普通高中课程标准实验教科书

数学 4（必修）

SHUXUE

教师教学用书

湖北教育出版社数学教材编写组 编著

湖北教育出版社
HUBEI EDUCATION PRESS

普通高中课程标准实验教科书

数学 4（必修）

SHUXUE

教师教学用书

湖北教育出版社
HUBEI EDUCATION PRESS

说　　明

为了配合湖北教育出版社出版的《高级中学课程标准实验教科书·数学》的教学实践，我们编写了这套教师用书.

编写教师用书的目的在于，为教师选取素材提供资源，为设计教学提供参考，也为教师处理教学问题提供服务，帮助老师们在充分考虑数学学科特点和高中生心理特点的前提下，运用多种教学方法和手段，实现课程目标.

编写教师用书的目的也在于，与老师们沟通，呈现我们将课程标准转化为教材的心路历程；交流编写意图，特别是在贯彻基本理念、处理某些矛盾时的所思所为，从而对教科书的指导思想和主要特点形成共识，促使教师创造性地使用教材.

编写教师用书的目的还在于，以教科书为载体，从教学的基本问题出发，和老师们一起，共同领会课程标准的基本精神，立足于以人为本，发展和完善人的高度，构建现代理念下的课堂教学.

本套教师用书一般以教科书的章为单元编写，每章由教育价值、教学目标、教材结构、课时分配、内容分析、相关资源、评价建议和习题解答八部分构成.

教育价值：是课程目标在本章的具体化，也是课程设计中确定本章为教学内容的理由.

教学目标：是本章要达到的基本目标，它比课程标准中《内容与要求》要具体些.

教材结构：主要介绍三个方面：知识如何定位，教材怎样展开，有何特点.

课时分配：对每一小节所需的教学课时数作了大致的估计.

内容分析：一般按章头语、各大节逐次展开. 每大节包括三个项目：内容概述及基本要求、重难点分析和教学建议. 其中教学建议是主体，阐述教学中应该强调什么，注意什么，例题的功能及其处理. 除此之外，还涉及到旁批、交流话题、信息技术链接及教科书中课件符号标识处的教学思考等.

相关资源：在于展示本章内容的知识背景，为教学提供素材，包括重要结论的推理、证明与拓展.

评价建议：回答评价什么，如何评价等问题，并提供必要的参考案例.

习题解答：不仅包括练习、习题、复习题等基本题型的参考答案，还就《阅读与讨论》中的讨论题、《思考与实践》中的问题给出了可供参考的解决方案.

我们希望通过上述栏目的设置，既有助于解决教学设计、教学实施中的主要问题，满足教学的基本需要，又能拓展教师的视野，提升数学教学的境界.

诚然，有些想法虽然很好，却是我们力所不及的. 比如评价建议，又比如教学目标中的情感目标，如何落实和实践还有待于我们共同去研究和探索.

我们的课程改革，从理念、内容到实施，与过去相比都有较大的变化. 要实现课程改革的目标，教师是关键. 教师不仅是课程的实施者，而且也是课程研究、建设和资源开发的重要力量. 我们殷切地希望各位老师能为这套教师用书建言，更为教科书的完善献力，使它们更加有利于教师创造性地进行教学，更加有利于学生主动地学习和发展.

本套教师用书由湖北教育出版社数学教材编写组编写，主编齐民友，副主编裴光亚，徐学文，郭熙汉. 本册主要编者是樊孝农，谢志庆，彭树德.

目　　录

第 1 章　三角函数

一、教育价值

本章突出了三角函数的实际背景与应用，因此，通过本章内容的学习，有助于学生认识到三角函数与实际生活的紧密联系，以及三角函数在解决实际问题中的广泛应用，从中感受数学的价值，学会用数学的思维方式去观察、分析现实世界，去解决日常生活和其他学科学习中的问题，发展数学应用意识.

二、教学目标

1. 知识与能力

(1)了解任意角的概念与弧度制，能进行弧度与角度的互化.

(2)理解任意角三角函数(正弦、余弦、正切)的定义(坐标法定义与三角函数线定义).

(3)理解同角三角函数的基本关系式$\left(\sin^2 x+\cos^2 x=1,\dfrac{\sin x}{\cos x}=\tan x\right)$，并能运用于计算、化简与证明.

(4)能导出$\dfrac{\pi}{2}\pm\alpha$，$\pi\pm\alpha$的正弦、余弦、正切的诱导公式，并能运用于计算、化简和证明.

(5)能画出 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$ 的图象，了解三角函数的周期性.

(6)能借助图象理解正弦函数、余弦函数在$[0,2\pi]$，正切函数在$\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$上的性质(单调性、最大值和最小值、图象与 x 轴交点等).

(7)了解 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的实际意义，能借助计算器或计算机画出 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，观察参数 A,ω,φ 对函数图象变化的影响.

(8)会用三角函数解决一些简单的实际问题.

2. 过程与方法

(1)经历对实际背景(现实原型)的分析、概括和抽象，引出三角函数的概念，再运用数学方法研究三角函数模型的性质，最后运用三角函数模型及其性质去解决包括现实原型在内的更加广泛的一类实际问题这一过程，加深对数学的本质的理解，学会数学建模的方法，形成对数学完整的认识.

(2)经历借助单位圆中的三角函数线去探索诱导公式；借助三角函数的图象去发现三角函数的性质的过程，掌握数形结合的方法，体会运算与推理在探索、发现数学结论，建立数学体系中的作用，发展运算能力与推理能力.

