



小学数学的 掌握和教学

Knowing and Teaching
Elementary Mathematics

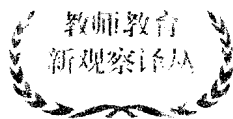
马立平◇著

李士锜 吴颖康 等◇译



华东师范大学出版社





小学数学的 掌握和教学



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学的掌握和教学/(美)马立平著;李士锜等译. —上海:
华东师范大学出版社, 2011. 1

(教师教育新观察译丛)

ISBN 978 - 7 - 5617 - 8169 - 2

I. ①小… II. ①马…②李… III. ①数学课—教学研究—小学
IV. ①G624. 502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 009699 号

教师教育新观察译丛

小学数学的掌握和教学

著 者 马立平
译 者 李士锜 吴颖康
责任编辑 彭呈军
审读编辑 王 海
责任校对 王 卫
装帧设计 卢晓红

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://ecnup.taobao.com/>

印 刷 者 江苏南通印刷总厂有限公司
开 本 787×1092 16 开
印 张 12
字 数 199 千字
版 次 2011 年 4 月第 1 版
印 次 2011 年 4 月第 1 次
印 数 4100
书 号 ISBN 978 - 7 - 5617 - 8169 - 2/G · 4774
定 价 25.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

“教师教育新观察译丛”总序

本世纪以来,教师质量以及对教师的教育越来越成为全球社会、研究界共同关注的问题。特别是在新名词“教师教育”取代“师范教育”的近年,关于教师、教师教育的话题层出不穷。世界各国以教师教育创新为己任的教师培养与培训机构,基于对教师这一社会角色的重新认知,正在推进一些融传统与现代因素为一体的教师教育变革。从根本上说,既然教育活动是以作为人的主观认知结果的知识的保存、传播与创新为依托,逐渐成为现代人类生活和个体生命历程不可或缺的组成部分,那么教师教育的目标就是要为即将和已经成为教育者的教师提供理解客观世界和生命的价值、意义的知识与阐释这些知识的能力,为下一代在认识、理解、阐释客观世界和自身生命的价值与意义上提供指导!

在我国,各界在谈及教师专业发展时经常会把教师和医生、律师作类比,并得出教师的专业性不强的结论。这或许有一定道理,但必须看到的是,教育针对的是人的成长和教化,教育活动以及对教育的研究可能是人类最复杂的活动之一。因此,我们本应该挑选最优秀的人来做教师,投入最大的力气来办教育,来从事教育研究。而我们感觉到的是,至少在师范提出后的一百年来,教师这个职业的问题似乎越来越多了。教师教育取代师范可能是一个好事情,因为至少我们把对教师的培养从原来职前短短几年师范,延伸到了终生,当然同时也引发了很多教师培养方面的新思考。

实际上,关于教师教育的任何一个话题,展开来都是很庞大的。可能无论对欧美发达国家,还是对像中国这样的发展中国家而言,当前最重要的事情都是落实教师教育优先发展的战略,以从根本上形成尊师重教的社会共识。

教育是人类文明延续的重要方式,也是经济社会发展的重要因素,而教师素质对于教育的质量则又起着关键性的作用,教育的一切改革最终都离不开好老师。

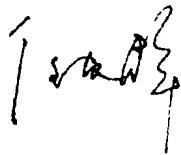
可以这么说,如果存在一个基础教育的热点问题,在大多数情况下,这也必然是一

个教师教育的热点问题。比如提高中小学学科教学质量就必然与学科教师的养成有关系,那么优秀的学科教师如何培养呢?比如为了提升在培养好教师方面的目标、策略、内容和过程,就要更好地研究成功教师的表现,概括其所具有的共同特点和途径,提供确保教师教育项目取得成功的政策、组织特征、资源等条件,那么一个好的教师培训模式究竟是怎样的呢?比如要在全球化的背景下让下一代更好地继承本民族、本国家的核心价值观,对教师教育的改革就必须促进教师本身在情感、态度、价值观上的提升,那么怎样让教师能够更好地在学校内向学生言传身教呢?我们都越来越感受到经济全球化浪潮的影响,那么如何让教师学会在多元文化背景下进行公民教育和道德教育呢?

