

自然科学基金资助 项目百篇论文集

(1999-2003)

海南省科技厅

前 言

在国家自然科学基金和省自然科学基金的持续资助下,经过广大科技工作者的辛勤努力,我省基础研究特别是应用基础研究工作取得了长足的发展。近 5 年中,全省共有 233 个项目获得国家或省自然科学基金资助,资助经费 1190 万元。通过自然科学基金的资助,既培养和稳定了一支较高素质的科学研究队伍,使一批中青年科技工作者脱颖而出,又改善了科研条件,建成了一批具有特色的研究基地,至 2003 年底,全省共有 7 个省级重点实验室、1 个省部共建国家重点实验室培育基地、1 个国家重点实验室。随着基础研究实力的显著提高,一些较高水平的研究成果,特别是热带生物技术领域基础研究的突破,推动了全省橡胶产业、热带高效农业、海洋水产业等优势产业的持续、快速、健康的发展,同时大大提高了全省的科技创新能力,促进了经济和社会的发展。

为了总结我省自然科学基金资助项目所取得的成效,我厅从 1999 年以来获国家或省自然科学基金资助并正式发表的论文中选出 100 篇汇编成册,并按学科分为数理、化学、生命、地球、材料与工程、信息和管理 7 个部分,其中国家基金资助项目论文 56 篇、省基金资助项目论文 44 篇。

编者

2004 年 7 月

目 录

第一部分 数理科学

- 1、Fuzzy 质理想与质 Fuzzy 理想 张诚一(3)
- 2、群作用与幂群 张诚一 党平安(9)
- 3、除子标量乘算法及其 Maple 语言实现 游 林 温巧燕(14)
- 4、具有时滞的周期 Logistic 方程的持续性与周期解 桂占吉 陈兰荪(25)

第二部分 化学科学

- 1、循环水系统 CaCO_3 结垢速率的理论预测 王 睿 等(33)
- 2、低聚壳聚糖及其金属配合物的抗 O_2^- 活性研究 尹学琼 等(41)
- 3、 $\text{Cu}(\text{II})$ 对壳聚糖的配位控制降解 尹学琼 等(47)
- 4、稀土金属镧(III)用于配位氧化控制降解寡糖的分子量分布与抗氧活性
..... 郝红元 等(53)
- 5、罗丹明 6G 合锌(II)配合物的合成及晶体结构 张 岐 等(59)
- 6、桑色素金属(II)固体配合物的抗氧性研究 张 岐 等(66)
- 7、金属配位超分子晶体的结构特性及在催化氧化裂解壳聚糖中的应用
..... 陈志利 等(78)
- 8、薄叶红厚壳叶化学成分研究(I) 陈光英 等(85)
- 9、过氧杂多化合物催化环己烯氧化合成己二酸 李华明 等(90)

第三部分 生命科学

- 1、香蕉 ACC 合成酶 cDNA 5' 末端的快速扩增 金志强 等(99)
- 2、香蕉果实特异性 ACC 合成酶基因的克隆及反义载体的构建 金志强 等(104)
- 3、植物甜蛋白 Mabinlin II B 亚基 cDNA 的克隆与序列分析 胡新文 等(107)
- 4、THP 基因的重新克隆及草菇表达载体的构建 郭丽琼 等(113)
- 5、橡胶树凝集因子 hevein 基因及其启动子序列的分离与分析 邓晓东 等(120)
- 6、橡胶树延伸因子 cDNA 及其 5' 端启动子区域序列的分离与分析
..... 邓晓东 等(129)