(3)通过实际操作计算器、计算机求三角函数值，画三角函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，分析参数变化对函数的影响，强调信息技术的应用.

(4)经历运用三角函数解决一些简单实际问题的过程，体会三角函数的物理背景和三角函数在物理中的应用，从而体会到数学与物理等学科的密切联系.

3. 情感、态度与价值观

(1)进一步丰富数学学习的成功体验，提高学习数学的兴趣，树立学好数学的信心，形成锲而不舍的钻研精神和科学态度.

(2)进一步形成积极参与数学活动，主动与他人合作交流的意识.

(3)认识数学的应用价值和文化价值，崇尚数学的理性精神，体会数学的美学意义，进一步树立辩证唯物主义世界观.

三、教材结构

本章把知识定位在“学生通过实例，学习三角函数及其基本性质，体会三角函数在解决具有周期变化规律的问题时的作用”这一主干内容上. 在内容取舍上削枝强干，在内容展开上突出主干.

为此，首先在章头语中提供了丰富的实际背景，明确提出了本章的学习任务与学习要求.

然后按以下三个单元展开内容：

第一单元(1.1～1.5)(任意角的三角函数)：教材中首先通过具体实例，用运动的观点，将学生初中学过的角的概念推广到任意角的范围；然后介绍了弧度制，通过用弧度制对角的度量，更容易看清角与实数建立起一一对应关系，从而为建立任意角的三角函数的概念作了必须的准备. 在此基础上，教材中选用了一个匀速圆周运动的实例，通过对此实例(现实原型)的分析、概括和抽象，引出了任意角的三角函数概念，使学生经历“问题情境——建立模型”的过程. 接着，为了加强几何直观，教材中利用单位圆中有关的有向线段，将这些函数值分别用它们的几何形式表示出来，一方面可以帮助学生理解三角函数的概念，另一方面也是后继学习的需要. 最后为了求任意角的正弦、余弦值，给学生探索的机会，让学生运用三角函数的定义与单位圆三角函数线，导出同角三角函数间的关系式及正弦、余弦的诱导公式，并利用这些公式进行了一些化简及恒等式的证明.

第二单元(1.6～1.9)(三角函数的图象与性质)：鉴于一方面学生已在模块1中学习了用描点法作函数的图象，另一方面由于所取各点的纵坐标是运用计算器得到的数值，而不易描出对应点的精确位置，因此在教材中，先利用正弦线画出函数 $y=\sin x, x\in[0,2\pi]$ 的图象，并利用诱导公式(1)，把这一图象向左、右平行移动，得到正弦曲线. 接着根据正弦曲线，研究了正弦函数的性质. 在模块1中，学生已学过依据函数图象，探索并了解函数的单调性与特殊点，但正弦函数具有周期性，因此教材重点阐述了如何利用周期性探索并理解正弦函数的单调性与最大值、最小值. 为了激发学生进行思考，鼓励学生自主探索，并在独立思考的基础上进行合作交流，在思考、探索和交流的过程中获取知识，教材阐述了 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的实际意义；借助计算机画出 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，并研究 A,ω,φ 对函数图象变化的影响. 考虑到有些学校目前暂时无计算机设备，因此教材又研究了函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的简图的画法，由此揭示这类函数的图象与正弦曲线的关系. 最后，让学生去画余弦函数和正切函数的图象，并依据图象去探索与理解余弦函数和正切函数的性质.

第三单元(1.10)(三角函数的应用实例)：学习数学模型的最好方法是经历数学建模的过程，即“问题情境——建立模型——解释、应用和拓展”. 为此，教材提供了三角函数的应用的几个案例，目的就是为了使学生在数学建模的过程中学习数学建模. 这样安排，有助于学生理解数学的本质，形成对数学完整的认识.

总之，本章教材的特点是突出了数学建模，加强了几何直观，强调了信息技术的应用，体现

了数学与其他学科的联系，为学生提供了丰富的数学活动机会.

四、课时分配

本章教学时间约需16课时，具体分配如下(仅供参考)：

1.1	任意角	约1课时
1.2	弧度制	约1课时
1.3	任意角的三角函数	约2课时
1.4	同角三角函数的基本关系	约1课时
1.5	诱导公式	约2课时
1.6	正弦函数的图象与性质	约2课时
1.7	余弦函数的图象与性质	约2课时
1.8	正切函数的图象与性质	约2课时
1.9	函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象	约1课时
1.10	三角函数的应用实例	约2课时

五、内容分析

章头语

根据学生的生活经验，提供了大量的三角函数的实际背景——周期现象，并且指出了匀速圆周运动是一种最简单、最直观、最有代表性的周期现象.

在教学中要注意演示弹簧振子、单摆运动，用电脑在大屏幕上展示心电图、潮汐等周期现象，这样可以激发学生的学习兴趣，让学生明确学习任务，建立主动学习的心理基础.

1.1 任意角

1. 内容概述及基本要求

本小节用一个实例——确定神舟5号载人飞船变轨后的位置，把学生已学习的角从不大于周角的非负角扩充到大于周角的任意角，又用“旋转方向”把非负角扩充到任意角，使角也有正角、零角、负角之分.

把角的顶点与平面直角坐标系原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合，依角的终边在直角坐标系中的位置，把角划分为第几象限角或不属于任一象限角.