凡此种问题都在不断挑战着各国的教育主管部门、教师培训机构和中小学。因此,各国教师教育研究的比照和借鉴也显得越发重要了。

华东师范大学利用“985”哲学社会科学创新基地建设的契机,集全校之力成立了教师教育改革推进委员会。在开展各种教师教育理论研究和实践改革的同时,我们组织从事教师教育研究的多位学者,精心选择并翻译国际教师教育的新作、力作,推出了这套“教师教育新观察译丛”。在今后的研究中,我们还会不断选择适合中国读者的好书来充实这套译丛。我们真诚欢迎各位方家的指正。

感谢华东师范大学出版社的大力支持。





序

马立平博士的名著 *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States* 1999 年甫一出版,便风靡美国。记得 2000 年夏天在东京举行第九届国际数学教育大会(ICME-9)的时候,凡见到美国同行,无论在会场上还是饭桌上,都会谈到这本书。赞成的固然有,质疑的也不少。但是,以后的事实表明,该书的影响越来越大,以致到了美国一些州和地区的小学数学老师几乎人手一册的程度。接着,韩文、西班牙文和葡萄牙文又相继出版。现在,这本直接涉及中国数学教育的书终于也有了中译本了,广大中国读者应该会从中获得许多教益,值得期待。

世界的数学教育正在逐渐融合。我们从美国同行那里,吸取了“问题解决”、“建构主义数学教育”等许多优秀的理念,这些理念深刻地影响了新世纪的课程改革。反过来,美国近来也在许多原来认为教育理念比较落后的东亚各国的教学实践中,看到自身的一些不足。其中,马博士的这本著作使得中国数学教育进入了美国同行的视野,使他们第一次真实地接触到中国数学教育的某些特征。无疑,这是中美数学教育交流中一个里程碑式的事件。

中国数学教育并非全无是处,以致必须彻底转变观念,抛弃传统。相反,中国的某些长处往往自己都不认识。像本书所揭示的某些结果,国内研究的就不大够。事实上,要正确地认识自己并不是一件容易的事情。

马博士总是自称这是一本“小册子”,但是它经历了博士论文的深入研究过程,又专门花了三年时间进行修改,才付诸出版。没有如此长时间的大力研究和打磨,哪里会有后来的成功?为了让美国和世界的同行了解中国,需要花力气。我想,我们今后在研究选题上,研究方法上,表达方式上,都可以从中学习到许多东西。

马博士是一位独立的思考者和研究者。由于不愿迎合某些时尚的潮流,她没有到

4 小学数学的掌握和教学

大学谋求教职,也不愿申请政府资助的任何项目。2006 年暑假,我们在香港教育学院相遇,她说是:“道不同,不相为谋”,令我思索良多。但是,她并不孤独,还受到更多的尊重。那年 4 月,她已受邀参加布什总统任命的一个有关数学教育的委员会,几年内风尘仆仆,为发展美国数学教育提供了许多建议。但是,这不是“职位”,委员会的工作已经结束。她仍然是“布衣”知识分子。当然,由于环境的不同,人生的道路可以有多种选择。

中国数学教育正在改革之中。几十年来,中国的“教育革命”和“教育改革”一直没有停止过。改革必然会有进步,但是也会有缺失。“知彼知己,百战不殆”。希望本书的出版,能够让我们以国外的视角更准确地审视自己,把自己的事情办得更好些。

因译者之情,写了以上的话,权作为序。

张奠宙

2010 年 6 月

于华东师范大学数学教育研究所

中文版致谢辞

1995年,我把自己关在斯坦福大学研究生宿舍的储藏室里写博士论文的时候,没想到后来它会印成书在美国发行,更没想到会被翻译成韩文、西班牙文、葡萄牙文和中文等多种文字出版。我想借此中文版付梓的机会,向所有为它付出过心血的、提供过有形或无形帮助的人表示深切的感谢。