7、甘蔗根癌农杆菌介导遗传转化研究	王自章 等(137)
8、树木营养贮藏蛋白质细胞学、生物化学性质和生物学功能	田维敏 等(144)
9、巴西橡胶树两个不同抗寒力品系若干生理特性的差异	校现周 等(146)
10、橡胶树导胶引起生理生化变化的研究	刘实忠 等(152)
11、辣椒果实钙吸收累积的基因型差异及其生理特征	唐文浩 等(161)
12、富钙型辣椒的调控原理和技术	唐文浩 等(170)
13、H. 11648 麻应用 DRIS 初探	孙光明 等(177)
14、胡椒光合作用特性的研究	郭华松(182)
15、大田胡椒光合作用变化规律研究	邢谷扬 等(187)
16、甘蔗染色体组构成系统演化的研究	黄东益 等(193)
17、巴西橡胶树生长和导管结构与橡胶产量关系	刘世彪 林位夫(204)
18、橡胶三合树树冠与茎干间的相互影响——胶乳生理特性	林位夫 等(210)
19、利用 mRNA 差别显示技术分离橡胶树死皮病相关 cDNA	黄贵修 等(217)
20、四棱豆品种间亲缘关系的蛋白分析	党选民 张 欣(225)
21、海南木本饲用植物资源考察及营养价值评价	刘国道 罗丽娟(229)
22、中国柱花草炭疽病原菌遗传多态性的 RAPD 分析	易克贤 等(239)
23、木薯饲用型品种的筛选	李开绵 等(250)
24、毛叶枣的矿质营养特性	陈 菁 谢江辉(260)
25、刺激割胶制度对橡胶树死皮发生的生理效应	许闻献 等(267)
26、微割对橡胶无性系 PR107 产量及生理状况的影响	校现周 等(274)
27、黄鳝膀胱上皮表面结构的电镜观察	曾 增 等(280)
28、黄鳝膀胱尿截流及尿 Na ⁺ 分析	曾 增 等(288)
29、中国野葡萄寄生线虫种类的调查	罗素兰 等(292)
30、大肠杆菌中重组 GNA 蛋白的分离纯化	罗素兰 长孙东亭(299)
31、马氏珠母贝不同地理种群内自繁和种群间杂交子一代主要性状的比较	王爱民 等(306)
32、三个野生种群马氏珠母贝遗传多样性的 RAPD 分析	王爱民 等(315)
33、苦丁茶冬青的 RAPD 影响因素及实验条件的优化	张凤琴 等(324)
34、冬青属苦丁茶不同种质材料之过氧化物酶同工酶和酯酶同工酶研究初报	史学群 等(333)
35、我国苦丁茶冬青种质资源的形态学研究	刘国民 等(342)
36、中国木犀科代茶植物的多样性与开发状况	刘国民(362)
37、桉树林林下植物多样性与经营方法的关系研究	杨再鸿 等(373)
38、海南省东方市桉树人工林调查研究	杨小波 等(379)
39、海南澄迈县桉树人工林调查研究	吴庆书 等(387)

40、鱼类血细胞研究进展	周永灿 等(393)
41、海南粗榧(<i>Cephalotaxus mannii</i> Hook. f.)化学元素含量及变异研究	杜道林 等(401)
42、香蕉 33 个品种的 RAPD 研究	杜道林 等(410)
43、黄雀发声核团与部分听觉中枢内 P 物质的分布和性双态比较	张信文 等(423)
44、白腰文鸟原纹状体核发声通路与 SP—免疫组化的定位	张信文 等(432)
45、血浆 β -EP 在急性高原反应中的效应	谢新民 等(438)
46、中国海南岛黎族人群 Y 染色体上四个微卫星基因座的多态性研究	李冬娜 等(442)
47、中国海南岛三个黎族支系 DYS287、DYS19 的多态性研究	李冬娜 等(447)
48、淋巴细胞存在有 δ 阿片肽受体的分子证据	黄冬爱 李 刚(454)
49、抗 δ 阿片受体单克隆抗体对蛋脑啡肽的拮抗作用	黄冬爱 等(458)
50、DNA 错配修复蛋白 hMLH1 在大肠癌组织中的表达及其与大肠 癌分化的关系	王小英 等(463)
51、甲胎蛋白促 Hela 细胞增殖的机理	李孟森 等(468)
52、受体介导甲胎蛋白促 Hela 细胞增殖	李孟森 等(480)
53、海南与市售槟榔等中药材中重金属含量比较研究	张俊清 等(500)
54、益智等 4 种中药材无机元素含量与临床功效相关性分析	张俊清 等(504)
55、应用多重 PCR 和基因扫描技术对五指山猪 13 个家系 32 个 微卫星座位的遗传分析	黄礼光 等(507)
56、海南五指山猪遗传多样性 RAPD 分析	黄礼光 等(514)
57、海南蔬菜根结线虫寄生真菌的分离培养与鉴定利用	陈绵才 等(519)
58、辣椒新品种海椒 3 号的选育	肖日新 等(524)
59、骨基质明胶植入后与转化生长因子— β 1 的相关性研究	陈剑飞 等(527)
60、P53 和 P21 蛋白在鼻咽癌中的表达及其临床意义	林少民 等(531)
61、增殖细胞核抗原的表达与鼻咽癌临床生物学行为及预后的关系	韦 雄 等(535)
62、星状神经节阻滞对缺血再灌注心肌细胞三磷酸腺苷含量和超微 结构的影响	林明忠 等(539)
63、星状神经节阻滞对心肌缺血再灌注损伤的影响	欧阳碧山 等(543)
64、重型颅脑损伤患者血浆 NO、EF 水平变化及异丙酚对其影响	梁 敏 等(547)
65、内镜下 ¹²⁵ 碘组织间放疗治疗消化道肿瘤的应用研究	苏 鲁 等(553)
66、结核分枝杆菌 inha 基因突变的测序研究	朱中元 等(558)

