

义务教育课程标准实验教科书

同步练习册

数学

初中二年级(八年级)(上)

华东师范大学出版社

义务教育课程标准实验教科书

同步练习册

◎本书编写组 编

数 学

初中二年级（八年级）（上）

华东师范大学出版社

同步练习册
数 学
初中二年级(八年级)(上)

编 者 本书编写组
责任编辑 李文革 钱青慧
封面设计 卢晓红
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 www.ecnupress.com.cn www.hdsdbook.com.cn
市场部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 宜兴德胜印刷有限公司
开 本 787×1092 16 开
印 张 6.75
字 数 173 千字
版 次 2006 年 7 月第四版
印 次 2006 年 7 月第三次
印 数 79 001-90 000
书 号 ISBN 7-5617-3025-X/G·1533
定 价 8.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

目 录

第 12 章 数的开方	1	单元测试	53
12.1 平方根与立方根(1)	1	数学乐园	55
12.1 平方根与立方根(2)	3	七巧板和勾股定理	55
12.1 平方根与立方根(3)	5	第 15 章 平移与旋转	56
12.2 实数与数轴(1)	7	15.1 平移(1)	56
12.2 实数与数轴(2)	9	15.1 平移(2)	58
单元测试	10	15.2 旋转(1)	60
数学乐园	12	15.2 旋转(2)	62
π 的寓言	12	15.2 旋转(3)	64
向 $\sqrt{2}$ 逼近的梯子	13	15.3 中心对称(1)	66
第 13 章 整式的乘除	14	15.3 中心对称(2)	68
13.1 幂的运算(1)	14	15.4 图形的全等	70
13.1 幂的运算(2)	16	单元测试	72
13.1 幂的运算(3)	18	数学乐园	74
13.1 幂的运算(4)	20	埃舍尔与他的镶嵌图形	74
13.2 整式的乘法(1)	22	角度能规定正与负吗?	75
13.2 整式的乘法(2)	24	第 16 章 平行四边形的认识	76
13.2 整式的乘法(3)	26	16.1 平行四边形的性质(1)	76
13.2 整式的乘法(4)	28	16.1 平行四边形的性质(2)	78
13.3 乘法公式(1)	30	16.2 矩形、菱形与正方形的	
13.3 乘法公式(2)	32	性质(1)	80
13.3 乘法公式(3)	34	16.2 矩形、菱形与正方形的	
13.4 整式的除法(1)	36	性质(2)	82
13.4 整式的除法(2)	38	16.2 矩形、菱形与正方形的	
13.5 因式分解	40	性质(3)	84
单元测试	42	16.3 梯形的性质	86
数学乐园	44	单元测试	88
玩数	44	数学乐园	90
第 14 章 勾股定理	45	完美正方形	90
14.1 勾股定理(1)	45	幻“直线”	90
14.1 勾股定理(2)	47	期中测试	91
14.2 勾股定理的应用(1)	49	期末测试	93
14.2 勾股定理的应用(2)	51		

第 12 章 数的开方

12.1 平方根与立方根(1)

知识导航

通过本课的学习,你将会理解平方根、算术平方根的概念及符号,掌握简单的开平方运算.在前面,我们学过乘方(平方)运算,通过本课的学习,你将会了解开平方与平方之间的互逆关系,我们可以用平方运算来检验开平方是否正确.

基本训练

1. 判断下列说法是否正确,如果不正确,请予以改正:

(1) $(-3)^2$ 的平方根是 3. ()

(2) -4 的平方根是 -2 . ()

2. 填空:

(1) 16 的平方根是 _____, 因为 _____ 的平方等于 16;

(2) 1.96 的算术平方根是 _____, 因为 _____ 的平方等于 1.96, 并且 _____.

3. 下列说法中正确的是().

(A) -9 的平方根是 -3

(B) 9 的平方根是 3

(C) 9 的算术平方根是 ± 3

(D) 9 的算术平方根是 3

4. 下列各数有没有平方根? 若有, 请求出它的平方根; 若没有, 请说明理由.

(1) 121;

(2) 0;

(3) $2\frac{1}{4}$;

(4) $-\frac{1}{9}$.

5. 某玩具厂要制作一批体积为 $100\,000\text{ cm}^3$ 的长方体包装盒, 其高为 40 cm. 按设计需要, 底面应做成正方形. 试问底面边长应是多少?

探索天地

6. $\sqrt{81}$ 的平方根是().