为这本薄薄的、不到200页的小书“垫底”的,是我数十年在教育领域的经历。博士论文完稿时,我首先想到的是自己“文革”期间“插队落户”所在的江西省永丰县村前村的农民们。是他们,放心地把孩子交给我,那是我通向斯坦福大学教育博士之路的起点。也正是从那些看似“没有文化”的中国农民那里,我受到了中国传统文化的启蒙教育。

我深深怀念华东师范大学前校长刘佛年先生。当年,是他向我这个乡村民办教师授以教育研究的真谛。他不仅把我领进教育研究的大门,更帮助我获得在这个领域终身前行的动力和能力。

撰写这本书的具体工作可以分为两个阶段,论文写作阶段和修订成书阶段,在这两个阶段中,我都曾经得到过多方的帮助。

美国 Spencer 基金会为我提供了博士论文写作奖学金,McDonnell 基金会为我提供了修订专著的博士后奖学金。

本书内容所涉及的研究工作起于密歇根州立大学,终于斯坦福大学;而最后书的修订工作,是在伯克利大学完成的。

密歇根州立大学是我在美国的“老家”。1988年年底刚到美国的时候,我口袋里只有三十几块美金。导师 Sharon Nemser 帮我找到了 TELT (Teacher Education and Learning to Teach) 课题组的研究助理职位。这个职位不仅解决了我经济上的困难,还让我接触到了用以本书研究的原始数据资料。该校 Lynn Paine 教授多年来一直从事

跨国教育研究,是她教会我怎样做比较教育的研究。还有 Cohen、Labaree、Schwille、Ball 等教授,在我博士学业早期曾给予重要的指导。美国研究生同学 Miskey、Parker、Price 和 Wolf,曾给过我很大的帮助。更难忘中国留学生朋友蔡志雄、李凡夫、刘挹青、徐传国等温暖无私的友情,伴我度过了初到异国时最艰难的时光。

我转学到斯坦福大学以后,有幸在 Lee Shulman 教授指导下完成学业。从这本书的研究还只是一个模糊想法的时候开始,Shulman 就耳提面命,督促我把它作为博士论文的选题。论文写出初稿后,他又从自己的研究经费拨出专款为我修改英文。而斯坦福大学教育学院的 Atkin、Case、Cuban、Greeno、Norddings 以及 Walker 等教授,在我整个研究中也曾给予关键性的支持和鼓励。

另外,美国比较教育研究的著名教授 Harold Stevenson 读了我的论文计划,并提供了有价值的建议。

在伯克利大学做博士后期间,Alan Schoenfeld 教授第一个支持我把博士论文写成书出版。他给我的“只顾耕耘,不问收获”的教诲,鞭策我为书的质量尽心尽力。Schoenfeld 审读了书的每一章,提出了许多宝贵的修改意见,他甚至亲自动手为我重写某些段落。Schoenfeld 的研究生小组 Functions Group 里的学友们,也曾几次就好几个章节举行专题讨论。Schoenfeld 更在自己主编的丛书中给了这本书一席之地,省去了我许多寻找出版社的烦恼。

曾任美国女数学家协会主席的 Cathy Kessel 博士自愿担当了本书的文字编辑工作。她在把我蹩脚的英文润饰得优雅流畅的同时,还刻意细心地保留了行文里的“中国味道”。Cathy 不仅修订我的英文,还对书稿中论证不足的地方提出质疑,“逼”着我、帮着我把所有发现了的漏洞都补上。本书第七章里的一些段落就出自她手。Cathy 还承担了准备书稿过程中所有的繁文缛节。如果说这本书是我的“孩子”,她就是孩子的“奶妈”。Cathy 对这本书的贡献无论如何强调也不会过分,没有她的帮助,我这个“妈妈”绝不可能独自抚养起这个“孩子”。

威斯康星大学数学系的 Richard Askey 教授在手稿付印前,就热心地向许多人士推介本书。他和耶鲁大学数学系的 Roger Howe 教授等,为本书撰写了详尽的书评。他们的努力,让美国各地和世界各地的人知道了这本书。

本书中文版的问世,主要是华东师范大学数学系李士铨教授的功劳。数年前,素昧平生的士铨和我联系,表示准备把书翻译成中文。开初我并不赞成,还固执地认为,写给美国读者看的书对中国读者未必有意义,同时也隐隐担心翻译的质量。士铨给我