- 67、中枢神经系统病毒性感染脑脊液脑样淋巴细胞与免疫球蛋白的关系 余 丹 等(564)
- 68、27 例结核性脑膜炎的脑脊液细胞学观察 曾 琦 余 丹(567)
- 69、海南岛 113 种代谢遗传病的筛查 吕传柱 等(569)
- 70、黄精多糖调脂作用的实验研究 吴榮荣 等(574)
- 71、海南省消除新生儿破伤风研究报告 孙莲英 等(579)
- 72、海南省医疗照射应用频率与剂量水平调查研究 林 智 等(589)
- 73、逆转录聚合酶链反应用于检测恶性疟原虫的初步研究 胡锡敏 等(596)
- 74、B 型超声测量胎儿生长参数预测胎儿体重 康 岚 等(601)
- 75、中国黎族人群 13 个 STR 基因座的多态性调查 易升生 等(605)

第四部分 地球科学

- 1、“菲特”热带风暴强对流天气的动力诊断 段 丽 陈俊岩(611)
- 2、热带风暴 Fitow(0114)特大暴雨的诊断研究 段 丽 陈联寿(618)
- 3、Fitow 热带风暴中尺度结构特征及其对路径偏折影响的研究和模拟试验
..... 段 丽 等(631)

第五部分 材料与工程科学

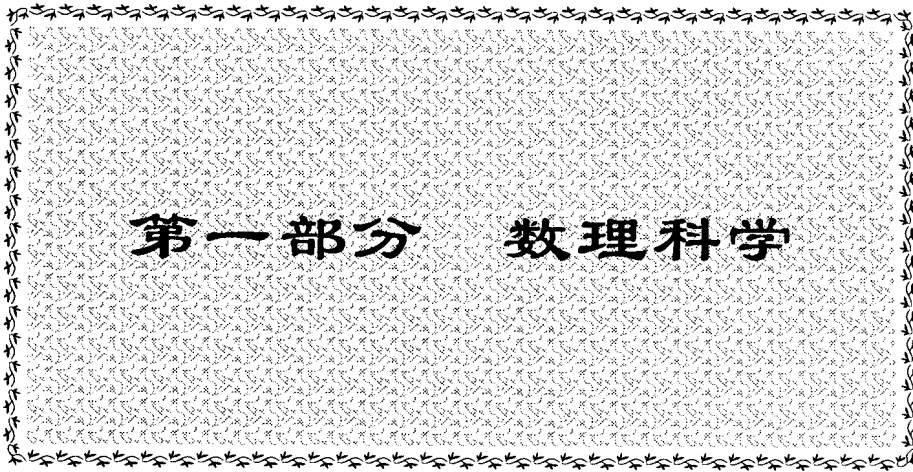
- 1、胶乳法氯化天然橡胶热氧降解过程研究 余和平 等(645)
- 2、铜氧化物对胶乳法氯化天然橡胶热氧稳定性的影响 余和平 等(654)
- 3、天然橡胶凝胶和溶胶的热降解研究 李思东 等(661)
- 4、热处理对环氧化天然橡胶性能的影响 杨春亮 等(669)
- 5、生态工业与能源清洁生产 韩才元(673)
- 6、膜厚对 SnO_2 厚膜型气敏器件灵敏度的影响 傅 军(677)
- 7、膜厚影响 SnO_2 厚膜型气敏元件敏感特性的研究 傅 军 董名友(682)

第六部分 信息科学

- 1、基于 IPSec 的无线局域网安全解决方案的研究 周 星 等(689)

第七部分 管理科学

- 1、海南省综合性医院科研人员“入世”后知识更新需求分析 郭 敏 等(699)



第一部分 数理科学

Fuzzy 质理想与质 Fuzzy 理想

张诚一

(海南师范学院,海口,海南,571158)

摘要 分析了[3,4]中 Fuzzy 质理想定义之不足,重新给出了 Fuzzy 质理想的定义,并定义了更强的质 Fuzzy 理想,进而讨论了它们的等价刻划及有关性质。