最后由特殊到一般地归纳出“任一个与角 α 终边相同的角，都可以表示成角 α 与整数个周角的和”这一结论，引出了“终边相同的角的集合”这个概念.

因此，通过本小节的学习，学生应了解任意角的概念，学会在平面直角坐标系中讨论角；能在0°到360°范围内，找出与此范围外任一个已知角终边相同的角，并会判定其在第几象限或不属任一象限；能写出与任一已知角终边相同的角的集合.

2. 重难点分析

本小节的重点是任意角的概念、象限角的概念及终边相同的角的概念. 难点是把终边相同的角用集合与符号语言正确地表示出来，以及区分“象限角”与“区间角”. 正确理解任意角的概念，在直角坐标系中，通过“数形结合”来认识角的几何表示和终边相同的角的集合，是学好本节的关键.

3. 教学建议

教学中，在建立任意角的概念时，首先要多举实例，说明建立这一概念的必要性和它的实际意义. 正角、负角是用来表示具有相反意义的旋转量的，对“旋转量”这个词没有下定义，教学时可以用描述的一般性词语解释，在建立象限角的概念时，应强调平面直角坐标系的建立方法——角的顶点与原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合. 这是判断某角为第几象限角的前提. 在这个前提下，才能提出由终边所在象限来判定某角为第几象限角这一标准. 同时还应向学生指出，终边落在坐标轴上的角，不能成为任何象限的角. 注意“x 的非负半轴”包括原点，这样才能成为角的始边，所以这里不能用“x 轴的正半轴”.

角的概念推广后，学生对“0°到 90°的角”、“锐角”、“第一象限角”和“小于 90°的角”这些概念容易混淆，教学时应引导他们加以辨别. 应强调指出，教材中“0°到 90°的角”指的是区间 $[0°,90°)$；而上述后面三种角的集合可以分别表示成 $\{\theta|0°<\theta<90°\}$，$\{\theta|k\cdot360°<\theta<90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，$\{\theta|\theta<90°\}$.

要引导学生归纳出与角 α 终边相同的一般形式是 $\alpha+k\cdot360°$，并且指出：①$k\in\mathbf{Z}$；②α 是任意角；③终边相同的角不一定相等，但相等的角终边一定相同. 终边相同的角有无限多个，它们相差 360°的整数倍.

例 1 的目的是使学生能在 0°到 360°的范围内，找出与此范围外任何已知角终边相同的角，并判定其为第几象限角. 此例为以后证明恒等式、化简及利用诱导公式求三角函数的值打下了基础.

例 2 的目的是使学生理解终边在坐标轴上的角的集合. 要注意引导学生先对终边的位置进行分析，分别写出对应的集合；然后用“奇偶分析法”求出其并集.

例 3 的目的是使学生理解终边不在坐标轴上的角的集合，并在集合中找出给定区间内的角. 通过例 2、例 3，学生又一次运用了集合表示法和符号语言，这是一种必要的训练，今后会经常用到.

为了联系实际，在练习题、习题中出现了“齿轮转动”及“时钟”等问题，其他练习题和习题皆与例题相似，宜要求学生练好、练熟.

1.2 弧度制

1. 内容概述及基本要求

本小节介绍了度量角的一种新单位制——弧度制，弧度与角度的换算方法，以及弧度的某些简单应用.

通过本小节的学习，使学生了解弧度的意义，能正确地进行弧度与角度的换算，熟记特殊角的弧度数；了解角的集合与实数集 $\mathbf{R}$ 之间可以建立起一一对应的关系；理解弧度制下的弧长公式，会利用弧度解决某些简单的实际问题.

2. 重难点分析

本小节的重点是了解弧度的意义，能正确地进行弧度与角度的换算. 弧度的概念及其与角度的关系，是本节乃至本章的难点. 其中，讲清 1 弧度的角的意义，是建立弧度概念的关键.

3. 教学建议

弧度是学生比较难接受的概念. 在教学中应抓住“度量单位”这一本质属性，使学生体会到弧度也是一种度量角的单位（圆周的 $\frac{1}{2\pi}$ 所对的圆心角或周角的 $\frac{1}{2\pi}$）. 应注意从具体到一般，归

纳出弧长与半径的比由这段弧所对的圆心角的大小决定，而与半径的长度无关. 因此可用圆心角所对的弧长与半径的比(一个实数)表示一个角的大小. 当圆心角所对的弧长是 R(圆的半径)时，这个圆心角所对的弧长与半径的比是 1，此圆心角便是 1 rad 的角.

在教学中要强调：随着角的概念的推广，圆心角与弧的概念也随之推广. 圆心角有正角、零角、负角之分，弧也有正弧、零弧、负弧之分，圆心角与弧的度数也就有了正数、零、负数之分，即圆心角与弧是一一对应的. 因此教材中规定，正角的弧度数是一个正数，负角的弧度数是一个负数，零的弧度数是 0.

在教学中，应注意将弧度制与角度制进行对比. 使学生明确：第一，弧度制是以“弧度”为单位来度量角的单位制，角度制是以“度”为单位来度量角的单位制；第二，1 弧度是等于半径长的弧所对的圆心角(或这条弧)的大小，而 1° 是圆的 $\frac{1}{360}$ 所对的圆心角(或这条弧)的大小；第三，无论是以“弧度”还是以“度”为单位，角的大小都是一个与半径大小无关的数. 同时要强调弧度制比角度制有以下优点：①弧度制下的弧长公式、扇形面积公式比角度制下的相应公式简单；②弧度制表示角的时候，只用十进制，所以容易找出与角对应的实数. 因此，弧度制能方便地在角的集合与实数集 $\mathbf{R}$ 之间建立一种一一对应的关系.

