

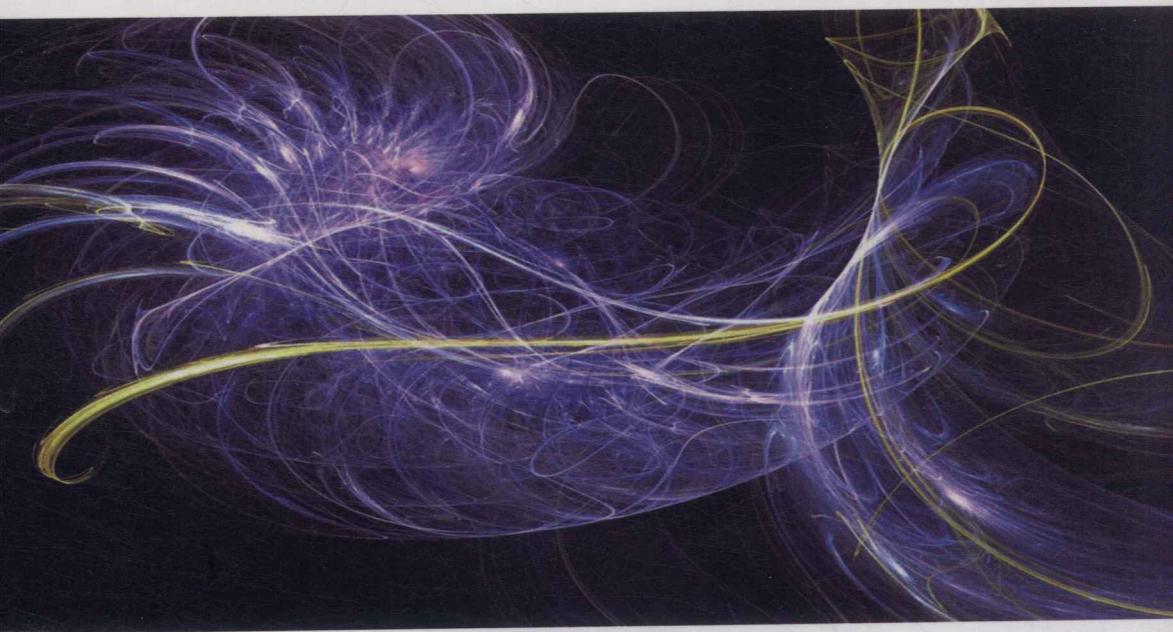
FEIXIANXING
WULI GAILUN

普通高等学校“十一五”规划教材

非线性物理概论

第2版

陆同兴 张季谦 编著



中国科学技术大学出版社

普通高等学校“十一五”规划教材

非线性物理概论

第2版

陆同兴 张季谦 编著

内 容 简 介

本书是一本非线性科学的基础知识读本,以熟悉的物理学实例为切入点,力求以简洁的内容和清晰的物理概念,系统地讲述非线性科学中的一些基本问题,内容包括非线性振动基础、数学分岔与奇怪吸引子、耗散系统与保守系统的混沌道路、分形及动力学体系的分形特性、混沌与分形的电子电路实验及计算机模拟、孤立波等。

2007 年本书入选安徽省高等学校“十一五”省级规划教材。

本书以一般理工科大学的高等数学水平与普通物理知识为起点,可作为理工科大学选修课的教学用书,也可作为广大理工科大学生、研究生的课外读物,并适合广大科技工作者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

非线性物理概论/陆同兴,张季谦编著. —2 版. —合肥:中国科学技术大学出版社,2010. 2

ISBN 978-7-312-02626-3

I. 非… II. ① 陆… ② 张… III. 物理学—非线性理论 IV. O415

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 216874 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,邮编:230026
网址:<http://press.ustc.edu.cn>
印刷 合肥华星印务有限责任公司
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 710 mm×960 mm 1/16
印张 18
字数 353 千
版次 2002 年 10 月第 1 版 2010 年 2 月第 2 版
印次 2010 年 2 月第 2 次印刷
定价 28.00 元

第2版前言

自本书第1版出版以来,受到了读者的厚爱并提出了许多宝贵的意见,在此表示由衷的谢意.本书于2007年入选安徽省高等学校“十一五”省级规划教材,同时该领域的许多内容已经更新,现从采用本书进行教学的要求出发,对第1版的内容作了一定的调整与充实;对所发现的不足之处,作了修订与更正;在每章后面,添加了一些思考练习题,以帮助学生加深理解与巩固该章的教学内容.在修改过程中,邀请了在第一线做研究工作的张季谦博士、教授参加了这次修改工作.