文[1,2]定义了环的 Fuzzy 理想,讨论了 Fuzzy 理想的运算,文[3,4]给出了 Fuzzy 质理想及其有关性质,文[5,6]利用集合套研究了 Fuzzy 子环及 Fuzzy 理想,取得了不少的有益的成果。本文分析了[3,4]中 Fuzzy 质理想定义之不足,重新给出了 Fuzzy 质理想的定义,并定义了更强的质 Fuzzy 理想,(我们的定义以原来的 Fuzzy 质理想为特例,比原来的概念更具模糊性)进而讨论了它们的等价刻划及有关性质。

1 引言

为了比较前后两个 Fuzzy 质理想的定义,我们仍需回顾一下有关概念。

定义 1.1 设 R 是环, I 是 R 的 Fuzzy 子集, I 被称为 R 的 Fuzzy 左(右)理想,若 $\forall x, y \in R$,

$$1. I(x-y) \geq I(x) \wedge I(y); 2. I(xy) \geq I(y) \quad (I(xy)) \geq I(x).$$

如果 I 还满足: $I(x-y) \geq I(x) \vee I(y)$, $\forall x, y \in R$ 则称 I 为 R 的 Fuzzy 理想。

定义 1.2^[1] 设 A, B 是环 R 的 Fuzzy 子集, 则 $A \circ B$ 被定义为

$$A \circ B(x) = \begin{cases} \bigvee_{x=yz} (A(y) \wedge A(z)) \\ 0, \text{如果 } x \text{ 不能表为 } x=yz. \end{cases}$$

定义 1.3^[4] 设 P 是环 R 的一个 Fuzzy 理想, 如果

1. P 不是常值函数;

2. 对于 R 的任意 Fuzzy 理想 A, B , 中要 $A \circ B \subseteq P$, 必有 $A \subseteq P$ 或 $B \subseteq P$; 则称 P 是

环 R 的 Fuzzy 质理想.

[4]中证明了: 设 $A^0 = \{X \in R \mid A(X) = A(0)\}$, 如果 A 是环 R 的 Fuzzy 理想 (Fuzzy 质理想), 则 A^0 是 R 的理想 (质理想); 并且, 设 P 是环 R 的一个 Fuzzy 质理想, 则 $|I_m(P)| = 2$, 即 P 是二值的, 且 $P(0) = 1$. 于是[4]得到了: 环 R 的真 Fuzzy 理想 P 是 Fuzzy 质理想的充要条件是: 1. P^0 是 R 的真质理想, 2. $|I_m(P)| = 2$, 且 $P(0) = 1$.

2 Fuzzy 质理想与质 Fuzzy 理想

定义 2.1 设 X 是论域, $P(X)$ 是其幂集, $\Gamma \subseteq [0, 1]$, 若映射 H :

$$\Gamma \rightarrow P(X); \lambda \mapsto H(\lambda) \text{ 满足: } \lambda < \mu \Leftrightarrow H(\lambda) \supsetneq H(\mu), \quad (1)$$

则称 H 为 X 的一个集合套, 记为 $H_\Gamma = \{H(\lambda) \mid \lambda \in \Gamma\}$. H_Γ 可以依[6]中约定约简或加细. 当 H_Γ 满足: $\lambda \neq \mu (\lambda, \mu \in \Gamma)$ 时, $H(\lambda) \neq H(\mu)$, 则称 H_Γ 为既约集合套.

如果规定 X 的两个集合套有关系 T 当且仅当它们在同一指标集合 Γ 下具有相同的既约集合套, 则 T 是等价关系. 以此关系将 X 的所有集合套分类, H_Γ 所在的类记为 $\bar{H}_\Gamma$, 称为 X 的一个 Fuzzy 子集, 记为 H .

定义 2.2 设 R 是环, S 是 R 的 Fuzzy 子集, S_Γ 为 S 的即约集合套, 如果

1. $\forall \lambda \in \Gamma, S_\lambda$ 是 R 的子环, 则称 S 是 R 的 Fuzzy 子环, 记为 $S \leq R$;
2. $\forall \lambda \in \Gamma, S_\lambda$ 是 R 的左(右)理想子环, 则称 S 是 R 的 Fuzzy 左(右)理想, 记为 $S \triangleleft_L R (S \triangleleft_R R)$;
3. $\forall \lambda \in \Gamma, S_\lambda$ 是 R 的理想子环, 则称 S 是 R 的 Fuzzy 理想, 记为 $S \triangleleft R$.

