

教育部规划 中等职业学校文化课教学用书

数学教学参考书

1

工科类 ● 第一册

全国中等专业学校数学课程组 组编



高等教育出版社

HIGHER EDUCATION PRESS

数学教学参考书

(工科类)

第一册

全国中等专业学校数学课程组 组编

丁百平 主编

高等教育出版社

内 容 提 要

本书是与全国中等专业学校数学课程组组编的《数学》(工科类)第一册教材相配套的教学参考书。共分六章,与教材完全对应。每章都分为五大部分:第一部分概括出知识网络;第二部分明确了大纲规定的教学要求;第三部分对教材给予了详细的说明;第四部分按每小节给出详细的教学建议;第五部分则是教材中练习、复习题的答案或提示,便于参考。附录中给出配套习题册的参考答案或提示。

本教学参考书供中等职业学校广大师生使用。自学者也可从中获得有益的指导和帮助。

图书在版编目(CIP)数据

数学教学参考书(工科类)第一册/丁百平主编.

北京:高等教育出版社,2000

ISBN 7-04-008248-9

I.数... II.丁... III.高等数学-高等学校-教学参考资料 IV.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 62091 号

数学教学参考书(工科类)第一册

全国中等专业学校数学课程组 组编

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号

邮政编码 100009

电 话 010-64054588

传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

经 销 新华书店上海发行所

排 版 南京理工排版校对公司

印 刷 高彩印务上海印刷股份有限公司

开 本 850×1168 1/32

版 次 2000 年 7 月第 1 版

印 张 4.375

印 次 2000 年 7 月第 1 次印刷

字 数 110 000

定 价 5.30 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换.

版权所有 侵权必究

前 言

本教学参考书是根据教育部 2000 年审定的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》，与全国中等专业学校数学课程组组编的《数学》教材相配套的教学用书。

本教学参考书共分三册，与上述教材三册同步出版发行。第一册为大纲知识内容的第一模块“函数”，第二册为大纲知识内容的第二、三模块“向量与复数”、“几何(方案 I)”，第三册为大纲知识内容的第四、五、六模块“概率与统计初步”、“微积分初步”、“统计”。

本教学参考书的主要内容为知识网络，教学要求，教材说明，教学建议，练习、复习题解答或提示。附录中给出配套习题册的参考答案或提示。

教学要求，按大纲分为认知要求和能力培养两个方面：

认知要求分三个层次：

了解 能够说出这一知识是什么，并知道简单应用。

理解 能够说出概念和规律(定义、定理、法则等)是什么，必要时还能够知道它是怎样得出的，与其他概念和规律之间的联系。

掌握 通过练习，获得一定的技能，能够应用概念、定义、定理、法则去解决一些问题。

能力培养分为六个方面：

基本运算能力 会根据法则和公式正确地进行运算、处理数据，并知道计算的原理。

基本计算工具使用能力 会正确使用一般的函数型计算器及常用的数学用表。

空间想像能力 形成正确的空间概念,根据空间图形的性质,能够表达出简单的立体图.

数形结合能力 能绘制常用函数图形,会利用函数图象讨论或帮助理解它的性质,初步学会用代数方法处理几何问题.

简单实际应用能力 会解决带有实际意义的简单数学问题,会把相关学科、生产或生活中的一些简单问题转化为数学问题,并予以解决,以培养学生用数学解决问题的意识.

逻辑思维能力 会分析、比较、综合、推理,能应用数学概念和方法,辨明数学关系,形成良好的思维品质.

打“√”表示该知识点的最基本要求和教学中应给予特别重视的能力要求.

教师在使用本书时,要注重对学生进行科学思维能力的培养.在介绍数学的基本概念和基本理论方面,尽量贯彻由浅入深、由易到难、由具体到抽象、循序渐进的原则,注意教材的系统性、科学性以及各章内容间的有机联系.

教学时,应改变过去课堂以教师为中心的教学方法,强调以学生为主体、给学生以更多的活动空间,让他们积极地参与教学过程.建议在课堂教学中注意精讲多练,适当增加课内练习时间,以减少学生课外负担.教学过程中要贯彻设疑(提出问题)、析疑(分析矛盾)和解疑(解决矛盾)三个环节的启发式教学原则,教师应尽量使用现代教学工具如计算机多媒体技术等,以激励学生的求知欲和创新意识.