教学中应抓住“$360^\circ=2\pi$ rad $\longrightarrow 180^\circ=\pi$ rad”这个关键，并引导学生以此为基础，算出特殊角如 30°，45°，60°，90°，270° 等的弧度数，以及度与弧度的换算公式.

要强调，用“弧度”为单位度量角时，“弧度”两字可以省略不写，并且常把弧度数写成多少 π 的形式，如无特别要求，不必把 π 写成小数. 还要强调，写出与角 α 终边相同的角(连同角 α 在内)时，要根据角 α 的单位来决定另一项的单位，防止出现 $\frac{\pi}{4}+k\cdot 360^\circ$ 或 $30^\circ+2k\pi$ 一类的错误写法.

例 1 的目的是练习角度与弧度的换算，“度”的单位“°”不能省略，弧度的单位“rad”暂不要省略.

例 2 的目的是推导弧度制下的弧长公式；例 3 的目的是推导弧度制下扇形面积公式. 使学生体验利用弧度制推导上面两个公式比用角度制推导简单一些.

例 4 的目的是为了介绍弧度的简单应用.

本小节的练习和习题基本上是与教材正文和例题搭配的，并注意了联系实际和巩固上一小节学过的“双基”.

1.3 任意角的三角函数

1. 内容概述及基本要求

本小节通过对匀速圆周运动的一个实例的分析、概括和抽象，建立三角函数的概念. 用坐标法定义了任意角的正弦、余弦、正切函数，并利用与单位圆有关的有向线段，将这些函数值分别用它们的几何形式表示出来. 最后研究了正弦、余弦、正切函数的定义域和这三种函数的值在各象限的符号.

通过本小节的学习，要使学生理解任意角三角函数(正弦、余弦、正切)的定义；理解如何利用与单位圆有关的有向线段，将角 α 的正弦、余弦、正切函数值分别用正弦线、余弦线、正切线表示出来；掌握正弦、余弦、正切函数的定义域和这三种函数的值在各象限的符号.

2. 重难点分析

本小节的重点是任意角的正弦、余弦、正切的定义、定义域和函数值在各象限的符号. 它们

是本章的基本概念，如果学生掌握不好，将会给学习后续内容带来困难，所以它又是学好全章内容的关键. 将任意角 α 的正弦、余弦、正切函数值分别用它们的几何形式表示出来，是学习本小节的难点；了解三种线段的正、负与坐标轴的正、反方向的对应，以及这三种有向线段（的数量）与三种三角函数值之间的对应，则是克服这一难点的关键.

3. 教学建议

为了帮助学生体会三角函数是描述周期性变化运动的重要数学模型，教材中选用了我国载人航天飞船变轨后绕地球做匀速圆周运动这一实例. 从确定 t 时刻飞船在轨道上的位置出发，分析、概括得出三个比值分别是 α（$\alpha=\omega t$，ω 为飞船的角速度）的函数，从而建立任意角的三角函数概念. 这种处理方式是以往教材没有的. 它充分体现了三角函数的概念是来自描述周期变化运动，同时有助于学生明确第 1.1 节、第 1.2 节正是为建立任意角的三角函数作准备的（一方面把角推广为任意角，另一方面建立角的集合与实数集合的一一对应，这样三角函数便可以看做是以实数为自变量的函数了），并且又为广大教师开发教材起了一个示范作用（尽量选择学生感兴趣的，与其生活紧密相关的素材）.

在教学中要注意突出由于相似三角形的性质，对于确定的角 α，这三个比值（如果存在）都不会随点 P 在 α 的终边上的位置的改变而改变，因而正弦、余弦、正切分别建立了一个角的集合到一个比值的集合的映射. 所以正弦、余弦、正切都是以角为自变量，以比值为函数值的函数，分别记作 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\tan\alpha$，统称为三角函数. 三角函数记号是一个整体，离开自变量的“sin”，“cos”，“tan”是没有意义的.

在教学正弦线、余弦线、正切线时，一定要紧密结合教材中的图 1-8，并强调：正弦线、正切线的方向与 y 轴一致，向上为正，向下为负，它们的数值分别等于角 α 的正弦值、正切值；余弦线的方向与 x 轴一致，向右为正，向左为负，它的数值等于角 α 的余弦值. 这里的关键是讲清以下三个式子的全部含义：

$$\sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{y}{1}=y=MP,$$

$$\cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{x}{1}=x=OM,$$

$$\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{MP}{OM}=\frac{AT}{OA}=AT.$$

此外，必须强调，作正切线时，必须使 AT（这里起点 A 一定是单位圆与 x 轴的非负半轴的交点）在点处与单位圆相切，终点 T 是切线与角 α 终边的交点.

对正弦、余弦、正切函数定义域的教学要十分重视，确定这三种三角函数的定义域时，应抓住分母等于零的比值无意义这一关键. 因此对正切函数的定义域要特别小心.

为了培养学生的探究能力，教材对三种三角函数值在各象限内的符号留下空白，让学生根据这三种三角函数的定义和各象限内的坐标的符号导出三种函数值在各象限内的符号，然后填空，也体现了新课标的理念.