由[7,8]知, 设 S_Γ 是 S 的既约集合套, 则 Γ 是可列集即已足够. 当然, $|\Gamma|$ 越大, S 的模糊性就越强. 以此观点, 再看[3,4]中的 Fuzzy 质理想, 其既约子环套的指标集 Γ 仅为二元集合, 这一类 Fuzzy 质理想 P 仅由以下既约子环套所确定

$$P_\Gamma: R = P_\lambda \leq P^0, \Gamma = \{\lambda, 1\} \quad (2)$$

不能不认为这样的定义缺乏“模糊性”, 仅仅是经典质理想的简单模糊. 况且, 如果 A, B 是 R 的 Fuzzy 理想, $A \circ B$ 未必是 R 的 Fuzzy 理想, 当 A, B 由 Fuzzy 理想退化为经典理想子环时, $A \circ B$ 也不必是 R 的理想 (经典的), 这也是[3],[4]的一个缺陷. 为此, 我们给出以下的 Fuzzy 质理想的定义.

定义 2.3 设 P 是环 R 的 Fuzzy 理想, P_Γ 为其既约理想子环套,

$$P_\Gamma: P^0 \leq \cdots \leq P_\lambda \leq P_\mu \leq P_\omega \leq \cdots, \quad (3)$$

(这里 $P^0 = \{x \in R \mid P(x) = P(0)\}$) 如果 P^0 是 R 的质理想子环, 则称 P 是 R 的 Fuzzy 质理想子环.

更强的, 还可指出:

定义 2.4 设 P 是环 R 的 Fuzzy 理想, P_Γ 为其既约理想子环套,

$$P_r: P^0 \leq \cdots \leq P_\lambda \leq P_\mu \leq P_\omega \leq \cdots, \quad (4)$$

如果(4)中任意 P_λ 均为 R 的质理想子环,则称 P 为环 R 的 Fuzzy 强质理想子环。

显见,[3,4]中的定义是定义 2.3,2.4 的特例。Fuzzy 强质理想必为 Fuzzy 质理想,反之不然。例如在 $Z[x]$ 中,由既约子环套

$$P_r: \{0\} \leq (x) \leq (2, x) \leq Z[x]$$

所确定的 Fuzzy 强质理想 P 当然也是 $Z[x]$ 的 Fuzzy 质理想,而由既约子环套

$$Q_r: (x) \leq (x, 2^n) \leq (x, 2^{n-1}) \leq \cdots \leq (2, x) \leq Z[x]$$

所确定的 Fuzzy 质理想 Q 不是 $Z[x]$ 的 Fuzzy 强质理想。

引理 2.5^[7] P 是环 R 的质理想子环的充要条件是:

$\forall x, y \in R$, 如果 $xRy \subseteq P$, 则 $x \in P$ 或 $y \in P$ 。

定理 2.6 设 R 是环, P 是 P 的 Fuzzy 理想, P 是环 R 的 Fuzzy 强质理想的充要条件是: $\forall x, y \in R$, 如果对任意的 $r \in R$, $P(xry) = \lambda$, 则 $P(x) = \lambda$, 或 $P(y) = \lambda$ 。

证明:(必要性) $\forall x, y \in R$, 若对任意的 $r \in R$, $P(xry) = \lambda$, 由于 P 的既约子环套的指标集至多是可列集, 可设 $\lambda = \lambda_n$, 记 $P_{\lambda_n} = P_n$, 则 $xry \in P_n$, $xRy \subseteq P_n$ 。由于是 R 的质理想, 故由引理 2.5, $x \in p_n$, 或 $y \in P_n$, 即

$$P(x) \geq \lambda_n, \text{ 或 } P(y) \geq \lambda_n,$$

但 P 是 R 的 Fuzzy 质理想, $P(xry) \geq P(x) \vee P(r) \vee P(y) \geq \lambda_n$, 从而 $P(x) = \lambda_n$ 或 $P(y) = \lambda_n$ 。

(充分性) 设 P 是 R 的 Fuzzy 理想, P_r 是其既约子环套, 则对于 P_r 中任意的 P_λ , 设 $x, y \in R$, $\forall r \in R$, 由 $P(xry) = \lambda$ 可以推出 $P(x) = \lambda$ 或 $P(y) = \lambda$, 即 $xry \in P_\lambda$ 时, 可以推出 $x \in P_\lambda$ 或 $y \in P_\lambda$ 。