教学中要注重数学实践能力的培养,它应该表现在:

1. **会算**:掌握数学的基本运算和计算器的使用;2. **会画**:掌握描点作图和利用性质作出基本初等函数大致图形的描绘.掌握简单空间图形的描绘;3. **能读**:会读图识性和阅读数学概念、数学定理.

学生在使用本教材与教参的时候,应采用全过程优化的学习方法:“预习(发现问题)→带着问题听课→课内模仿练习→课后复

习→课外作业→整章总结”。课内宜完成最基本内容的训练，以模仿练习为主。课后应先复习后做习题，要求独立完成。通过整章复习，会解复习题中所设综合性习题。如此则具有了一定的自学能力，便于接受终身教育。

教材基本上按每2课时设置20分钟左右的课内**练习题**，设置30分钟左右的课外**习题**（附习题册），在一章复习题中设置一批巩固知识、综合运用的**复习题**，从而使学生达到高中阶段学习数学的基本要求。以上三套题目的全部解答或提示均在教学参考书内列出，供读者参考。

参加本教学参考书编写工作的有上海水产学校丁百平，九江船舶工业学校胡胜生，芜湖机械学校夏国斌，上海航空工业学校潘碚。全书由丁百平主编。第一册由丁百平统稿，第二册由胡胜生统稿，第三册由夏国斌统稿。本书由全国中等专业学校数学课程组组织审稿，参加审稿工作的有广东省水利电力学校沈彩华（第一册主审），四川省机械工业学校李以渝（第二册主审），渤海船舶工业学校杜吉佩（第三册主审），上海环境工程学校周建和，整套教材、教参策划为上海航空工业学校张又昌。

本书在编写过程中，得到了教育部职业教育与成人教育司、全国职业教育教学指导委员会、全国中等职业教育文化基础课程教学指导委员会以及高等教育出版社有关领导和编辑的热情关心和指导，得到了北京、上海、江苏、安徽、江西、四川、广东、辽宁、河北、天津等省市教育部门和部分中等职业学校的大力支持，在此谨表示深切的谢意！

限于编写水平，不妥之处在所难免，衷心欢迎广大从事职业教育的教师、专家和读者批评指正。

全国中等专业学校数学课程组

2000年4月

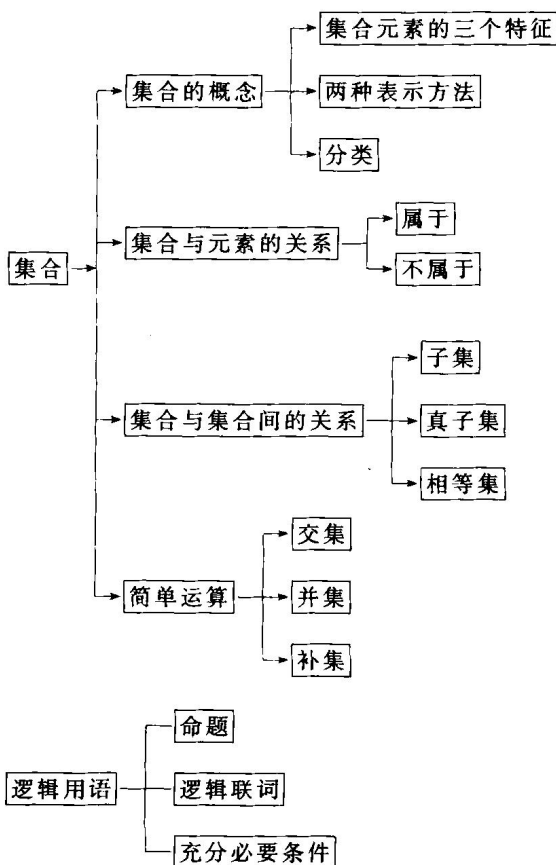
目 录

第 1 章 集合与逻辑用语	1
第 2 章 不等式	16
第 3 章 函数	28
第 4 章 指数函数与对数函数	47
第 5 章 任意角的三角函数	61
第 6 章 数列 数列极限	86
附录 配套习题册参考答案或提示	110

