算结果中扩散的作用被人为放大了,相当于引入



了人工黏性(artificial viscosity)或数值黏性(numerical viscosity)。

对于任一种离散格式,都希望其既具有稳定性,又具有较高的精度,同时又能适应不同的流动形式,但实际上这种理想的离散格式是不存在的。对以上讨论的离散格式,对比、归纳如表 1-2 所示。

常见离散格式的性能对比

表 1-2

离 散 格 式	稳定性及稳定条件	精度及经济性
中心差分	条件稳定, $Pe \leq 2$	在不发生振荡的参数范围内,可以获得较准确的结果
一阶迎风	绝对稳定	可以获得物理上可以接受的解,但当 Pe 数较大时,假扩散较严重。为避免此问题,常需要加密计算网格
二阶迎风	绝对稳定	精度较一阶迎风格式高,但仍有假扩散问题
QUICK 格式	条件稳定, $Pe \leq 8/3$	可以减少假扩散误差,精度较高,应用较广泛

注: Pe 表示对流与扩散的强度之比, $Pe = \frac{\rho u}{\Gamma / \delta x}$ 。

从表 1-2 中可以看出:

(1)在满足稳定性条件的范围内,通常在截差较高的格式下解的准确度要高一些。例如,具有三阶截差的 QUICK 格式往往可以获得较高的精度。

(2)稳定性与准确性常常是相互矛盾的。准确性较高的格式,如 QUICK 格式,都不是无条件稳定的,而假扩散现象严重的一阶迎风格式则是无条件稳定的。

(3)对于非结构化网格,由于网格空间分布的任意性及单元网格面的可变性,既能保持计算精度,又容易实现的理想格式为中心差分方法(线性插值),本书的空间离散格式采用该方法。

1.3.6 非结构化网格下空间离散格式的应用

上述离散格式中假定了界面中心的值代表了界面的值,同时假定了两个节点的连线与界面的交点就是界面的中心点。但是对于实际的任意形状的非结构化网格,节点连线不一定经过界面的中心,如图 1-2 所示。

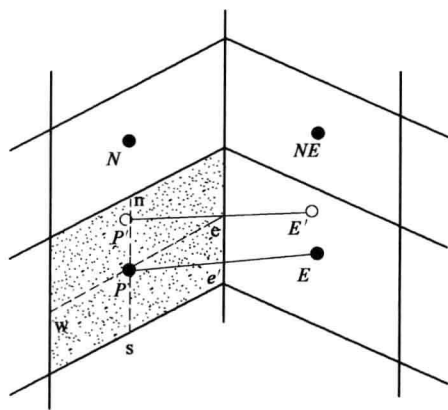


图 1-2 任意二维非结构化网格关系示意图

从图 1-2 中可以看出,节点 P 、 E 连线与界面的交点为 e' 点,该点和界面中心 e 点有一定的距离,而实际需要的应该是 e 点的值。因此,上述讨论的空间离散格式在非结构化网格中应用时应进行一定的修正。修正方法可以为[Joel H. Ferziger, 2000; Samir Muzaferija, 1994]:

(1)修正 P 、 E 点,获得界面中心点 e 所对应的 P' 点和 E' 点的值。该过程可以通过 P 、 E 点的值再加上距离和导数的乘积进行修正,比如:

$$\phi_{P'} = \phi_P + (\text{grad}\phi)_P \cdot (r_{P'} - r_P) \quad (1-13)$$



(2)先计算获得 e' 点的值。首先插值获得界面上值的导数,从而通过距离和导数的乘积修正 e' ,即

$$\phi_e = \phi_{e'} + (\text{grad}\phi)_e \cdot (r_e - r_{e'}) \quad (1-14)$$

1.3.7 应用高阶格式的延迟修正法(deferred correction method)

通过上面格式的讨论可以看出,高阶格式由于引入了更多的相邻节点,从而形成的线性方程组带宽也变大,导致方程求解更费时间,求解过程也相对更不稳定。文献[陶文铨, 2001]介绍了一种既不增加方程组带宽,又能较易实现高阶格式的处理方法为:

$$\phi_e^H = \phi_e^L + (\phi_e^H - \phi_e^L)^* \quad (1-15)$$

式中,上角标 H 及 L 分别表示高阶和低阶格式;“*”表示上一层次的迭代值,在进行当前层次的计算时是已知的,因而在形成离散方程时, ϕ_e^L 部分进入影响系数,即方程组的系数,而带“*”部分则进入代数方程组的源项。这样做可以保证所求解的代数方程组满足对角占优的条件(这也是迭代法收敛所需要的),增加了代数方程组求解过程的稳定性。