这样, P_λ 是 R 的质理想, 从而由 P_r 所确定的 P 是 R 的 Fuzzy 强质理想。

类似地, 可以证明:

定理 2.7 设 R 是环, P 是 R 的 Fuzzy 理想, 则 P 是环 R 的 Fuzzy 强质理想的充要条件是: 设 $x, y \in R$, 如果 $\forall r \in R$, $P(xry) = P(0)$ 可以推出 $P(x) = P(0)$ 或 $P(y) = P(0)$ 。

推论 2.8 P 是可换环 R 的 Fuzzy 理想, 则 P 是环 R 的 Fuzzy 强质理想的充要条件是: 设 $x, y \in R$, 由 $P(xy) = \lambda$ 可以推出 $P(x) = \lambda$ 或 $P(y) = \lambda$ 。

推论 2.9 P 是可换环 R 的 Fuzzy 理想, 则 P 是环 R 的 Fuzzy 质理想的充要条件是: 设 $x, y \in R$, 由 $P(xy) = P(0)$ 可以推出 $P(x) = P(0)$ 或 $P(y) = P(0)$ 。

三、质 Fuzzy 理想

定义 3.1 设 A, B 是环 R 的 Fuzzy 理想,

$$A_{\Gamma}: \cdots \leq A_{\lambda 1} \leq A_{\mu 1} \leq \cdots, \quad B_{\Gamma}: \cdots \leq B_{\lambda 2} \leq B_{\mu 2} \leq \cdots,$$

分别为 A, B 既约理想子环套。令 $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, 将 $A_{\Gamma_2}, B_{\Gamma_2}$ 分别加细为 A_{Γ}, B_{Γ} , 则由理想子环套: $(AB)_{\Gamma}: \cdots \leq A_{\lambda} B_{\lambda} \leq A_{\mu} B_{\mu} \leq \cdots$

可唯一确定 R 的一个 Fuzzy 理想, 称为 Fuzzy 理想 A 与 B 的积, 记为 AB 。

其中: $(AB)_{\lambda} = A_{\lambda} B_{\lambda} = \{ \sum_{i=1}^p a_i b_i \mid a_i \in A_{\lambda}, b_i \in B_{\lambda}, p \in \mathbb{N} \}$. 定义 3.2 设 A, B 是环 R 的 Fuzzy 理想, $\forall x \in R$,

$$(AB)(x) = \bigvee \{ \bigwedge_{1 \leq i \leq p} (A(y_i) \wedge B(z_i)) \mid \sum_{i=1}^p y_i z_i = x, p \in \mathbb{N} \}.$$

则 AB 是 R 的 Fuzzy 理想, 称为 Fuzzy 理想 A 与 B 的积。

我们先证明这两个定义的等价性。

定理 3.3 设 A, B 是环 R 的 Fuzzy 理想, 依定义 3.1 确定了 R 的一个 Fuzzy 理想 AB , 其既约理想子环套为

$$(AB)_{\Gamma}: \cdots \leq A_{\lambda} B_{\lambda} \leq A_{\mu} B_{\mu} \leq \cdots,$$

则 $\forall x \in R$, 设 $(AB)(x) = \{ \bigwedge_{1 \leq i \leq p} (A(y_i) \wedge B(z_i)) \mid \sum_{i=1}^p y_i z_i = x, p \in \mathbb{N} \}$ 。

证明: $\forall x \in R$, 设 $(AB)(x) = \lambda$, 则

$$x \in (AB)_{\lambda} = A_{\lambda} B_{\lambda} = \{ \sum_{i=1}^p y_i z_i \mid y_i \in A_{\lambda}, z_i \in B_{\lambda} \}.$$

$\forall x = \sum_{i=1}^p y_i z_i$ (不唯一), $y_i \in A_{\lambda}, z_i \in B_{\lambda}$, 则 $A(y_i) \geq \lambda, B(z_i) \geq \lambda$, 故

$$\bigwedge_{1 \leq i \leq p} (A(y_i) \wedge B(z_i)) \geq \lambda,$$

从而 $\bigvee \{ \bigwedge_{1 \leq i \leq p} (A(y_i) \wedge B(z_i)) \} \geq \lambda$. (5)

但是, AB 是 R 的 Fuzzy 理想, 从而 $\forall x = \sum_{i=1}^p y_i z_i$,

$$AB(x) = AB(\sum_{i=1}^p y_i z_i) \geq \bigwedge_{1 \leq i \leq p} AB(y_i z_i) \geq \bigwedge_{1 \leq i \leq p} (A(y_i) \wedge B(z_i)),$$