(A) 9

(B) ± 9

(C) 3

(D) ± 3

7. 一个数的平方根是它本身,则这个数是().
(A) 1 (B) 0 (C) ± 1 (D) 1 或 0
8. 一长方形铁板截去 2 厘米宽的一条后,剩下面积为 81 平方厘米的一个正方形,求这个长方形铁板的面积.
9. 某农技站要在—块长方形的土地上做田间试验,已知长方形的长是宽的 3 倍,面积是 1 323 平方米,则这块土地的长与宽各是多少米?

12.1 平方根与立方根(2)

知识导航

通过本课的学习,你将进一步掌握开平方运算,并学会用计算器求一个正数的算术平方根.有很多正数的算术平方根,我们可以根据平方运算口答出来,如 121 的算术平方根为 11, 625 的算术平方根为 25,等等.但有一些却需要借助计算器才可以算出来,如 10 的算术平方根为 $\sqrt{10} \approx 3.162$. 因此,我们要学会用计算器求一个正数的算术平方根.

基本训练

1. 用计算器计算(结果保留 4 个有效数字):

(1) $\sqrt{35}$;

(2) $\sqrt{0.175}$;

(3) $\sqrt{200}$;

(4) $\sqrt{12\,345}$.

2. 借助计算器填空(若结果是近似数,则保留 4 个有效数字):

(1) $(\quad)^2 \approx 2$;

(2) $(\quad)^2 \approx 3$;

(3) $(\quad)^2 \approx 125$;

(4) $(\quad)^2 = 1\,369$.

3. 想想看,填上适当的数:

(1) \quad 的算术平方根恰好与其本身相等;

(2) \quad 的算术平方根恰好为其本身的 2 倍;

(3) \quad 的算术平方根恰好为其本身的 3 倍.

4. 求下列各数的算术平方根(若结果是近似数,则保留 4 个有效数字):

(1) 100; (2) 64; (3) 47; (4) 21; (5) 8; (6) 0.

比较各题结果的大小,你能发现什么?

5. 先用计算器计算下列各组数的算术平方根,再将计算器所显示的结果重新输入计算器,求出它们的平方,看看结果是否分别等于相应的被开方数,并请与同学交流自己的想法.

(1) 1, 4, 9, 16;

(2) 2, 5, 8, 10.

6. 一物体从高处自由落下,落到地面所用的时间 t (单位:秒)与开始落下时的高度 h (单位:

米)有下面的关系式: $t \approx \sqrt{\frac{h}{5}}$.

(1) 已知 $h = 100$ 米,求落下所用的时间 t (结果精确到 0.01);

(2) 如果一物体落地的时间为 3.6 秒,求物体开始下落时的高度.

探索天地

7. 打开你的计算器,输入 $\sqrt{16}$, 再按 $\boxed{=}$, 然后不断地循环按 $\boxed{\sqrt{\quad}} \boxed{\text{Ans}} \boxed{=}$ 三个键, 观察每一次计算结果的变化情况……就这样按下去, 你能发现什么?

输入 $\sqrt{0.16}$, 再重复上面的操作, 你又能发现什么?

随便想一个正数 a , 输入 \sqrt{a} , 重复上面的操作, 你能发现什么事实?

从上面你发现的这些事实中, 能不能概括出什么一般规律?

8. 用计算器探索:

(1) $\sqrt{121(1+2+1)} = ?$

(2) $\sqrt{12321(1+2+3+2+1)} = ?$

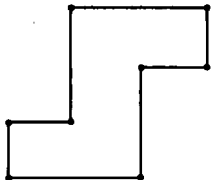
(3) $\sqrt{1234321(1+2+3+4+3+2+1)} = ?$

由此猜想

$\sqrt{1234567654321(1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 用计算器探索: 已知按一定规律排列的一组数为 $1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{19}}, \frac{1}{\sqrt{20}}$, 如果从中选取若干个数, 使它们的和大于 3, 至少要选多少个数?

10. 工人师傅要将一块如图所示的铝板, 经过适当的剪切后, 焊接成一块正方形铝块, 请在此图中画出剪切线, 并将剪切后的铝块拼成一个面积最大的正方形.



12.1 平方根与立方根(3)

知识导航

通过本课的学习,你将会了解立方根的概念及符号表示,了解开立方运算,会用计算器求任何一个数的立方根.有了平方根的知识与学习作为基础,我们学立方根应该比较简单,学习时要注意将立方根与平方根进行类比,这样不仅能巩固上节课学习的内容,也能更好地掌握本节课新学的内容.