第1章

集合与逻辑用语

一、知识网络



二、教学要求

知 识 点 内 容	认知要求			能 力 培 养				
	了 解	理 解	掌 握	基 本 运 算	基 本 计 算 工 具 使 用	数 形 结 合	简 单 实 际 应 用	逻 辑 思 维
一、集合与逻辑用语								
集合及其表示法		√						√
元素与集合的关系,空集		√						√
集合间的关系(子集、真子集、相等)		√						√
交集			√	√				
并集			√	√				
补集			√	√				
命题	√							√
逻辑联结词(且、或、非,如果…那么…)	√							√
充要条件		√						√

三、教材说明

本章教材共分三节,第一节集合的概念,第二节集合的运算,第三节逻辑用语.

集合论是近代数学的基础.“集合”的概念已经成为数学的最基本和最重要的概念之一,集合的思想已被广泛地用于自然科学和现代科学技术的许多领域.中等职业学校的学生掌握集合的初步知识,不但可以加强对数学的理解,而且可以为进一步提高逻辑思维能力,为分辨事物与事物间的关系打下一定的基础.

虽然集合的概念已渗透到小学和初中的数学教材中,其中出现过一些有关数、式、点、形的集合的例子,使学生对集合的概念有了初步的了解,但初中教材没有正式给出集合的概念.为了使她能理解这一概念,并掌握集合间的运算,会较熟练地应用集合的术

语、记号、运算法则去分析、解决问题,教材第一章开始即介绍集合的知识,并在后面章节中应用这些知识.

逻辑用语是数学广泛使用的语言,在教材第一章介绍常用的一些逻辑用语,对理解数学,简化数学的表达,提高数学思维能力有重要的意义.

第一节为集合的概念.教材通过实际生活与生产实践中学生熟悉的对象说明了集合的概念,阐明了集合的元素的性质,介绍了集合的分类与集合的表示法、数集和点集的概念、集合与元素的关系、空集与单元素集的概念以及集合与集合间的关系.

第二节为集合的运算.教材给出了交集、并集、补集的概念,通过大量例子和文氏图的图解说明,力求提高学生集合运算的能力.

第三节为逻辑用语.本节内容主要介绍命题的概念,四种逻辑联结词(且、或、非、如果…那么)并介绍了它们的记号与表示法.最后介绍了充分条件、必要条件和充分必要条件.学习逻辑用语,不但有利于数学问题的说明,而且有利于逻辑思维能力的提高.

本章的重点

- (1) 集合的概念和集合的基本运算;
- (2) 命题的真假与充分必要条件.

本章的难点

- (1) 子集、真子集及交集、并集、补集的概念以及它们的区分与联系.
- (2) 复合命题的真假与充分条件、必要条件及充要条件的区分.

如前所述,集合的基本概念和基本运算是集合论的最基本的内容之一,它又是本教材以后各章经常要用到的知识,对于提高学生的逻辑思维能力有很大的好处.命题是数学基本概念,是一类能唯一确定真假的陈述句.命题的真假的判定大量表现为对数学基本概念、基本理论的理解或掌握与否,充分条件、必要条件的知识对于理解数学中推理、举反例的方法有帮助;在以后各章中经常要

用到,因此以上内容为本章的重点.

子集、真子集的概念比较抽象,它们所讨论的对象广泛多样、无所不包,学生对数集、点集的知识尚处于开始阶段.集合的交、并、补运算有别于学生以前掌握的运算,对涉及的具体问题缺乏实际意义的了解,缺乏分析、排类的能力,学生难于掌握.逻辑用语的掌握有一个从不了解、不熟悉到逐步了解并正确使用的一个过程.本节涉及的诸多内容又是初中知识的复习,有一定的难度,因此以上内容为本章的难点.

作为中职数学教材的第一章内容,对于刚离开初中数学教学模式的学生而言,具有一定的难度,教学时要指导学生学会预习,要多举例题示范,形成教与学的积极呼应,讲练结合,并适当应用对比的方法,反复比较,注意概念间的联系与差异,要形象而直观地讲清抽象的概念,从感性认识提高到理性认识.