主要的修改内容如下:

第1版共5章,修改后调整为6章.对第1版的第1章、第2章的内容作了较大的改动,它们分别被修改成第1~3章;第1版的第3~5章内容修改相对较小,它们被顺次修改为第4~6章.

第1版的第1章标题“非线性振动初步”,现改为“非线性知识初步”.其中第1节“关于非线性”,内容为在简要介绍“非线性”的概念后,简述了非线性动力学的产生与发展历史.修改后的第5节主要为原书第2章第1节“简单数学分岔”的内容.

修改后的第2章讨论“离散系统动力学”,第3章讨论“连续系统动力学”.它们主要由第1版第2章“分岔与奇怪吸引子”与第1章第3节中关于“平衡点及其稳定性”内容中的相关内容充实组合成.

在第1版的第3章,即修改后的第4章中,内容改动较大的是第7节.该节原来标题为“控制混沌与同步混沌”,在充实了当前国内外有关混沌现象的判断与控制的最新研究成果后,将该节改为“混沌现象的判断与控制”.

第1版的第4章,即修改后的第5章,内容为介绍分形及其应用.这章主要对教学内容的分析作了适当的修正与充实.例如,对于“豪斯道夫维数”的定义及其与“容量维数”的关系进行了推敲与适当修改.

第1版的第5章,即修改后的第6章,内容为“孤立波”,我们只在文字上作了些修改,内容基本未动.

陆同兴
2009年12月

非线性科学概要

——为《非线性物理概论》一书写的序言

20 世纪初量子力学和相对论的发现,因为提出了突破人们传统思维的新概念,将人类的世界观推进到超越经典的领域,而被公认为是物理学,或更确切地说,是科学的两次革命. 牛顿创立的经典力学被发现并不始终是正确的,当深入到微观尺度($<10^{-10}$ m)时,应该代之以量子力学;当物体的速度接近光速($\sim 10^8$ m/s)时,则相对论是正确的.

非线性科学作为科学的一个新分支,如同量子力学和相对论一样,也将我们引向全新的思想,给予我们惊人的结果. 非线性科学的诞生,进一步宣布了牛顿的经典决定论的局限性. 它指出,即使是通常的宏观尺度和一般物体的运动速度,经典决定论也不适用于非线性系统的混沌轨道的行为分析. 非线性科学涵盖各种各样尺度的系统,涉及以任意速率运动的对象,这一事实丝毫不降低这一新学科的创新性,恰恰相反,刚好说明它具有广泛的应用性. 从这一点来看,其实非线性科学的诞生和发展更有资格被称为科学的一场革命.

非线性科学目前有 6 个主要研究领域,即混沌、分形、模式形成、孤立子、元胞自动机和复杂系统. 而构筑多种多样学科的共同主题乃是所研究系统的非线性.

一个系统,如果其输出不与其输入成正比,则它是非线性的. 例如一个介电晶体,当其输出光强不再与输入光强成正比时,就成为非线性介电晶体. 例如弹簧,当其位移变得很大时,胡克定律就失效,弹簧即变为非线性振子. 又例如单摆,仅当其角位移很小时,其行为才是线性的. 实际上,自然科学或社会科学中的几乎所有已知系统,当输入足够大时,都是非线性的. 因此,非线性系统远比线性系统多得多,客观世界本来就是非线性的,线性只是一种近似. 任何系统在线性区和非线性区的行为之间存在显著的定性上的差别. 例如单摆的振荡周期在线性区不依赖于振幅,但在非线性区,单摆的振荡周期是随振幅而变的.