在教学中还要注意本节的最后归纳：由于角的集合与实数集之间可以建立一一对应关系，因此这三种三角函数都可以看成以实数为自变量、以比值为函数值的函数. 又由于圆心角与它所对的弧之间也是一一对应的，所以这三种三角函数又可以看成以弧为自变量的函数. 这就使三角函数具有更广泛的意义.

例 1、例 2 的目的是为了巩固任意角的三角函数的概念.

例 3 的目的是为巩固单位圆和三角函数线的概念.

例4、例5从正、反两个方面巩固三种三角函数值在各象限内的符号.

练习题与习题是按照本小节教材的正文和例题设计的，其中习题1.3中第7题是为了发挥单位圆的作用，借助单位圆的直观，为学生以后自主地探索三角函数的有关性质打下基础.

1.4 同角三角函数的基本关系

1. 内容概述及基本要求

本小节组织学生依据任意角三角函数的定义，自主探究同角三角函数的关系式，在思考、探索和交流的过程中总结它们的两类基本应用：一是根据一个角的正弦、余弦、正切中的一个值求其余两个值，二是进行化简与证明.

2. 重难点分析

本小节的重点是公式 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 及 $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$ 的探究及下述应用：

(1)已知某任意角的正弦、余弦、正切值中的一个，求其余两个；

(2)化简三角函数式；

(3)证明简单的三角恒等式.

其中，根据 α 终边所在象限求出其三角函数值，是本小节的一个难点，它的结果不唯一，需要讨论. 正确运用平方根及象限角的概念，是解决这一难点的关键. 在证明恒等式时，判断哪一种格式较为简便并予以采用，是本小节的另一难点. 为了解决这一难点，应给予学生一定的训练，让学生自己去体会.

3. 教学建议

怎样组织学生开展"自主探索、合作交流"？

(1)探索的问题要明确：

本小节可以运用"一切客观事物都是互相联系的和具有内部规律的"这一辩证唯物主义观点提出问题.

探讨：①$\sin\alpha$ 与 $\cos\alpha$ 之间有什么样的关系式成立？②$\sin\alpha$，$\cos\alpha$ 与 $\tan\alpha$ 之间有什么样的关系式成立？

再探讨：这两个基本关系式有哪些基本应用？

(2)交流的过程要有"序"：

首先要给足够的时间让学生个人独立思考，然后给适当的时间组织小组讨论，最后组织全班交流，注意开展互相评价.

(3)总结要全面：

本小节发现的规律是：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 及 $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$. 它们的特点是"同角"，且这两个关系式都是对于使它们有意义的那些角而言的.

其应用有两类：

(1)"知一求二"，即根据一个角的正弦、余弦、正切中的一个值，可求其余二个值；

(2)化简、证明，即化简三角函数式与证明三角函数恒等式.

要求：

①对于两个公式，要求学生会正用、逆用、变形用，例如

$$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha,\ \cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha,$$

$\sin\alpha=\cos\alpha\tan\alpha,\cos\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\tan\alpha},$

$\tan\alpha=\dfrac{1}{\cot\alpha},\cot\alpha=\dfrac{1}{\tan\alpha};$

②“知一求二”要注意该角所在象限，从而出现一组或两组结果；

③化简要尽量化成最简形式；

④证明恒等式，会多角度考虑，运用多种方法证明.

本小节的问题1，2，3是为了揭示“知一求二”的规律.

例1是为了揭示“化简”的规律：(1)是关于 $\sin\alpha,\cos\alpha$ 的一次齐次式，分子分母同除以 $\cos\alpha$，便可以化为关于 $\tan\alpha$ 的有理式；(2)运用 $1=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$，把此分式化为关于 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$的二次齐次式，分子分母同除以 $\cos^2\alpha$，便可以化为关于 $\tan^2\alpha$ 的有理式.

例2是为了揭示“证明”的规律，可以把左边恒等变形，变为右边；也可以把右边恒等变形，变为左边；还可以左、右分别恒等变形，变为“同一个式子”.

本小节的练习和习题基本上是按照教材正文和例题备配. 其中有些题目要求灵活运用公式.

1.5 诱导公式

1. 内容概述及基本要求

本小节借助单位圆中的三角函数线，利用“圆对直径的反射对称性”与“圆的旋转不变性”，引导学生逐步探索出 $-\alpha,\dfrac{\pi}{2}+\alpha,\pi+\alpha,\dfrac{\pi}{2}-\alpha,\pi-\alpha,,2\pi-\alpha,2k\pi+\alpha$ 与 α 的三角函数间的关系，得到六组诱导公式. 通过这些公式，把任意角的正弦、余弦、正切值分别转化为锐角的正弦、余弦、正切值，从而渗透了把未知问题化归为已知问题的数学思想.

通过本小节的学习，学生能掌握正弦、余弦、正切的诱导公式，正确运用这些公式求任意角的正弦、余弦、正切值，以及进行简单三角函数式的化简与恒等式证明；能通过公式的探索，培养学生分析问题和解决问题的能力；能通过公式的运用，了解从未知到已知，从复杂到简单的转化过程.

2. 重难点分析

本小节的重点是六组诱导公式，以及这六组诱导公式的综合运用. 把这六组诱导公式用两句话归纳出来，并切实理解这两句话中每一词语的含义，是掌握这六组公式的难点所在. 引导学生探索、归纳，是突破上述难点的关键.

3. 教学建议

学习诱导公式的目的之一是把求任意角的三角函数值转化为求锐角三角函数值，教学时应注意向学生作一交代.