本章教学时数具体分配(供参考)	共 14 课时
§ 1-1 集合的概念	3 课时
§ 1-2 集合的运算	3 课时
集合内容小结、习题课	2 课时
§ 1-3 逻辑用语	4 课时
逻辑用语内容小结、习题课	2 课时

四、教学建议

§ 1-1 集合的概念

1. 集合是数学中原始的概念之一,不能用其他更基本的概念来给它下定义,只能对它作描述性的说明,一个个具体的集合比较形象,而集合的概念则比较抽象,教学时要从实际生活中学生熟悉的对象引出集合的概念.教材中的 5 个引例分别表示了人、物、数、点、形等组成的集合,通过这些例子说明集合中的元素可以是任何

对象. 在集合的概念中关键的词语是“特定性质”和“全体”两个词. 在讲解引例时要反复阐明每个例子中的“特定性质”是什么? “全体”的含义是什么? 全体是指满足这个“特定性质”的所有对象, 不得遗漏. “特定性质”可以理解为“判断元素是否属于这个集合的条件”或“公共属性”. 这种特定性质必须具有确定性. 即根据这一特定性质来判定某个对象是否属于这个集合, “是”或“不是”, 两者必居其一, 不能模棱两可、模糊不清. 为加深理解, 教学时可增加两个“不确定”的例子: “非常大的正数”和“与原点 O 邻近的点”, 要说清它们不具有明确的“特定性质”.

集合的元素具有“确定性”(一个对象属于或不属于这个集合)、“互异性”(同一元素不重复出现)和“无序性”(不考虑元素出现的先后次序), 应通过例子加以阐明, 以求对集合与元素有较深刻的理解.

教材从元素的个数出发将集合分成有限集合与无限集合, 事实上从不同的角度还可以有其他的分类.

在讲解集合的表示法时, 可说明列举法与描述法在表示集合的时候, 各有其长处和适用范围, 在使用时要依具体对象而定. 有些集合用两种方法均可, 例如, 集合: “绝对值小于 3 的整数”, 可用列举法表示为: $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 或用描述法表示为 $\{x \mid |x| < 3, x \in \mathbf{Z}\}$; 集合 $\{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}$ 用描述法可表示为 $\{\text{正偶数}\}$; 或 $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}_+\}$. 有些集合只能用一种方法表示, 例如, 集合 $\{0.5, 2, 3, 4\}$, 因为其中的元素的特定性质不易看出, 所以用描述法表示较困难; 集合 $\{x \mid x - 5 > 0, x \in \mathbf{R}\}$, 由于实数的稠密性, 无法将它的元素一一列举出来, 因此不能用列举法表示. 在用列举法表示集合的时候, 如果元素个数太多, 或元素个数为无限时, 可采用省略表示的方法, 但必须反映其特定性质, 例如集合: “100 以内的正偶数”可写成 $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 100\}$, 不要写成 $\{2, \dots, 100\}$.

教材介绍了常用的数集合. 并按国家标准《物理科学和技术中

使用的数学符号》(GB3102. 11—93)规定的符号表示,其中自然数集,即非负整数集用 \mathbf{N} 表示,正整数集用 \mathbf{N}^* (或 \mathbf{N}_+) 表示. 为了以后叙述的方便引进了 \mathbf{Q}_+ 、 \mathbf{R}_- 等带右下标的表示方法. 教学时可指出,本书讨论的数集,若无特别的说明,均在实数集 \mathbf{R} 范围内进行,当集合中的元素 x 可取任何实数时的说明 $x \in \mathbf{R}$, 一般可省略不写.

教材通过例 1 详细给出了数轴上的点集、直角坐标平面内的曲线上的点集和平面内一个象限的点集的表示方法. 在讲解数轴上的点集时,要讲清数轴上点与实数的一一对应关系,在讲解平面上的点集时,要讲清平面上的点与有序数对 (x, y) 的一一对应关系,便于在今后教学中的使用.

数轴上的点集的表示可直接在数轴上用粗线表示,也可借助区间的记号在数轴上框出,本教材采用了在点集的端点处用垂线引至数轴上方,端点分别用实点(表示端点在集合内)或空点(表示端点不在集合内)的方法表示点集,它具有较强的视觉效果,也便于今后进行交、并运算,易于为学生所掌握.