写长信,说明这本书对中国教育研究可能产生的意义。而后来,他和数学教育专业的研究生们,更以翻译工作中认真、严谨的态度彻底说服了我。士锜亲自校阅译稿时,甚至发现了一处英文行文上的纰漏。这让以严密细致著称的 Cathy Kessel 博士感叹不已,也让我感佩万分。切磋磨砺之中,我的偏见被纠正、被克服。不知不觉地,士锜已然成为我心目中一位可敬、可信的兄长。

中文版由德高望重的张莫宙教授亲自撰写序言,不由我喜出望外、铭感五内。

我做本书研究工作时所访谈的中国小学教师和我自己的小学老师,其实也都为本书作出了重要的贡献。前者详实的表述为我的研究提供了令人信服的资料,后者优秀的教学在我幼小的心灵里留下了深刻印象。

最后要说的,是我的家庭——我的丈夫、女儿和儿子对我始终如一的、毫无保留的支持、关怀和信任。他们支持、关怀和信任的不仅仅是我写这本书的工作,而且是我的整个人生。

以上提到的人们和所有在本书写作过程中帮助过我的人们,立平在此向你们深深鞠躬了。

马立平

2010年9月

英文版序

这是一本非常出色的书,但书中的精要独到之处却非常容易被误解。马立平在研究中比较了美中两国小学教师对数学的理解,因为这种理解关系到课堂教育实践。有什么能比这更简单的?有什么能让人误解的?下面让我一一指出可能误解的地方。

- 本书看似是美、中数学教师的比较研究,但更为重要的是理论贡献,而不只是比较。
- 本书看似是关于数学内容的理解而不是数学教学法,但它的关于内容的思想蕴涵着深刻的教学法。
- 本书看似是探讨数学教学实践,但同时也关注了那些教学和教师教育政策制定者。
- 本书看似与教师职前培训关系密切,但它研究成果的最深刻之处是我们对教师工作和他们职业生涯的专业发展的理解。
- 本书关注的是小学教师的工作,但它最重要的读者应是培养未来教师和未来家长的大学教师。

在本序中我将会试图澄清这些有点隐晦的看法,首先介绍一下马立平的简历。

马立平因中国的文化大革命而成了一名小学教师。作为上海一个初中二年级的学生,她被分配到农村——一个中国南方贫穷的山区乡村——接受农民的再教育。几个月后,村里的领导让马立平做了乡村学校的教师。正如她向我描述的那样,她当时是一个只接受过八年正式教育的上海青年,却要艰难地教授两个班级的全部课程。在接下来的七年期间里,她教了所有的五个年级的课程并担任学校的校长。几年之后,她被聘为全县的小学教学研究的负责人。

她怀着强烈的求知欲回到上海,找到了刘佛年教授。刘教授指导她阅读了许多教育经典名著,其中有孔子和柏拉图、洛克、卢梭、皮亚杰、维果茨基以及布鲁纳。刘教授后来担任华东师范大学的校长,而马立平在那里完成了硕士学业。她渴望学到更多的知识,来到美国寻求发展,在1988年最后一天抵达美国,开始在密歇根州立大学学习。

在密歇根州立大学,她与许多人一起工作,其中有做教师教育研究的 Sharon Feiman-Nemser 和 Suzanne Wilson,做数学教育的 Deborah Ball 和 Magedalene Lampert,以及做比较教育的 Lynn Paine。她参与了关于全国小学教师数学理解调查研究的开发和分析,对美国教师中一贯的对数学的普遍误解感到吃惊。这对她产生了很大的触动,因为这和她所了解的中国教师的情况相当不同。

几年后,立平把家安在了加州。她成为斯坦福大学的博士生,要完成课程学习和论文。我担任了她的导师,Spencer 基金会授予她奖学金,来完成这本书的基础性研究工作。这个资助加上密歇根州的一贯支持,使她有机会回到中国去收集有关中国教师的数据。获得博士学位后,立平又获得为期两年的博士后奖学金,师从伯克利加利福尼亚大学的 Alan Schoenfeld,继续她的研究,在那里,她的学位论文就变成现在这本出色的书。