因为是借助单位圆的直观，引导学生探索诱导公式. 由圆对直径的反射对称性和旋转不变性容易得到 $-\alpha,\dfrac{\pi}{2}+\alpha$ 与 α 的三角函数的关系，所以首先探索 $-\alpha,\dfrac{\pi}{2}+\alpha$ 的诱导公式. 然后依据这两组诱导公式逐步推导出其他四组诱导公式. 这正是贯彻新课标“倡导积极主动，勇于探索的学习方法”的基本理念.

在教学中要注意引导学生把六组诱导公式分两类各用一句话概括出来. 两套诱导公式可以概括为：$k\cdot 90^\circ\pm\alpha(k\in\mathbf{Z})$的各三角函数值，当 k 为偶数时，得 α 的同名函数值；当 k 为奇数

时，得 α 的余名函数值；然后在前面加上一个把 α 看成锐角时原函数值的符号. 为了便于记忆，还可以编成一句口诀："奇变偶不变，符号看象限."

把任意角的三角函数转化为锐角三角函数进行计算，转化流程应让学生自己总结出来.

例 1 的目的是求任意角的正弦、余弦、正切值.

例 2 的目的是化简某些含正弦、余弦、正切函数的式子.

例 3 的目的是分奇、偶讨论化简三角函数式，最后结果又合二归一.

例题虽然未涉及恒等式的证明，但化简题很容易改成证明题，所以诱导公式的应用应包括求值、化简和证明恒等式三个方面.

本小节的练习题与习题基本上是按照教材正文的内容、顺序和例题配备的. 为了加强综合训练，在习题 1.5 中安排了第 6，7 题.

1.6 正弦函数的图象与性质

1. 内容概述及基本要求

本小节先利用正弦线画出了函数 $y=\sin x, x\in[0,2\pi]$ 的图象，并根据"终边相同的角有相同的三角函数值"，把这一图象向左、向右平行移动，得到正弦曲线. 然后利用正弦曲线研究周期性，介绍周期函数、周期与最小正周期；利用正弦曲线研究正弦函数的奇偶性；利用 $y=\sin x, x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$ 的图象与周期性研究了正弦函数的单调性与最大值、最小值以及正弦函数的图象与 x 轴的交点. 最后介绍了"五点法"画出定义在闭区间 $[0,2\pi]$（其长度为一个周期）上正弦函数的简图.

通过本小节的学习，学生应该会用正弦线画出正弦函数的图象；了解周期函数、周期和最小正周期的意义；并通过正弦曲线理解正弦函数的性质；会用"五点法"画正弦函数的简图，会用这一方法画出与正弦函数有关的某些简单函数在长为一个周期的闭区间 $[0,2\pi]$ 的简图.

2. 重难点分析

本小节的重点是正弦函数的图象与性质，利用正弦线画出函数 $y=\sin x, x\in[0,2\pi]$ 的图象. 难点是周期函数、周期、最小正周期的意义以及利用周期性与正弦函数的图象研究其单调性、最大值、图象与 x 轴的交点. 类比星期几周期性的出现及每学期每个班只需排一周课表的实例是突破这一难点的好办法.

3. 教学建议

在本小节的教学中首先应让学生实际操作利用正弦线画函数 $y=\sin x, x\in[0,2\pi]$ 的图象，并操作把这一图象向左、右连续地平行移动（每次 2π 个单位长度），得出完整的正弦曲线. 要注意，将三角函数的自变量（弧度）表示到 x 轴上时，其单位长度应该与表示函数值的 y 轴上的单位长度一致，通常取 $\pi\approx 3$. 这样做，有利于不同的人画出形状基本相同的曲线，从而对曲线建立起正确的认识. 教师应在黑板上示范作图.

讲解周期函数与周期的意义时，应强调以下几点：①"当 x 取定义域内的每一个值时，都有 $f(x+T)=f(x)$（T 是常数且 $T\neq 0$）"中的"每一个值"四个字；②并非所有周期函数都有最小正周期；③若不加特别说明，教材中今后所涉及到的周期，一般都是指函数的最小正周期；④正弦函数的最小正周期是 2π. 下面证明正弦函数的最小正周期是 2π.

由于 2π 是它的一个周期，所以只需证明任意一个小于 2π 的函数都不是它的周期.

设 T 是正弦函数的最小正周期，且 $0<T<2\pi$，那么根据周期函数的定义，当 x 取定义域

内的每一个值时，都有

$$\sin(x+T)=\sin x.$$

令 $x=\frac{\pi}{2}$，代入上式得

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+T\right)=\sin\frac{\pi}{2}=1.$$

但 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+T\right)=\sin\left[\frac{\pi}{2}-(-T)\right]=\cos T$，所以 $\cos T=1$.

根据余弦函数的定义，当 $\alpha\in(0,2\pi)$ 时，$\cos\alpha=\frac{x}{r}<1$，这说明上述 $\cos T=1$ 是不可能的. 于是 T 必须等于 2π，即正弦函数的最小正周期是 2π.

以上证明，不必向学生讲.

注意把“奇函数”、“偶函数”与“周期函数”从形式上加以对比，利用函数的图象来说明“奇函数”、“偶函数”、“周期函数”各是什么意义是有益的.

运用正弦函数的周期性与其图象，研究正弦函数的单调性、最大值与最小值以及其图象与 x 轴的交点的坐标的方法是研究一切周期函数的性质常用的方法，务必使学生掌握.