2. 集合与元素的隶属关系. 集合与元素之间的关系是隶属关系,要么属于、要么不属于,分别用记号 \in 和 \notin 表示. 在集合与元素之间也只有这两种关系,不能有其他关系,也不能用其他记号表示.

教材介绍了空集的概念,为加深对空集概念的理解,又介绍了单元素集和非空集合的概念. 这些概念学生不易理解,讲解时要多举例子.

3. 集合间的关系有包含、真包含、相等、不包含、不相等五种. 对于两个集合 A 与 B ,“ B 是 A 的子集”与“ A 包含 B ”是同一个意思. 要正确阐述子集的概念:“集合 B 是集合 A 的子集”的含义是“ B 的任何一个元素都是集合 A 的元素”,也就是说“若 $x \in B$ 则 $x \in A$, 那么 B 是 A 的子集”. 不要用不正确的叙述,如“子集是由原来集合中的部分元素组成的集合”等说法. 因为对于一个非空集

合 A , 根据子集的定义可以得出 A 是其自身的子集, 即 $A \subseteq A$, 这时 A 包含了 A 的全部元素而不是部分元素.

要使学生明确子集与真子集的区别, 教材通过 § 1-1 的例 2、例 3, 教会学生有序地写出它的子集, 可从空集、单元素集、2 个元素构成的子集、直至本身. 在写单元素集和 2 个元素子集时, 也要注意“序”(虽然集合元素是无序的). 这对以后学习排列组合、概率初步知识及认识社会、分析事物都是有益的.

教材采用的真子集(真包含)的记号是 \subsetneq 和 \subsetneqq , 这是国家标准中使用的唯一的记号, 不要采用其他记号.

在介绍了集合间的关系后, 要区别 \in 与 \subseteq 这两个符号的不同含义: “ \in ”只用在元素与集合之间, 表示隶属关系, \subseteq 用在集合与集合之间, 表示包含关系.

本节内容涉及的概念较多, 记号也较多, 教学时切不能让学生死背概念, 而应结合实例加深对概念的理解, 并区分不同概念的差异.

§ 1-2 集合的运算

这一节教材, 给出了交集、并集、补集的定义, 求两个集合的交集、并集、补集也称为交运算、并运算和补运算, 在大纲的认知要求上均要求“掌握”, 并要求提高学生的基本运算能力, 教学的重点是集合的三种运算的定义. 对于运算律, 没有明确的说明, 仅列出供学生参考, 教学中不要作过多的论证.

1. 在讲两个集合的交集定义时, 定义中的关键词是“属于 A 且属于 B ”. 用描述法表示为

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

要讲清“且”字的意思是 $x \in A$ 和 $x \in B$ 要同时成立. 也可以说 $A \cap B$ 的任一元素都是 A 与 B 的公共元素. 为了说明清楚起见,

教材图 1-2 用文氏图给出了交集的四种情形的直观表示.

例 1、例 2 给出了如何求交集的例子,例 2 同时介绍了如何在数轴上表示两个实数集的子集的交的方法.教学中要强调“且”就是两个式子都要满足,即公共部分.因此它们的交是两根射线的公共部分,在图 1-3 中用阴影部分表示.例 3 给出了交是空集的例子,例 4 可看成是二元一次方程组的解的集合表示,也可看成是平面上两直线的交的求法.这里的解是用有序数对给出的.例 5 实际上验证了交运算满足结合律.

2. 在讲两个集合的并集定义时,定义中的关键词是“或”,用描述法表示为

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

要讲清“或”字的意思是 $x \in A$ 与 $x \in B$ 这两个条件有一个满足就可以了,当然两个都满足也是可以的.在这种情形下,由于集合的元素具有互异性,相同的元素不能在 $A \cup B$ 中重复出现.教材图 1-4 给出了并集的直观表示.

例 6、例 7 给出了求有限集的并集的例子,例 6 中元素 1 是重复的,在并集 $A \cup B$ 中只能出现一次.例 7 实际上验证了并集满足结合律.例 8 给出了求无限集的并集的例子,同时介绍了如何在数轴上表示两个实数集的子集的并的方法.教学中要强调“并”就是只要有一个式子满足就可以了,因此它们的并是两线段的合并(注意与交运算的公共部分的对照).