从数学上看,非线性系统的特征是叠加原理不再成立. 叠加原理是指描述系统的方程的两个解之和仍为其解. 叠加原理可以通过两种方式失效:其一,方程本身是非线性的;其二,方程本身虽然是线性的,但边界是未知的或运动的.

对于一个非线性系统,哪怕一个微小扰动,像初始条件的一个微小改变,都可

能造成系统在以后时刻行为的巨大差异. 叠加原理的失效也将导致傅立叶变换方法不适用于非线性系统的分析. 因此, 系统的非线性带来系统行为的复杂性. 对于非线性系统行为的解析研究是相当困难的.

更进一步, 在许多情况下, 对于我们所要研究的系统, 方程是未知的, 甚至可能根本不存在. 从分形图样生长的简单的扩散限制聚集模型, 到像股票市场那样的复杂经济系统, 我们可以举出无数写不出方程的非线性系统的例子.

混沌是非线性系统的最典型行为, 它起源于非线性系统对于初始条件的敏感依赖性. 混沌现象早在 20 世纪初就已经被法国学者庞加莱发现, 后来又被许多数学家仔细研究. 而学术界近年来对于混沌的特别关注, 则起始于 20 世纪 70 年代, 这是因为美国人费根鲍姆发现了一些像平方函数重复迭代的很大一类简单映射系统居然具有普适的性质. 例如倍周期分岔到混沌的道路, 分岔参数的渐近收敛比值, 分岔的几何特征具有普适标度性, 等等. 而费根鲍姆的工作则是受到了美国气象学家洛仑兹的与气象预报有关的重要然而朦胧的工作的启示.

对于混沌系统的如下两个发现特别有意义. 其一, 人们发现一个决定论性系统的行为处于混沌状态时似乎是随机的. 仅仅这一发现就迫使所有的实验科学家要重新考察他们的数据, 以确定某些曾经归于噪声的随机行为是否应该重新确定为是由于决定论性混沌而产生的. 其二, 人们发现很少自由度的非线性系统就可能是混沌的, 从而表现得相当复杂. 这一发现给我们以这样的启示: 许多真实系统中所观察到的复杂行为其实有一个简单的起源, 那就是混沌. 当然, 混沌仅仅是复杂性的起源之一, 还存在并非来源于混沌的更复杂的复杂性.

决定论性混沌的真实系统(例如气候)的行为具有明显的不可预测性. 这一是由于系统对于初始条件的敏感依赖性; 二是由于我们在实际中只能近似地测量或确定系统的初始条件, 因为任何测量仪器都只具有有限的分辨率. 这两个根本困难排除了对于任何混沌的真实系统作出长期预报的可能.

但从另一方面看, 一个被确认为决定论性混沌的系统, 在看起来非常复杂的行为中, 却蕴藏着秩序, 因而进行短期预报是可能的. 问题在于: 如何确定复杂现象的背后是否存在决定论性混沌的起源? 而且, 如何对一个混沌系统的行为进行短期预报? 对于气象或股票市场一类的系统, 由于不可逾越的复杂性, 描写这类系统的完全方程组, 即使是存在的, 也绝没办法知道. 或者, 即使我们能写出所有相关的方程组, 也不可能具有足够强大功能的计算机来求解这些方程组. 但是, 从实用的角度考虑, 往往只需要对这类系统作一次成功的短期预报. 例如, 为了在股票市场上赚钱, 炒股者其实只需要能够预测明天或下一周股票的涨跌趋势, 而不必知道市场长时间的涨落规律. 又例如, 如果地球岩石圈的动力学系统被证明具有决定论性的成分, 则地震的预测并非完全不可能, 而与地震的中长期预报相比较, 对某一