基本训练

1. 判断下列说法是否正确,如果不正确,请予以改正:

(1) 立方根等于它本身的数只有 0 和 1. ()

(2) 8 的立方根是 ± 2 . ()

(3) -125 没有立方根. ()

2. $\sqrt[3]{\frac{61}{125}} - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 若某数的立方是 -0.027 ,则这个数的倒数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. -27 的立方根与 $\sqrt{81}$ 的算术平方根的和是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 下列说法中,正确的是().

(A) 27 的立方根是 3,记作 $\sqrt{27} = 3$

(B) -25 的算术平方根是 5

(C) a 的立方根是 $\pm\sqrt[3]{a}$

(D) 正数 a 的算术平方根记作 \sqrt{a}

6. 若 a 是 $(-8)^2$ 的平方根,则 $\sqrt[3]{a}$ 等于().

(A) -8

(B) 2

(C) 2 或 -2

(D) 8 或 -8

7. 下列说法正确的是().

(A) 一个数的立方根有两个,它们互为相反数

(B) 一个数的立方根与这个数同号

(C) 如果一个数有立方根,那么它一定有平方根

(D) 一个数的立方根是非负数

8. 求下列各数的立方根:

(1) 27;

(2) -64 ;

(3) $15\frac{5}{8}$.

9. 用计算器求下列各数的立方根(结果保留 4 个有效数字):

(1) 1 001;

(2) -38 ;

(3) 0.121.

探索天地

10. 若一个立方体木块的体积是 0.125 m^3 , 现将它锯成 8 个同样大小的小立方体木块, 求每个小木块的表面积.
11. 已知一个正方体的体积是 16 cm^3 , 另一正方体的体积是这个正方体体积的 4 倍, 求另一个正方体的表面积.
12. 一个正数的立方根一定小于这个正数的算术平方根吗? 请随便找一些正数, 并用计算器求出它们的立方根与算术平方根, 看看你的想法是否正确.
13. 王老师在棱长为 40.25 cm 的两个正方体纸箱中装满了书, 他现在把这些书都放入一个新制的正方体木箱中, 结果正好放下. 那么这个木箱的棱长大约是多少? (结果精确到 0.01 cm)
14. 打开你的计算器, 输入 $\sqrt[3]{16}$, 再按 $\boxed{=}$, 然后不断地循环按 $\boxed{\sqrt[3]{\square}} \boxed{\text{Ans}} \boxed{=}$ 三个键, 观察每一次计算结果的变化情况……就这样按下去, 你能发现什么?
输入 $\sqrt[3]{0.16}$, 再重复上面的操作, 你又能发现什么?
随便想一个正数 a , 输入 $\sqrt[3]{a}$, 重复上面的操作, 你能发现什么事实?
随便想一个负数 b , 输入 $\sqrt[3]{b}$, 重复上面的操作, 你又能发现什么事实?
从上面你发现的这些事实中, 能不能概括出什么一般规律?

12.2 实数与数轴(1)

知识导航

通过本课的学习,你将会发现数再一次扩充了,有些数不是有理数!你会了解无理数、实数的概念,知道实数与数轴上的点之间的一一对应关系.无理数并不神秘,它像我们过去学过的整数、分数、负数一样,是实实在在的数.从实数与数轴上的点的对应关系中,我们能清楚地看到无理数的客观存在.

基本训练

1. 试写出三个你所知道的无理数.

2. 判断下列说法是否正确,如果不正确,请予以改正:

(1) 任何有理数都可以用分数的形式表示出来. ()

(2) 实数与数轴上的点之间是一一对应的. ()

(3) 在 1 和 3 之间的无理数只有 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{7}$ 、 $\sqrt{8}$ 六个. ()

3. 下列说法中,正确的是().

- (A) 无理数与无理数的和一定还是无理数 (B) 无理数与有理数的差一定是无理数
(C) 无理数与有理数的积一定仍是无理数 (D) 无理数除以有理数的商可能是有理数

4. 下列说法中,不正确的是().

- (A) 绝对值最小的实数是 0 (B) 算术平方根最小的实数是 0
(C) 平方最小的实数是 0 (D) 立方根最小的实数是 0

5. 下列说法中,正确的是().