并集与交集这两个概念容易混淆,在教学中要注意通过对比加以区分,可通过例 2 与例 8 加以对比,也可以通过图 1-3 与图 1-5 加以对比.并集符号开口向上,交集符号开口向下,通俗地说,开口向上不会少掉些元素,开口向下不会多出些元素.形象化地加以说明有助于学生对这两个概念的理解和区分.

3. 在讲全集和补集时,首先要讲清全集的概念,补集是相对于全集而言的,没有全集,就无所谓补集.教材中指出,即使是同一

个集合,由于所取的全集不同,它的补集也会不同.补集的记号采用国家标准中规定的唯一记法: $\complement_I A$ 或 $\complement A$.

例 9 在这儿除了说明补集概念外,今后在学习古典概率的对立事件时有用.例 11 是交集、并集、补集的一次综合练习,同时验证了德·摩根公式:“并的补等于补的交”、“交的补等于补的并”.

4. 根据教学时数安排,在集合内容讲完后,教师要根据教学目的,结合学生学习的实际、存在的问题进行一次集合内容小结与习题课,复习内容小结如下:

(1) 集合及其表示法

集合是具有某种特定性质的事物的全体.组成某一集合的每一个事物称为这个集合的元素.如果 a 是集合 A 的元素,记作 $a \in A$.

集合的表示法:列举法: $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots, n \in \mathbf{N}_+\}$ 其中 a_1, a_2, a_3, \dots 是集合的元素;描述法: $\{x|x$ 具有性质 $p\}$, 其中 x 为集合的元素, p 为所有元素具有的特性质.

(2) 集合的包含与相等、子集与真子集.

若 $a \in B$ 则 $a \in A \Leftrightarrow B \subseteq A$ (A 包含 B);

若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$ (A 等于 B).

子集与真子集

若 $a \in B$, 必有 $a \in A$, 那么 B 是 A 的子集, 即 $B \subseteq A$; 若 $B \subseteq A$, 且 A 中至少有一元素不属于 B , 那么 B 是 A 的真子集, 即 $B \subsetneq A$.

(3) 集合的运算:交集、并集、补集.

$$A \cap B = \{x|x \in A \text{ 且 } x \in B\};$$

$$A \cup B = \{x|x \in A \text{ 或 } x \in B\};$$

$$\complement_I A = \{x|x \in I \text{ 且 } x \notin A\}.$$

交、并、补的几个关系:

$$A \cap A = A, A \cup A = A;$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap I = A, A \cap \complement A = \emptyset;$$

$$A \cup \emptyset = A, A \cup I = I, A \cup \complement A = I.$$

集合的运算律:

$$A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A;$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C),$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C);$$

$$\complement(A \cup B) = \complement A \cap \complement B;$$

$$\complement(A \cap B) = \complement A \cup \complement B.$$

习题课可选择复习题一的题目进行.

§ 1-3 逻辑用语

本节教材介绍命题、逻辑联结词、充要条件等逻辑用语. 教学时要从数学教学中大量存在的、学生又基本掌握的数学用语着手, 由命题的概念开始, 引出简单命题与复合命题的概念, 进而介绍常用的逻辑联结词“且、或、非、如果…那么”, 由“如果…那么”引出推断的概念. 最后由充分条件、必要条件给出充要条件的概念. 从而得到等价命题的概念. 教师须理顺这一内在联系, 并在教学过程中要求学生理解这样的内在联系.

1. 命题的概念有两层意思, 第一它通常是一种表示判断的陈述句, 第二是要求这种陈述句能唯一地判断真假. 教学时可举例说明以加深对陈述句“判断”作用的理解, 因此也可向学生说明通常说的感叹句、祈使句、疑问句等都不能构成命题. 在举例时要强调真假判断的唯一性.

数学教材中大量地存在着用字母表示数的情况, 例如用 x 表示实数等. 有的时候, x 表示的数是确定的, 如 $x = 3$, 有的时候 x 表示的数不确定, 如 $x > 3$. 因此“实数 x 大于 3”这一陈述句不能判定其真假, 它不是一个命题. 本教材对于这个问题是这样处理的, 首先明确它不是命题, 然后说明它在 x 的值明确时, 能唯一判