我们可以从这本书中获得哪些最重要的经验?让我们转到我前面提到容易产生误解的地方,进行更深入的讨论。

本书看似是美、中数学教师的比较研究,但更为重要的是理论贡献,而不只是比较。这个研究比较了中美教师的差异,再一次发现,中国教师知道得更多些。有什么能比这更简单的?本书的关键思想不是中美教师间的比较。本书的核心是马博士对两组不同理解的性质的分析。中国教师更容易形成“基础性数学的深刻理解”。所谓他们“懂得多”或“理解得多”,就是一个深刻的理论要求。实际上他们学的数学很少,但是他们对所学的都能掌握得更深刻,更灵活,更具有适应性。

本书看似是关于数学内容的理解而不是数学教学法,但它的关于内容的思想蕴涵着深刻的教学法。马立平一开始提出了美、中小学教师在内容知识和理解方面的差异的原因,但是,关键是关于理解的思想。她开发的数学理解的思想,所强调的是知识的各个方面,是更有利于教师向学生讲解重要数学概念的能力的。她提出了理解的四个性质——基本概念、关联性、多元表征、纵向的连贯性——为教师掌握那些用于理解和指导学生思考所必需的数学内容,提供了有效的基本结构。

本书看似是探讨数学教学实践,但同时也关注了那些教学和教师教育政策制定

者。政策制定者强烈主张,未来的教师要展现出他们拥有教授学生所必需的教学内容知识,我们也会看到,在各州教师执照颁发机构存在很多为教师准备的测试内容。这些测试不应该用来评估错误知识。马立平的工作应当指导政策制定者来推动评价的发展,促进未来的小学教师达到基础性数学的深刻理解,而不是那些肤浅的程序和法则知识。

本书看似与教师职前培训关系密切,但它研究成果的最深刻之处是我们对教师工作和他们职业生涯的专业发展的理解。马立平并不满足于证实中美教师在理解上的差异。她也在探究这些差异的来源。一个重大研究成果(Stigler 和 Hilbert 在 TIMMS 也提到)就是:中国教师能继续学习数学,并且在整个教学生涯中不断对他们的内容理解精益求精。在中国,教师的工作还包括花时间和提供支持,来精心钻研并对教学内容进行集体探讨。这些对教师的工作是绝对必要的。美国教师在教学日没有机会进行集体研讨,因此可能会教授了多年也没有加深对所教内容的理解。相反,中国教师在这样一个工作环境中能有不断学习的机会。

本书关注的是小学教师的工作,但它最重要的读者应是教授未来教师和未来家长的大学教师。谈到我们所理解的对于教学的数学理解,未来的教师最初是从哪里学习到这种数学的?在中国,是从他们自己的小学和中学老师那里学来的,在师范院校(教师教育学院)的数学课中强化了理解,又在实践中进一步继承和发展了。打破那些限制了美国教师数学知识的恶性循环的唯一措施,就是在美国本科教学计划中开发更有效的数学课程。但是目前的大学本科培养计划中,似乎并没有促进深刻理解的基础性数学的地位,如果有的话,这种知识也是被误解为补充内容,并未认识到它本来就应当是严格的,是大学教学应该做的。数学系必须承担起责任,优先办好这件有关未来的教师和公民的大事。

尽管现在这本书已出版,但是这个底稿的早期手稿副本已经在数学圈子里流传了一段时间了。马立平的博士后导师、伯克利加利福尼亚大学的 Alan Schoenfeld 教授,在最近的一封信中生动描述了对这本书出版之前的手稿的反响。

马立平的手稿已经博得了大量的关注。它是一个轰动性的作品,是我所知道的、受到“数学战争”两派都关注和赞同的唯一手稿。许多世界级的数学家对这本书都表示出了狂喜之情,在数学会会上,许多人(他列出的许多前沿的职业数学家)为该书奔走相告。这是因为,它声称造成差异的原因是数学