“五点法”作正弦函数在长度为一个周期的闭区间上的简图是从正弦曲线的特性中归纳出来的. 从图象看性质，用性质画简图，体现了“数形结合”这一基本数学思想的作用，教学时注意让学生认真品味.

例 1 的目的是借助函数 $y=\sin 2x$ 的图象理解它的周期，并用周期的定义验证 π 是它的一个周期，使学生感受到其周期与自变量 x 的系数有关. 按照普通高中数学课程标准的要求，是不必归纳出 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(x\in\mathbf{R})$（其中 A,ω,φ 为常数，且 $A\neq 0,\omega>0$）的周期公式 $T=\frac{2\pi}{\omega}$ 的，只需观察图象，说出它的一个周期，然后依周期的定义加以验证即可.

例 2 的目的是求出使某些与正弦、余弦函数有关且定义域在实数集 $\mathbf{R}$ 上的简单函数取得最大值、最小值的自变量x的集合，并说出最大值、最小值是什么.

例 3 的目的是利用正弦函数的单调性比较两个正弦函数值的大小. 两个正弦函数值的大小的比较，是设法把它们的自变量通过诱导公式化到正弦函数的某同一单调区间上.

例 4 的目的是利用“五点法”画出与正弦、余弦函数有关且定义在闭区间$[0,2\pi]$上的某些简单函数的简图，并把它们分别与 $y=\sin x,x\in[0,2\pi]$的图象进行对比，分析两者的关系.

练习题与习题是按教材正文与例题配备的，但也编进了一些思考量大、综合性程度高的习题，如习题 1.6 中的第 1(2)，5(2)，8 题.

1.7 余弦函数的图象与性质

1. 内容概述及基本要求

本小节为了贯彻《课标》关于“教材的呈现应为引导学生自主探索留有比较充分的空间，有利于学生经历观察、实验、猜测、推理、交流、反思等过程”的要求，首先依据诱导公式 $y=\cos x=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$，把正弦曲线向左平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度，得到余弦曲线；然后类比正弦函数的性质的研究方法，研究了余弦函数的周期性、奇偶性、单调性、最大值、最小值、图象与 x 轴的交点；最后介绍了“五点法”画出定义在闭区间$[0,2\pi]$（其长度为一个周期）上余弦函数的简图.

因此通过本小节的学习，学生应该会画余弦函数的图象；能通过余弦曲线了解余弦函数的性质；会用“五点法”画余弦函数的简图，会用这一方法画出与余弦函数有关的某些简单函数在长度为一个周期的闭区间$[0,2\pi]$上的简图.

2. 重难点分析

本小节的重、难点与“正弦函数”类同.

3. 教学建议

依据《课标》关于“学生的数学学习活动不应只限于接受、记忆、模仿和学习，高中数学课程还应倡导自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等学习数学的方式”的精神，建议本小节先让学生阅读自学，动手实践，通过将正弦曲线向左平移$\frac{\pi}{2}$得出余弦曲线，或仿照正弦曲线的画法用单位圆上的余弦线画出余弦曲线；然后用“自主探究、合作交流”的方式，得出余弦函数的性质；最后在思考、探索与交流的过程中求解例题.

例题、习题的配置目的与正弦函数相仿，在习题1.7中安排了一些思考量大、灵活性强、综合程度高的题目.

1.8 正切函数的图象与性质

1. 内容概述及基本要求

本小节首先借助单位圆、正切线，说明了正切函数是以π为周期的周期函数. 根据这一性质，利用正切线先画出函数$y=\tan x, x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$的图象，再把它向左、右扩展，得到正切函数

$$y=\tan x, x\in\mathbf{R}, \text{且 } x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, (k\in\mathbf{Z})$$

的图象，即正切曲线. 然后利用正切曲线研究了正切函数的主要性质：周期性、值域、奇偶性、单调性、图象与x轴的交点.

通过本小节的学习，学生应会画正切函数的图象，并通过图象理解正切函数的性质.

2. 重难点分析

本小节的重点是正切函数的图象与性质. 难点是正切曲线的作法，以及理解直线$x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$是其渐近线. 为了克服这一难点，在画出正切曲线后，要充分利用图形讲清正切函数的特性. 如定义域必须去掉$x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$各点，此函数无最大值也无最小值，周期是$\pi$，从而在每个区间$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right)(k\in\mathbf{Z})$上都是增函数等等. 这样，利用函数性质来说明函数图象，以数助形，数形结合，是克服上述难点的好办法.

3. 教学建议

在作正切函数$y=\tan x$的图象时，应使学生了解：

(1)因为$y=\tan x$的定义域是$\left\{x\,\middle|\,x\in\mathbf{R}, x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}\right\}$，所以它的图象被$x=\pm\frac{\pi}{2}$，$\pm\frac{3\pi}{2}$，…即$x=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$等相互平行的直线所隔开，而在相邻两平行线之间的图象是连续变化的.

(2)作正切函数 $y=\tan x$ 的图象，由于函数的周期是 π，只要作出长度为一个周期的区间 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 内函数的图象，然后再将它沿 x 轴左、右移动，每次移动的距离为 π 个单位，就可得到函数 $y=\tan x, x\in\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in\mathbf{Z})$ 的图象——正切曲线.

研究函数 $y=\tan x$ 的单调性，首先取一个长度为 π 的基本区间 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，由其图象知 $y=\tan x, x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增，再由周期性知 $y=\tan x$ 在开区间 $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right)(k\in\mathbf{Z})$ 上单调递增. 不能说 $y=\tan x$ 在定义域内是单调增函数.