所以 $(AB)(x) \geq \bigvee \{ \bigwedge_{1 \leq i \leq p} (A(y_i) \wedge B(z_i)) \mid \sum_{i=1}^p y_i z_i = x, p \in \mathbb{N} \}$,

(6)

由(5), (6)知, $(AB)(x) = \bigvee \{ \bigwedge_{1 \leq i \leq p} (A(y_i) \wedge B(z_i)) \mid \sum_{i=1}^p y_i z_i = x, p \in \mathbb{N} \}$ 。

定义 3.4 设 P 是环 R 的 Fuzzy 理想, 若对于 R 的任何 Fuzzy 理想 A, B , 由 $AB \subseteq P$ 可以推出 $A \subseteq P$ 或 $B \subseteq P$, 则称 P 为 R 的质 Fuzzy 理想。

定理 3.5 设 P 是 R 的质 Fuzzy 理想, P_{Γ} 是其既约子环套, 则 $\forall \lambda \in \Gamma, P_{\lambda}$ 是 R 的质理想子环。

证明: 设 P 是 R 的 Fuzzy 质理想, 则 $\forall \lambda \in \Gamma, P_{\lambda}$ 是 R 的理想子环。设 A, B 是 R

的两个理想子环,当 $AB \subseteq P_\lambda$ 时,可定义: $\Gamma_1: \{0, \lambda, P(0)\}$,

$$M_{\Gamma_1}: M_{P(0)} = \{0\} \leq M_\lambda = A \leq M_0 = R; N_{\Gamma_1}: N_{P(0)} = \{0\} \leq N_\lambda = B \leq N_0 = R;$$

则由 $M_{\Gamma_1}, N_{\Gamma_1}$ 可确定两个 Fuzzy 理想 M, N , 且有 $MN \subseteq P$ 。由于 P 是 R 的 Fuzzy 质理想, 可以推出 $M \subseteq P$ 或 $N \subseteq P$, 即有 $M_\lambda = A \subseteq P_\lambda$, 或 $N_\lambda = B \subseteq P_\lambda$, 所以, P_λ 是 R 的质理想子环。

推论 3.6 设 P 是 R 的质 Fuzzy 理想, 则 P 是 R 的 Fuzzy 强质理想, 因而也是 P 是 R 的 Fuzzy 质理想。

定理 3.7 设 R 是环, P 是 R 的 Fuzzy 理想, 则下述命题等价:

(1) P 是 R 的质 Fuzzy 理想;

(2) 设 $a, b \in R$, 若 $aRb \subseteq P_\lambda$, 则 $a \in P_\lambda$ 或 $b \in P_\lambda$; 并且, 若 $a \notin P_\lambda$, 则 $\forall \mu \in \Gamma, \forall x, y \in R$, 由 $xRy \subseteq P_\lambda$, 必定可以推出 $y \in P_\lambda$ (P_Γ 是 P 的既约理想子环套);

(3) 设 K_1, K_2 是 R 的 Fuzzy 右理想, 如果 $K_1 K_2 \subseteq P$, 则 $K_1 \subseteq P$ 或 $K_2 \subseteq P$;

(4) 设 L_1, L_2 是 R 的 Fuzzy 左理想, 如果 $L_1 L_2 \subseteq P$, 则 $L_1 \subseteq P$ 或 $L_2 \subseteq P$;

证明: 只证明 (2) $\Rightarrow$ (3): 设 K_1, K_2 是 R 的 Fuzzy 右理想, $K_1 K_2 \subseteq P$, 若 $K_1 \not\subseteq P$, 则存在 $a \in K_{1\lambda}, a \notin P_\lambda, \forall b \in K_{2\lambda}$, 由于 $aRb \subseteq K_{1\lambda} K_{2\lambda} \subseteq P_\lambda$, 故必有 $b \in P_\lambda$, 即 $K_{2\lambda} \subseteq P_\lambda$;

$\forall \mu \in \Gamma$, 设 $x \in K_{1\mu}, y \in K_{2\mu}$, 则 $xRy \subseteq K_{1\mu} K_{2\mu} \subseteq P_\mu$, 由 (2) 知, $y \in P_\mu$, 即 $K_{2\mu} \subseteq P_\mu$, 从而, $K_2 \subseteq P$ 。