- (A) 有理数都是有限小数 (B) 无理数都是无限小数
(C) 带根号的数都是无理数 (D) 数轴上任何一点都表示有理数

6. 下列说法中,正确的是().

- (A) 无限小数都是无理数 (B) 正数、负数统称有理数
(C) 无理数的相反数还是无理数 (D) 无理数的倒数不一定是无理数

7. 在下列各数 1.414 213、0、 $0.\dot{2}$ 、 3π 、 $\frac{22}{7}$ 、6.101 001 000 1...、 $\frac{355}{113}$ 、 $\sqrt{27}$ 中,无理数的个数是().

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

8. 求使下列等式成立的实数 x 的所有可能的值.

- (1) $8x^3 + 1 = 0$; (2) $2x^2 - 1 = 0$ (精确到 0.01).

探索天地

9. 请按下列提示步骤在数轴上表示 $\sqrt{5}$:

- (1) 在图 1 中, 将由 5 个边长为 1 的小正方形拼成的图形按虚线剪开;
- (2) 将剪开后的图形拼成图 2 所示的正方形.

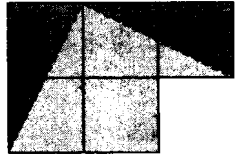


图 1

想一想, 图 2 中正方形的边长是多少? 为什么?

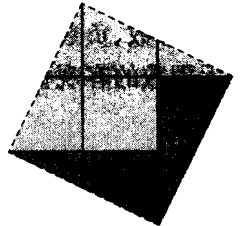


图 2

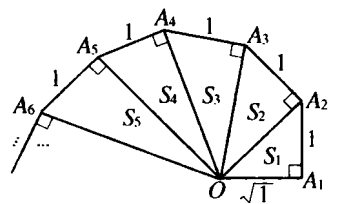
10. 教材中已经列出了 $\sqrt{2}$ 的 874 位有效数字, 并用作图的方法在数轴上找到了 $\sqrt{2}$ 的准确位置. 现请你完成下列各题:
- (1) 分别取 2、3、4 个有效数字, 在数轴上表示出 $\sqrt{2}$;
 - (2) 试想象一下, 若不断地多取一个有效数字, $\sqrt{2}$ 的近似位置相对于前一位置及准确位置有什么变化?

11. 在数轴上作出 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{7}$ 所对应的点.

12. 细心观察图形, 认真分析各式, 然后解答问题.

$$OA_1 = \sqrt{1}, S_1 = \frac{\sqrt{1}}{2}; \quad OA_2 = \sqrt{OA_1^2 + 1} = \sqrt{2}, S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad OA_3 = \sqrt{OA_2^2 + 1} = \sqrt{3}, S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}; \dots$$

- (1) 请用含有 n (n 是正整数) 的等式表示上述变化规律;
- (2) 推算出 OA_{10} 的长;
- (3) 求出 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_{10}^2$ 的值.



12.2 实数与数轴(2)

知识导航

通过本课的学习,你将会了解实数的运算法则及运算律,会用计算器进行实数的运算.以前我们学过的有理数的运算法则与运算律,在实数范围内也是同样适用的.用计算器进行实数的运算,也与有理数一样.学习时注意与有理数进行类比,有利于我们更好地理解 and 掌握实数的运算及运算律.

基本训练

1. 数轴上表示 $-\sqrt{3}$ 的点到原点的距离是_____.

2. 按要求用计算器求下列各题的近似值:

(1) $\frac{11}{3} - \sqrt{3}$ (精确到 0.01);

(2) $\sqrt[3]{6} - \pi - \sqrt{2}$ (保留 3 个有效数字).

3. 试将下列各实数按从小到大的顺序排列,并用“ $<$ ”号连接起来:

$-2, 1\frac{2}{5}, -\sqrt{5}, 1-\pi, \sqrt{2}$.

4. 回答下列问题,并说明理由(如果“不一定是”,请举例说明):

(1) 任意两个非零有理数的和、差、积、商还是有理数吗?

(2) 任意两个无理数的和、差、积、商还是无理数吗?

5. 点 A 在数轴上和原点相距 $\sqrt{7}$ 个单位,点 B 在数轴上和原点相距 2 个单位,则 A 、 B 两点之间的距离是_____.

探索天地

6. 写出和为 6 的两个无理数(只需写出一对).