地区的地震进行短临预报,对于人们的防震更有意义。所以,复杂系统行为的短期预测已经变成混沌的最令人感兴趣的一个应用。

混沌的另一个重要应用是混沌的控制。这一应用基于如下事实:有许多不稳定周期轨道嵌入在奇怪吸引子内,我们可以根据需要,通过对系统施加一个小扰动的方法使其中之一稳定,并将混沌系统驱动到这一稳定周期轨道状态。这一技术现在已经被成功地应用于各种机械的、电子的、激光的、化学的系统和心脏组织的控制上。

自然界中的大多数特殊结构是由大量相同组元自组织集结而成的。通过某种简单的称之为组织的构造法,就可以出现自集结过程。两种最简单的构造法是所谓的规则性构造法和随机性构造法。采用规则性构造法,所有组元就排列成为周期或准周期方式,而构造成晶体与合金等。采用随机性构造法而形成的结构(或非结构)的例子有气体和动物毛发的分布等。而在这两种极端的构造法之间,则有自相似构造法,这将产生称为分形的自相似结构。在一个分形中,系统的局部与整体相似。分形通常具有分数维数。许多分形还可能是不同分数维的分形的集合,故称为多重分形。分形和多重分形的概念是 20 世纪 80 年代由曼德布罗特首先提出的。现在,分形在自然界和数学系统中的广泛存在性已被人们普遍认识。例如,凝聚体和胶体、树木、岩石、山脉、云彩、星系、粗糙的表面和界面、聚合物和股票市场,无不存在分形。而耗散动力系统混沌就表现为相空间中具有分形结构的奇怪吸引子。奇怪吸引子本身及其吸引域都可能是分形。混沌与分形之间的这种联系至今尚未被充分理解。

分形系统的最典型性质是缺少空间的特征尺度。这一性质可以有 3 种等价的表达方式:拓扑自相似性、空间的幂函数律和标度不变性。类似地,系统中不存在时间的特征尺度将导致时间的幂函数律,例如 $\frac{1}{f}$ 噪声。为了解释分形和无特征尺度行为在非平衡系统中的广泛存在性,丹麦人巴克和中国学者汤超等在 1987 年提出了自组织临界性假设。现在人们知道,自组织临界性假设不仅适用于沙堆,也适用于许多自然系统和社会系统。

人们很早就注意到,河流、树枝、叶脉和闪电所形成的分支之间具有惊人的相似性。这些分支的斑图与在云彩和海藻类群落中所观察到的紧致斑图显然不同。大自然是如何生成这些斑图的? 这些不同斑图模式的形成是否存在一种简单的原理或普适的机制? 目前还找不到对于这些问题的最终回答,但最近 20 年来在这方面的研究已经取得可喜的进展。

混沌理论的成功也开启了复杂性科学的研究之门。在 20 世纪 70 年代和 80 年代,当人们认识了混沌之后,对于从自然系统和社会系统中获得的各种时间序列,莫不用混沌动力学来进行分析,检验其中的决定论性成分,重构其相空间,甚至建

立预测模型。混沌理论的成功,突破了人们的一个心理障碍:没有一个复杂系统因为太复杂而不可触摸。人类已经到了直面复杂系统、攻克复杂性难题的时代。

复杂性科学所研究的论题跨越非常大的范围,包括人类语言、生命起源、计算机、演化生物学、经济学、心理学、生态学、免疫学和自旋玻璃、DNA、蜂群、地震以及各种非平衡系统的自组织,等等。目前尚无复杂系统的确切定义,这表明复杂性科学尚处于一个新研究领域的萌芽阶段。尽管已经发现诸如复杂自适应系统 and 对称破缺等一般性概念可以用来相当好地描述一大类复杂系统,但目前还缺乏可以描述所有复杂系统的统一理论。然而,有两种简单的思想能够解释许多复杂系统的行为。其一是自组织临界性,其二是所谓活跃行走原理。自组织临界性理论断言:许多大的动力学系统存在一种趋势,它会驱动自身到一种没有特征空间尺度和特征时间尺度的临界状态。而活跃行走原理则描述了复杂系统中的单元是如何通过与所共享的位形的相互作用而与其环境和在彼此之间沟通。活跃行走原理已经被成功地应用于诸如介电击穿模式、玻璃中的离子输运和蚂蚁在搜寻食物时的合作等非常不同的问题的研究。