例 1 的目的是求定义域时，要特别注意正切函数本身的定义域，本例中 $x+\frac{\pi}{4}\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ 容易漏掉.

例 2 的目的是比较正切函数值的大小，要注意利用诱导公式把自变量化到正切函数的单调区间上.

练习题中第 1 题是要求学生通过观察正切曲线，写出满足 $\tan x>0$，$\tan x=0$，$\tan x<0$ 等条件的 x 的值的范围. 这是看图象写结果，不要求学生解三角方程或三角不等式. 习题 1.8 中第 4 题也是如此.

1.9 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象

1. 内容概述及基本要求

本小节用交流电流 I 与时间 t 的变化关系、单摆中小球离开平衡位置的位移 s 与时间 t 的函数关系，阐述函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的实际意义，并指出形如 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的函数是描述许多周期现象的重要数学模型；接着指出可用几何画板画函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，并在“信息技术链接”中介绍了运用几何画板观察参数 A,ω,φ 对函数图象的影响；考虑到有些中学暂时无计算机设备，为此介绍了怎样用“五点法”画出函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的简图，揭示了得到函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $A>0,\omega>0$）的图象的一种思维过程；最后介绍了振幅、周期、频率、相位和初相的物理意义.

因此，通过本小节的学习，学生应了解 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的实际意义，会在计算机上画出 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的简图，观察参数 A,ω,φ 对函数图象变化的影响；会用“五点法”画出函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的简图，同时了解本小节渗透的由简单到复杂，由特殊到一般的化归的数学思想.

2. 重难点分析

本小节的重点是了解 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的实际意义，在计算机上画出 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，会用“五点法”画出 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的简图. 难点是建立描述周期变化的运动规律的数学模型.

3. 教学建议

在教学中要充分展示建立描述单摆的运动规律的数学模型的过程，这一过程实质是把单摆这种周期运动化为基本的“匀速圆周运动”，利用“匀速圆周运动”的数学模型建立单摆的数学模型. 要使学生从中领悟这一转化的思想方法.

有计算机设备的学校，一定要组织学生在计算机上实际操作，在操作中学会 $y=$

$A\sin(\omega x+\varphi)$的图象的画法.没有计算机设备的学校，要讲清画函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的简图，主要是先确定五个点，这五个点是使函数取得最大值、最小值以及曲线与 x 轴相交的点.指出它们的方法是作变量代换，设 $X=\omega x+\varphi$，由 X 取 $0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2},2\pi$ 来确定对应的 x 的值.

例 1 的目的是巩固“五点法”作简图，同时留有一个思考题，旨在引导学生归纳出由 $y=\sin x$的图象经相位变化、周期变化、振幅变化得到 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象.也可以改变顺序，不先交相位，此时容易出错，教学时应引起注意.

例 2 的目的是为了说明音乐中的周期现象，认识这一周期现象的变化规律，进一步体会三角函数是刻画周期现象的重要模型.

在练习题与习题中编入了“由形到数”的题目，例如，练习题中第 3 题与习题 1.9 中第 1 题.还编入了一些综合程度高的题目，例如，习题 1.9 中第 3,5 题.

1.10 三角函数的应用实例

1. 内容概述及基本要求

由于三角函数是描述周期变化的数学模型，学习数学模型的最好方法是经历数学建模的过程，即“问题情境——建立模型——解释、应用与拓展”，所以本章是按三个单元展开内容的，即第一单元——建立“三角函数”模型阶段；第二单元——研究“三角函数的图象与性质”阶段；第三单元——应用三角函数解决实际问题阶段.本小节提供了应用三角函数解决实际问题的几个案例.

通过本小节的学习，学生将了解和经历“实际情境$\longrightarrow$提出问题$\longrightarrow$数学模型$\longrightarrow$数学结果$\longrightarrow$检验$\xrightarrow{\text{符合实际}}$可用结果”解决实际问题的全过程，体验数学与日常生活及其他学科的联系，感受数学的实用价值，增强应用意识，提高实践能力.

2. 教学建议

数学建模可以根据教学内容以及学生的实际情况提出一些问题供学生选择（如本小节例 1、例 2、例 3 与习题 1.10 第 1 题）；或提供一些实际情境，引导学生提出问题（习题1.10第 3 题）；特别要鼓励学生从自己生活的世界中发现问题、提出问题.

数学建模可以采取课题组的学习模式，教师应引导和组织学生学会独立思考、分工合作、交流讨论、寻求帮助，教师应成为学生的合作伙伴和参谋.

数学建模活动中，应鼓励学生使用计算机、计算器等工具，在必要时教师应给予适当的指导.

教师应指导学生完成数学建模报告，报告中应包括问题提出的背景、问题解决方案的设计、问题解决的过程、合作过程、结果的评价以及参考文献等.

评价内容应关注以下几个方面：

——创新性.问题的提出和解决的方案是否有新意.

——现实性.问题是否来源于学生的现实.

——真实性.是否是学生本人参与制作的，数据是否是真实的.

——合理性.建模过程中使用的数学方法是否得当，求解过程是否合乎常理.

——有效性.建模的结果是否有一定的实际意义.

对数学建模的评价可以采取答辩会、报告会、交流会等形式进行，通过师生之间、学生之间的提问交流给出定性的评价，应特别鼓励学生工作中的“闪光点”.