单元测试

一、选择题

- 在实数中,绝对值等于它本身的数有().
(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 无数个
- 下列说法中,不正确的是().
(A) 3是 $(-3)^2$ 的算术平方根 (B) ± 3 是 $(-3)^2$ 的平方根
(C) -3 是 $(-3)^2$ 的算术平方根 (D) -3 是 $(-3)^3$ 的立方根
- 下列说法中,正确的是().
(A) 不带根号的数不是无理数 (B) 8的立方根是 ± 2
(C) 绝对值是 $\sqrt{3}$ 的实数是 $\sqrt{3}$ (D) 每个实数都对应数轴上一个点
- $\sqrt{36}$ 的平方根是().
(A) ± 6 (B) 6 (C) $\pm\sqrt{6}$ (D) $\sqrt{6}$
- 下列实数 $\frac{22}{7}$, $\sqrt{8}$, 1.412 , $\frac{2}{3}\pi$, $\sqrt{16}$, $1.202\ 002\ 000\ 2\dots$, $\sqrt[3]{27}$, $2-\sqrt{5}$ 中,有理数的个数为().
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 非上述答案
- 一个自然数的算术平方根为 m ,则与这个自然数相邻的下一个自然数是().
(A) $\sqrt{m}+1$ (B) m^2+1 (C) $\sqrt{m^2+1}$ (D) $m+1$

二、填空题

- 若 x 的立方根是 $-\frac{1}{4}$,则 $x =$ _____.
- $1-\sqrt{2}$ 的相反数是_____,绝对值是_____.
- 一个实数的平方根小于3,那么它的整数位上可能取到的数值为_____.
- 绝对值不超过3的无理数可能是_____ (至少写出3个).
- 若 $\sqrt{x} = 8$,则 x 的平方根是_____, x 的算术平方根是_____, x 的立方根是_____.
- 若 $|a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+2b+4}$ 互为相反数,则 $(a-b)$ 的立方根是_____.

三、解答题

- 将下列各数由小到大重新排成一列,并用“ $<$ ”号连接起来:

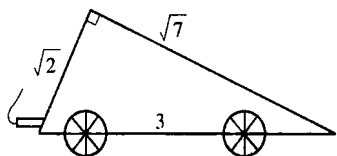
$-\pi$, 0 , $2\sqrt{3}$, -3.15 , 3.5 .

14. 若 $a^2 = (-5)^2$, $b^3 = (-5)^3$, 求 $a + b$ 的所有可能的值.
15. 已知长方形的长为 72 cm, 宽为 18 cm, 求与这个长方形面积相等的正方形的边长.
16. 要造一个高与底面直径相等的圆柱形容器, 并使它的容积为 8 立方米, 试求这个容器的底面半径. (结果保留 2 个有效数字)
17. 试写出三个有理数、三个无理数, 用你自己的语言说说无理数与有理数的主要区别.

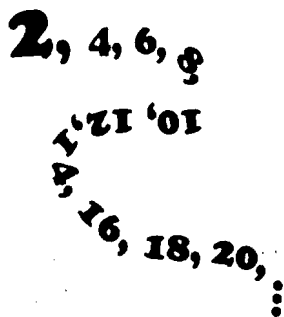
数学乐园

π 的寓言

很多年以前,当时的那些数有一次盛会. 数 1 在会上得意非凡. 数 2 带着所有其他偶数出席. 凡能找到的素数统统都来了. 甚至还来了一些分数, 像 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{2}{3}$. 有几个根式也到场了, 像刚刚从以 3 为斜边的直角三角形上下来的 $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{7}$. 但是当 π 翩然而至时, 每一位都问道: “谁邀请你了?” “你说‘谁邀请我’, 这是什么意思?” π 问道: “我是一个数.” “你的确是一个数, 但是你知道你在数轴上的位置吗?” “那么 $\sqrt{2}$ 呢?” π 问道. “依照毕达哥拉斯定理, 并且用圆规, 我确切地知道我在数轴上的位置,” $\sqrt{2}$ 回答道.



$\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{7}$ 刚从以 3 为斜边的直角三角形上下来



数 2 带着所有其他偶数出席

π 感到窘迫和痛心, 但它说道: “我在数 3 后面一点.”

“但是确切的位置在哪里呢?” 它们都插进来说.

因为 1 是每一个数的因数, 1 感觉到了 π 的痛苦, 说道: “让我们给 π 一个介绍自己的机会吧.”