内容知识的掌握。但是同时,那些具有改革观点的人们,那些重视数学思维深刻性和关联性观点的人们,那些认为教师能力包含了具有丰富的基础知识(它也包括广泛的教学法内容知识)的人们都发现,这本书为数学内容、教师职前培养和教师专业化提供了丰富的资源。

这的确是一本有价值、富有启发性的书。它证实了作者的才能,证实了培育这些才能的中、美学习环境,证实了欢迎其他国家的学者到美国来学习的价值。我强烈要求所有认真关心美国数学教育质量的人们读一读这本书,认真地汲取书中提到的教训。

Lee S. Shulman

英文版致谢辞

大约三十年前,中国正在经历着文化大革命。成千上万城市里的学生被送往农村地区,我就是其中的一个。我离开了自己出生、长大的上海,来到中国南方一个贫穷的山村。在那里,我们七个只受过七八年正规教育的初中生组成了“集体户”,我们要通过在田里劳动养活自己,同时接受农民的“再教育”。没想到的是,几个月后村长居然找到我,让我做村里小学的教师,教育村民们的孩子。原来,由于缺少教育,山村里绝大多数村民是文盲。他们迫切地希望他们的后代能够改变这个命运。

今天,手抚书稿回首往事,自己从事教育事业的起点历历在目:那个从上海来到山村的姑娘,为了教好两个年级的“复式班”里的每个学科使尽浑身解数,却仍焦头烂额。从那时出发的漫长旅程中,相伴着的有欢笑,也有泪水。这本书如果会有一点价值的话,那正是在此期间孕育的。

这本书是在人们一路的帮助下完成的。整个写作分成两个阶段:博士论文的研究和撰写阶段,以及把论文修订成书的阶段。这两个阶段的完成都伴随着许多人和单位的帮助。

首先,我要感谢 Spencer 基金会和 McDonnell 基金会提供的博士论文奖学金和博士后奖学金,支持我完成毕业论文和之后的修订工作。

我的博士学业从密歇根州立大学开始,在斯坦福大学结束,这两所大学里的许多学者都让我心存感激。位于东兰辛的密歇根州立大学是我在美国的“家乡”。在那里我最感念的是 Sharon Feiman-Nemser 和 Lynn Paine 两位教授以及她们的家人。密歇根州立大学教育学院的 TELT 研究项目是我学业的“家”,在和该项目成员的互动中我受益匪浅。这本书的研究工作就是建立在 TELT 工作之上的。我的思想曾受到 TELT 工作的激发,而我研究中还采用了当时在 TELT 工作的 Deborah Ball 拟定的提问,以及 Deborah Ball、Sharon F Deborah Ball、Sharon Feiman-Nemser、Perry Lanier、

Michelle Parker 和 Richard Prawat 收集的资料数据。

当初我刚到美国的时候,衣袋里只有 30 元美金。我的导师 Nemser 教授想方设法帮我找到一份研究助理的工作,我才得以专心于学业发展。Nemser 教授在教学方面和研究方面的高深学问,启发了、并将继续启发着我和她所有众多的学生。

在我第一次见到 Lynn Paine 教授以前她给我打过电话,通话中我根本没有意识到她是个道地的美国人。Paine 教授给了我最初的,然而扎实的关于如何进行跨国教育研究的训练。作为我后来在斯坦福大学时博士毕业论文指导委员会的一名成员,她仔仔细细地阅读了我的论文,并且提出了详尽而又中肯的修改意见。

在密歇根州立大学,我也很感激 Deborah Ball、Margret Brchmann、David Cohen、Helen Feathertone、Robert Floden、Mary Kennedy、David Labaree、William McDiarmid、Susan Melnick、Richard Navarro、John Schwille、Mun Tsang 等教授,他们在我博士学业早期曾给予我重要的指导。

我还要感谢我的研究生同事和同学蔡志雄、李凡夫、刘挹青、Shirley Miskey、Michelle Parker、Jeremy Price、Neli Wolf,以及徐传国。他们对我的迎接、给我的帮助和陪伴,使我在异国最初的日子里备感温暖。