以上所概要的非线性动力学系统的物理或科学包含有序和无序的相互影响,也涉及简单和复杂的交错。但从数学和处理方法上看,产生所有这些迷人结果的原因乃是系统的非线性。客观世界本来就是非线性的、复杂的。非线性物理就是一门以非线性系统的普遍规律及客观世界的复杂性本身为研究对象的学科,它在 20 世纪 80 年代和 90 年代蓬勃发展,也将成为新世纪物理学研究的最前沿。

近 20 年来,国外著名的大学和研究所纷纷成立非线性科学和复杂性科学的研究中心,许多专门刊登非线性物理和复杂性科学研究论文的国际期刊也应运而生。在我国,对于非线性科学和复杂性科学的研究,国家科委和国家自然科学基金委也给予大力的支持和扶植。国家攀登计划“非线性科学”自立项以来,已经历“八五”阶段和“九五”阶段,从 2001 年起更被列为国家重大基础研究发展规划(“973 计划”特别经费资助)项目。非线性科学的概念和方法现在已经渗透到科学技术的几乎所有领域,甚至包括经济、人文等社会科学的各个领域。非线性科学的概念、理论、方法和应用已经成为科技工作者的必备基础知识。因此,国内高校都纷纷开设非线性物理课程,以满足广大本科生、研究生和科技工作者学习非线性动力学和复杂性科学知识的迫切需要。在这种情况下,撰写一本关于非线性物理和复杂性科学的合适的国内高校教材,看来是非常必要的。

安徽师范大学的陆同兴教授,基于其长期的教学实践,撰写了《非线性物理概论》一书。本书以一般理工科大学的高等数学水平与普通物理知识为起点,以熟悉的物理学例子为切入点,力求以简洁的内容、清晰的物理概念,全面而系统地讲述非线性科学中的一些基本问题,内容包括非线性振动基础、数学分岔与奇怪吸引

子、耗散系统与保守系统的混沌道路、分形及动力学体系的分形特性、混沌与分形的电子电路实验及计算机模拟、孤立波等。这是一本适合于师范类和一般理工科大学本科生和研究生作为非线性科学课程教材的教学用书,也可以作为非线性物理专题的课外读物。本书特色鲜明,重点突出,系统性强,深入浅出,与学生的知识水平相衔接,并注意培养学生计算技术的综合运用。概而言之,本书既有相当的深度和较高的学术水平,又是一本普及非线性科学知识很好的教材。有鉴于此,我向希望或需要了解、研究、应用非线性科学有关知识的广大理工科学生和科技工作者郑重推荐阅读本书。

汪秉宏

2002年6月10日

前 言

物质世界是复杂的,自然界事物的发展及其相互间的关系是非线性的. 在科学发展的初期,人们常把复杂的非线性问题简化为线性问题来处理,由此得到的结果是事物的运动具有确定性. 确定性运动确实说明了自然界的许多现象,在科学的发展史上起过重大的作用. 然而,由线性化处理所形成的传统观念却束缚了人们的思维方法,以致在很长一段时间内总以为自然界的规律意味着确定性,未来世界总是可以预测的. 线性化处理带到了教育界,拉普拉斯的决定论观点成了物理教学中根深蒂固的观念. 随着各种观测手段的完善和计算技术的发展,近 30 年来,许多迫切需要解决的非线性问题正在逐步得到解决,并展现出一些直接冲击传统学术观点的结果. 在非线性领域里可以看到,从决定性的方程出发不一定能得到决定性的结果,在某些条件下结果可能是随机性的. 一只蝴蝶扇动一下翅膀所引起的气流扰动,可能会导致一场暴风雨的出现,印证了中国的一句古语:失之毫厘,差之千里.