因此,延迟修正法的实际意义在于:对于采用低阶离散格式的程序,只需通过在源项中加入对应的高阶项的修正项,就可以直接、方便地实现高阶格式的计算效果。

1.4 时间离散格式

考虑有限体积法通用格式中的瞬态积分项 $\frac{\partial}{\partial t} \int_V \phi dV$, 该项可以转化为以下计算形式:

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = f(t, \phi(t)); \phi(t_0) = \phi^0 \quad (1-16)$$

对式(1-16)进行时间积分有:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{d\phi}{dt} dt = \phi^{n+1} - \phi^n = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t, \phi(t)) dt \quad (1-17)$$

针对不同时刻 $f(t, \phi(t))$ 的计算方法就得到了不同的时间离散格式,常见的有以下几种。

1.4.1 一阶显式欧拉法

该格式取 n 时刻的值作为初值,所以有:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + f(t_n, \phi^n) \Delta t \quad (1-18)$$

从上式可以看出, $n+1$ 时刻的值可以直接通过 n 时刻的值递推得到,因此为显式格式,该格式只具有一阶截差的精度,且是条件稳定的,即时间步长的大小受到限制。

1.4.2 一阶隐式欧拉法

该格式取 $n+1$ 时刻的值作为计算值,所以有:



$$\phi^{n+1} = \phi^n + f(t_{n+1}, \phi^{n+1}) \Delta t \quad (1-19)$$

从上式可以看出, $n+1$ 时刻的值与当前时刻的 f 值有关, 因此为全隐式格式, 为无条件稳定, 只能通过迭代计算获得。

1.4.3 Crank-Nicolson 积分方法

该格式取两个时刻的中间插值作为计算值, 所以有:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + f(t_{n+\frac{1}{2}}, \phi^{n+\frac{1}{2}}) \Delta t \quad (1-20)$$

线性插值得到:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \frac{1}{2} [f(t_n, \phi^n) + f(t_{n+1}, \phi^{n+1})] \Delta t \quad (1-21)$$

从上式可以看出, 该格式需要同时求解当前时刻及前一时刻的值, 因此也称半隐式格式, 为无条件稳定, 相当于空间离散格式中的中心差分格式, 为二阶精度。

1.4.4 多点显式格式(adams bashforth)

该类格式采用更多的点来计算 f 值, 因此提高了计算的精度, 为显式格式, 比如有二阶形式:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \frac{\Delta t}{2} [3f(t_n, \phi^n) - f(t_{n-1}, \phi^{n-1})] \quad (1-22)$$

以及三阶格式形式:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \frac{\Delta t}{12} [23f(t_n, \phi^n) - 16f(t_{n-1}, \phi^{n-1}) + 5f(t_{n-2}, \phi^{n-2})] \quad (1-23)$$

1.4.5 二阶隐式格式(three time level)

该格式形式为:

$$\phi^{n+1} = \frac{4}{3} \phi^n - \frac{1}{3} \phi^{n-1} + \frac{2}{3} f(t_{n+1}, \phi^{n+1}) \Delta t \quad (1-24)$$

通过以上的讨论可以看出, 时间离散格式主要分为显式和隐式两大类。显式格式实现较容易, 计算简单, 但是对时间步要求较高, 该时间步依据最小网格间距确定; 隐式格式计算较复杂, 但无条件稳定, 时间步可以取得较大, 不受网格的限制。在本书的计算中, 时间格式通常取二阶的隐式格式。

1.5 边界条件处理

所谓边界条件, 是指在求解域的边界上所求解的变量或其一阶导数随地点及时间变化的规律。只有给定了合理边界条件的问题, 才可能计算得出合理的流场解。因此, 边界条件是使 CFD 问题有定解的必要条件, 任何一个 CFD 问题都不可能没有边界条件。

(1) 进口边界

流动进口边界, 就是在进口边界上, 指定流动参数的情况。常用的流动进口边界包