于是 π 开始讲自己的故事. “你们大家都知道, 大概巴比伦人最先发现了我. 某个古代文牍员以不同长度的半径画了一些圆. 他取了每个圆的直径 (将半径加倍). 只是为了好玩, 他决定以每个圆的直径为单位长度在圆周上丈量. 使他惊奇的是, 他发现不管圆的大小如何, 圆周总是直径的 3 倍多一点. 这是一个令人兴奋的发现. 这个消息迅速传遍世界, 从埃及到希腊到中国. 人们到处都在研究我. 由于我与圆的特殊关系, 他们于是设计用我来计算出圆的面积和周长的新方法. 人们急于求出我的精确值. 请勿见怪, 但是他们知道我不是一个寻常的数, 特别因为他们从来没有遇到过像我这样的数. 他们没有能力从他们的任何一个正规代数方程导出我, 所以后来他们把我又称做超越数. 我满足于 π 这个名称, 它很适合于我. 你们或许认为人们已经放弃找出我的精确数值. 可是不, 你知道有些数学家是多么顽强, 他们希望精益求精. 所以在从那时直到现在的若干个世纪中, 已经发展出一些新的工具和方法, 以获得更准确的近似值.

“著名数学家阿基米德发现我在 $3\frac{10}{71}$ 与 $3\frac{1}{7}$ 之间. 我在《圣经》中出现两次, 我的值被认为是 3. 埃及数学家用 3.16 作为我的值. 公元 150 年, 托勒密把我估算成 3.1416.

“数学家们知道他们永远得不到我的精确数值, 但是他们继续不断地把我拉长, 拉出越来越

越多的小数位. 你不能想象, 带着这么多小数位在身边, 是多么大的一个负担. 一旦用了微积分和计算机, 我将长达几百万位.

“他们说, 对于计算各种数量, 例如体积、面积、周长, 以及任何与圆、圆柱、圆锥、球有关的数量, 我是必要的. 我在概率中也有作用. 有了我的几百万小数位的近似, 现代计算机将依靠我来检验它们的能力, 并测试它们的准确度和速率.”

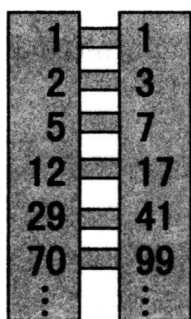
“不要说了,” 1 叫喊道. 1 继续说, “我相信我们大家都同意像 π 这样一个有名望的数应该算在我们中间. 我们毕竟知道, 我们各自都在数轴上有我们自己的点. 没有一个数能够占有另一个数的点. π 有它的点. 知道一个数的点的精确位置, 并不是有关这个数的最重要的事情.”

“同意,” 3 叫喊道, 它是神秘数中的一个. “我想 π 使我们这个聚会增添了一点神秘性、多样性和迷惑性,” $\sqrt{2}$ 说. “欢迎,” 其余的数都插进来说, “让我们把我们的会开起来吧. 让我们开始计数吧,” π 说.

(摘自上海科技教育出版社出版的《数学的奇妙》)

向 $\sqrt{2}$ 逼近的梯子

古希腊人发现了用毕达哥拉斯定理作出无理数长度的方法. 他们利用内接和外切正多边形以及无穷大和极限的概念来逼近圆的面积. 他们还想出一种运用比率的梯子算术来求出无理数的近似值. 这里介绍如何用这种方法求 $\sqrt{2}$ 的近似值.



从梯子顶端的1和1开始, 左列其余各数生成法如下

从左列各数生成右列各数的方法

$1+1=2$	$1+2=3$
$2+3=5$	$2+5=7$
$5+7=12$	$5+12=17$
$12+17=29$	$12+29=41$
$29+41=70$	$29+70=99$

梯子同一级上两数的比值越来越接近于 $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 事实上, 这些比值的极限就是 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 的值.

注: 梯子每级上的两数是方程 $y^2 - 2x^2 = \pm 1$ 的解. x 值是梯子左列的数.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707\ 106\ 781\dots$$

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{2}{3} = 0.666\dots$$

$$\frac{5}{7} = 0.714\ 285\ 714\ 28\dots$$

$$\frac{12}{17} = 0.705\ 882\ 352\ 94\dots$$

$$\frac{29}{41} = 0.707\ 317\ 073\ 17\dots$$

$$\frac{70}{99} = 0.707\ 0\dots$$

(摘自上海科技教育出版社出版的《数学的奇妙》)