时至今日,非线性已发展成为一门独特的崭新的学科,课堂教学也不能再回避非线性问题了. 非线性科学是一门跨学科的边缘学科,不仅包括了自然科学中的数、理、化、天、地、生,而且还涉及到工业、农业和经济领域. 然而人们看到,在非线性的研究中,物理学无疑是最为活跃的,许多相邻学科的非线性研究往往借助一定的物理模型来进行. 基于这样的认识,我们开设了一门“非线性物理”课.

这一课程是作为高等师范院校物理系、普通理工科大学的选修课来设计的. 希望通过本课程的教学,使学生对非线性的基本研究领域及基本理论有一个比较全面的认识,对非线性物理中的一些基本概念有比较正确的理解,学会用非线性的眼光去观察和分析事物. 非线性是一个非常宽广的学科领域,我们遴选了其中有代表性的非线性动力学、分形与孤立子 3 个部分. 就这 3 个部分,我们分成 5 章,前 3 章以系统地讲述非线性动力学为主,在第 4、5 章中分别简要地介绍一下分形与孤立波的基本概念和分析方法. 在课程的深度上,我们将学生基础知识的起点限定在一般理工科大学学生的高等数学水平与普通物理知识上,一般不对定理、定律进行严格的数学论证,而是以典型的物理学模型或实验实例为切入点,逐步深入地引入非线性物理学的各个新概念.

第1章为非线性振动初步,讲述非线性振动的基础知识与分析方法,这是非线性动力学的引论.第2章在简要介绍几个简单的数学分岔之后,以平方映射和洛伦兹方程为例,讲述微分方程解的分岔及其稳定性;接着在分析对初值敏感性的基础上,引入李雅普诺夫指数与奇怪吸引子.第3章讲述混沌道路,先介绍3种常见的混沌道路,即倍周期分岔、阵发混沌与准周期道路,并以单摆为例,比较详细地分析受驱阻尼单摆的各种复杂运动形式.保守系统中的不规则运动被认为是非线性动力学中的精髓,我们从作用-角度变量入手,扼要地分析了保守系统中的各种不规则运动.接着介绍电子电路中的混沌,因为许多动力学实验可以用电子电路来模拟,微分方程中的混沌问题也可以采用电子电路来实现,混沌通信则要通过电子电路来完成.

第4章介绍分形,分3节分别介绍不同分形维数的定义及其应用对象,在简要介绍分形生长后,着重介绍分形在分析动力学体系中的应用,使学生看到非线性动力学中的奇怪吸引子、吸引域边界、魔梯等均具有分形体的特征,认识到混沌是分形的,混沌与分形是密不可分的.孤立波是非线性科学中的一个重要方面,这是第5章的内容.孤立波被人们看作自然界里的一种相干结构,要让学生建立这样一种观点,即混沌是非线性系统中的高度无序状态,而相干结构则是非线性系统中的惊人有序性,混沌与孤立波两者相互对立,又有内在联系.这一章用3节分别介绍有代表性的3种孤立波方程,即KdV方程、正弦-高登方程和非线性薛定谔方程.在对非线性薛定谔方程的介绍中,加进了具有美妙应用前景的光学孤立波通信内容,使学生从一个侧面了解孤立波研究的实际意义及其重要的应用价值.

在多年的教学实践中,我们对“非线性物理”这一课程的教学内容和教学方法等进行了多次修改、调整与补充,深感要开设好这门课程还有许多工作要做,本书仅是对前一个阶段的教学总结.在本课的开设过程中,得到了安徽师范大学物理系领导、同教研室的教师以及研究生孙文斌、涂兴华等人的大力支持与帮助,在此表示衷心感谢.还特别需要感谢的是中国科学技术大学非线性研究中心的汪秉宏教授,他热情地支持与帮助了本书的出版,并在百忙之中为本书撰写了序言.最后,希望广大读者对本书中的不足之处加以指正.

本书由安徽师范大学教材建设基金与安徽省省级重点课程“近代物理实验”建设基金资助出版.