在斯坦福大学,特别要感谢的当然是我的导师 Lee Shulman。Shulman 教授对我的支持始于听到我研究计划的那一刻。他提出的想法总是那么深刻,他给我的鼓励总是那么热情,而他对我的指导又总是那么切中要害。跟着他,我学会了如何播下一粒思想的种子,通过研究,把它培育成一棵枝繁叶茂的大树。

我还要感谢斯坦福大学 Myron Atkin、Robbie Case、Larry Cuban、Elliot Eisner、James Greeno、Nel Norddings、Thomas Rohlen、Joan Talbert、Decker Walker 等教授在我整个研究中所给予的支持。密歇根大学的 Harold Stevenson 教授曾读了我的论文计划并提供了颇有价值的建议。前华东师范大学校长刘佛年教授,也曾对我的研究给予热切的鼓励。

在“博士后”期间,我得到当时加利福尼亚大学伯克利分校的研究生、现在的西北大学的副教授 Miriam Gamoran Sherin 很大的帮助。她读了我手稿的主要部分,不仅修订了我的中国式英语,而且以她富有见地的评论激发了我。另外,斯坦福大学的两个研究生同学 Kathy Simon 和 Glen Trager,也曾替我校订论文并给予不断地热情鼓励。

在“博士后”阶段中我决定把毕业论文写成一本书。现在,这个任务终于完成了。

走在去邮局给出版社邮寄书稿的路上,我感到自己好像是一个送女儿“出嫁”的母亲。是啊,当年完成博士毕业论文,好像仅仅是诞下了一个婴儿,而把论文变成一本书,就像是把婴儿养育成人,丝毫也不容易。这对于二十多岁才开始自学英文的我来说,更是难上加难。所幸,又有一批优秀的人向我伸出了他们温暖有力的手。

这第二个阶段里首先要感谢我“博士后”工作的导师、加利福尼亚大学伯克利分校的 Alan Schoenfeld 教授。Alan 把这本书纳入他编辑的一套丛书。这本书的每一章他都审读过、写过评论、提出过如何改进的宝贵意见,他甚至还亲自动笔改写过一些段落。每当我有需要的时候,总能得到他的帮助。在 Alan 身边工作,我学会了许多东西——怎样做研究、怎样和同学和同事交流,等等。就像杂志《新纽约》的编辑 William Shawn 谈到他所在的团队时说的:“爱始终主宰着我们,爱是我们最基本的语汇”。在 Alan 创建的团队里,他把自己的学生们都视作未来的同事,团队里的每一个人都以同事相处。他还曾巧妙地建议团队里的一位成员帮助我。

伯克利大学的一位研究人员 Cathy Kessel 博士,是我的“孩子”——这本书——不可缺少的“奶妈”。Cathy 对我的手稿做了深度的编辑工作;她对薄弱的论证提出质疑,迫使我解释清楚,再把理解了的想法表达出来。在第七章中,她不仅作了文献回顾,还进一步扩充、加强和澄清了我的一些观点。除此以外,她还承担了本书手稿准备过程中全部枯燥烦琐的事务。Cathy 对这本书的贡献,无论如何强调也不会过分,没有她的帮助,我这个“妈妈”是没有能力把这个“孩子”“养大”的。实际上,她对这本书的感情决不亚于我。

我要感谢 Rudy Apffel、Deborah Ball、Maryl Gearhart、Hana Horn 以及 Suan Magidson 关于引言的评论。Anne Brown 对第一章到第四章所做的详细而深刻的评论,使得内容更加清晰明了。Alan Schoenfeld 的研究团队“函数论小组”,花了两段时间专门讨论我的手稿。Julia Aguirre、Hana Horn、Suan Magidson、Manya Raman 和 Natasha Speer 都提出了有益的意见。感谢函数论小组和 Anne Brown 对第五、六、七章的评论。还要感谢 Robert Floden,在书稿付印前的最后一刻从 NCRTE 数据库为我提供需要的资料。

我也要感谢 Lawrence Erlbaum 出版社的资深编辑 Naomi Silverman 耐心的帮助和支持。

我诚挚地感激 Richard Askey 教授,他的兴趣和热情让许多人注意到了本书的手稿。