陆 同 兴

2002年8月

目 次

第 2 版前言	(i)
非线性科学概要——为《非线性物理概论》一书写序言	(iii)
前言	(ix)
第 1 章 非线性知识初步	(1)
1.1 关于非线性	(1)
1.1.1 线性和非线性	(1)
1.1.2 混沌的发现	(3)
1.2 无阻尼单摆	(10)
1.2.1 小角度无阻尼单摆 椭圆点	(10)
1.2.2 任意角度无阻尼单摆振动 双曲点	(12)
1.2.3 无阻尼单摆的相图与势能曲线	(16)
1.3 阻尼振子	(18)
1.3.1 阻尼单摆 不动点	(18)
1.3.2 杜芬方程	(20)
1.3.3 非线性阻尼 范德玻耳方程	(23)
1.4 相图方法	(27)
1.4.1 相轨线与相流	(27)
1.4.2 三维相空间	(29)
1.5 简单数学分岔	(35)
1.5.1 切分岔	(35)
1.5.2 转换键型分岔	(36)
1.5.3 叉式分岔	(37)
1.5.4 霍夫型分岔	(38)
思考题与练习题	(40)
参考文献	(41)

第2章 离散系统动力学	(42)
2.1 逻辑斯蒂映射	(42)
2.1.1 微分方程与映射方程	(42)
2.1.2 逻辑斯蒂映射的导出与计算	(43)
2.1.3 逻辑斯蒂映射的不动点及其稳定性	(46)
2.1.4 逻辑斯蒂映射的周期解及其稳定性	(50)
2.2 李雅普诺夫指数	(55)
2.2.1 初始状态的敏感性	(55)
2.2.2 李雅普诺夫指数	(56)
2.2.3 逻辑斯蒂映射的李雅普诺夫指数计算	(58)
2.3 状态演化的数学模型	(60)
2.3.1 帐篷映射与锯齿映射	(60)
2.3.2 巴克尔变换映射	(62)
2.3.3 斯梅尔马蹄映射	(63)
2.4 埃依吸引子	(64)
2.4.1 二维映射	(64)
2.4.2 埃依映射	(66)
2.4.3 埃依吸引子	(68)
2.5 标准映射	(73)
2.5.1 标准映射的不动点	(73)
2.5.2 标准映射相图	(74)
思考题与练习题	(77)
参考文献	(78)
第3章 连续系统动力学	(79)
3.1 非线性系统平衡点的稳定性	(79)
3.1.1 一维非线性系统	(79)
3.1.2 二维非线性系统	(81)
3.1.3 三维非线性系统	(86)
3.2 吸引子	(89)
3.2.1 吸引子的类型	(89)
3.2.2 吸引子与李雅普诺夫指数	(91)
3.3 洛伦兹吸引子	(92)
3.3.1 瑞利-贝纳德对流	(92)
3.3.2 洛伦兹方程	(94)

3.3.3 洛仑兹方程的分岔	(96)
3.3.4 洛仑兹方程对流的稳定性	(98)
3.3.5 洛仑兹吸引子	(99)
3.4 其他几个典型奇怪吸引子	(101)
3.4.1 罗斯勒吸引子	(101)
3.4.2 受驱单摆的奇怪吸引子	(106)
3.4.3 受驱杜芬奇怪吸引子	(111)
思考题与练习题	(119)
参考文献	(120)
第4章 混沌道路与混沌控制	(122)
4.1 由倍周期分岔走向混沌	(122)
4.1.1 普适性	(122)
4.1.2 倍周期分岔混沌的实验检验	(127)
4.2 阵发性混沌与混沌危机	(130)
4.2.1 阵发性混沌现象	(130)
4.2.2 阵发性混沌机理分析	(131)
4.2.3 混沌危机	(135)
4.3 同步、锁模与混沌	(136)
4.3.1 同步与锁模	(136)
4.3.2 标准圆映射	(139)
4.3.3 拟周期混沌道路的实验验证	(145)
4.4 湍流道路	(148)
4.4.1 湍流是什么?	(148)
4.4.2 湍流道路	(149)
4.4.3 贝纳德对流与库埃特流实验	(150)
4.5 哈密顿系统中的不规则运动	(152)
4.5.1 哈密顿系统	(152)
4.5.2 扰动与 KAM 定律	(156)
4.5.3 有理环面破裂与同(异)宿结构	(158)
4.6 电子混沌电路	(161)
4.6.1 非线性微分方程混沌特性的模拟电子电路	(161)
4.6.2 弹跳运动的电子模拟	(169)
4.7 混沌现象的判断与控制	(172)
4.7.1 混沌的基本特征与分类	(172)

4.7.2 混沌现象的分析与判断	(174)
4.7.3 混沌的控制与应用	(181)
思考题与练习题	(190)
参考文献	(191)
第5章 分形	(193)
5.1 规则分形与相似维数	(195)
5.1.1 欧几里德维数与相似维数	(195)
5.1.2 规则分形	(197)
5.2 豪斯道夫维数、容量维数与不规则分形	(203)
5.2.1 豪斯道夫维数	(203)
5.2.2 容量维数	(204)
5.2.3 自然界分形	(207)
5.2.4 布朗运动	(209)
5.3 时序分析与关联维数	(210)
5.3.1 时序分析	(210)
5.3.2 关联维数	(213)
5.4 分形生长	(214)
5.4.1 扩散置限聚集模型	(214)
5.4.2 黏性指进	(217)
5.5 动力学与分形	(218)
5.5.1 奇怪吸引子的分形维数	(218)
5.5.2 魔鬼楼梯的分形维数	(221)
5.5.3 吸引域边界上的分形	(223)
5.5.4 一维映射的分形分析	(225)
5.5.5 奇怪排斥子与康托尔点集	(228)
5.5.6 复数域上的分形	(232)
思考题与练习题	(236)
参考文献	(237)
第6章 孤立波	(238)
6.1 历史回顾	(238)
6.1.1 一个奇特的水波	(238)
6.1.2 孤立波与孤立子	(240)
6.2 KdV 方程	(243)
6.2.1 波动中的非线性会聚效应	(243)

6.2.2 波动中的色散	(244)
6.2.3 KdV 方程	(245)
6.2.4 KdV 方程的孤立波解	(246)
6.2.5 KdV 方程孤立波解的相图	(249)
6.3 正弦-高登方程	(250)
6.3.1 一维原子链与正弦-高登(sine-Gordon)方程	(250)
6.3.2 正弦-高登方程孤立波解	(251)
6.4 非线性薛定谔方程与光学孤立子	(254)
6.4.1 光纤中的光脉冲压缩与色散	(254)
6.4.2 非线性薛定谔方程及孤立波解	(259)
6.4.3 光学孤立子的传播特性	(262)
6.4.4 全光型孤立子通信	(263)
思考题与练习题	(266)
参考文献	(267)

第 1 章 非线性知识初步

1.1 关于非线性

1.1.1 线性和非线性

1.1.1.1 源自数学的线性和非线性

(1) 线性是指量与量之间的正比关系,用直角坐标形象地画出来是一根直线.例如:

$$y = mx + b$$

式中 m 是线的斜率, b 是 y 轴上的截距,其图像如图 1-1 所示.

以线性函数表达的系统称线性系统,在此系统中,部分之和等于整体.描述线性系统的方程遵从叠加原理,即方程的不同解加起来仍然是解,因此有

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \quad (1-1-1)$$

和

$$f(ax) = af(x) \quad (1-1-2)$$

对于方程

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

若 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 是该方程的解,则 $x_1(t) + x_2(t)$ 也是该方程的解.

例如,一个用二阶线性方程表示的系统

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -x \quad (1-1-3)$$

有两个解

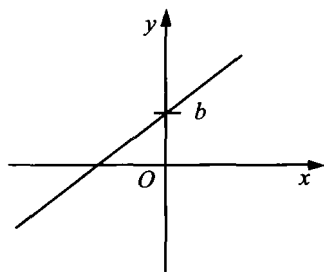


图 1-1 线性函数 $y=mx+b$ 的图像