定理 3.8 设 R 是环, P 是 R 的质 Fuzzy 理想, $P(0) = s < 1$, 则可取 m , 使 $s < m \leq 1$. 将 P 的理想子环套加细为

$$\Gamma: 0 \leq t \leq \frac{t+s}{2} \leq s \leq m, P_\Gamma: R \supseteq P_t \supseteq P_s \supseteq P^0 \supseteq \emptyset,$$

$$\text{设 } A_\Gamma: R \supseteq P_t \supseteq P_s \supseteq P^0 \supseteq \emptyset, B_\Gamma: R \supseteq R \supseteq R \supseteq R \supseteq \emptyset \supseteq \emptyset,$$

则 A_Γ, B_Γ 各确定了一个 Fuzzy 理想 A, B , 且 $AB \subseteq P$, 但是 $B_t \not\subseteq P_t$, 从而 $B \not\subseteq P$, 而 $A_m \not\subseteq P_m$, 从而 $A \not\subseteq P$, 遂生矛盾, 故 $s = 1$, 即 $P(0) = 1$ 。

定理 3.9 环 R 的 Fuzzy 理想 P 是质 Fuzzy 理想的充要条件是: 零理想是 Fuzzy 商环 $\bar{R} = R/P$ 的质 Fuzzy 理想。

定理 10 设 N 是环 R 的 Fuzzy 理想, P 是 R 的质 Fuzzy 理想, 则 $P \cap N$ 是 N 的质 Fuzzy 理想。

参考文献

- [1] W. J. Liu, Fuzzy invariant subgroups and fuzzy ideals, Fuzzy Sets and Systems 8(1982)133 - 139.
- [2] W. J. Liu, Operations on fuzzy ideals, Fuzzy Sets and Systems 11(1983)31 - 41.
- [3] C. Z. Luo, Countable nested sets, Fuzzy Systems and Mathematics 1(1991)(in Chinese).
- [4] D. S. Malik, and J. N. Mordeson, Fuzzy Prime ideals of a ring, Fuzzy Sets and Systems 37(1990)93 -

- [5] T. K. Mukherjee and M. K. Sen, On fuzzy ideals of a ring I, Fuzzy sets and Systems 21(1987)99 – 104
- [6] C. Zhang, The quotient ring and direct summation of a fuzzy subring, Fuzzy Systems and Mathematics 7 (1993)93 – 100(in Chinese).

注:本文(英文稿)发表在《Fuzzy Sets and Systems》(《模糊集与系统》国际模糊系统学会会刊)Volume:94, Issue:2, March 1, 1998,

先后被 SCI(美国科学引文)收录:YX358,

《Computer and Control Abstract》(计算机与控制摘要)收录:1998 – 25731;

《Mathematical Review》(《数学评论》美国)收录:MR16W99;

《Zentralblatt Mathematics》(《数学文摘》德国)收录:Zbl 16024。

群作用与幂群

张诚一¹ 党平安²

(1 海南师范学院数学系 海口 海南 571158

2 河南省驻马店师专 河南 4630000)

摘要 本文讨论了有限群上幂群的运算性质,通过群 G^* 在幂群上的作用,给出了非空幂子集成幂群条件。

关键词 幂群,群作用,传递。

分类号 AMS (1991) 06F1520M10/CCL0152

集值映射的理论需要,引出了各种数学结构的提升问题。李洪兴教授等^[1,2]首先提出了幂群(XH-群)的概念,开创了超代数结构的研究,由此得到了一系列很有价值的成果。由于超代数中的运算基于底层代数的多个元素的运算,如何直观地表示这些运算过程,并把这些运算表示用于判断幂集的子集是否构成某种代数结构,是一个值得研究的问题^[3]。本文研究了有限群上幂群的运算性质。通过群 G 在幂群上的作用,给出了非空幂子集成幂群的条件

§1 准备

设 G 是群, $P(G)$ 是 G 的幂集。在 $P_0(G) := P(G) - \{\emptyset\}$ 中规定代数运算

$A \cdot B := \{ab \mid a \in A, b \in B\}$ (将 $A \cdot B$ 简记为 AB),

则 $P_0(G)$ 关于此运算构成含单半群,如果一个非空幂子集 $\mathcal{G} \subseteq P_0(G)$ 对上述运算成群,则称 $\mathcal{G}$ 为 G 上的幂群,其单位元记为 E 。并称 G 为 $\mathcal{G}$ 的生成群。

设 $\mathcal{G}$ 是 G 上幂群,若 $e \in E$ (e 是 G 中单位元),则称 $\mathcal{G}$ 为正则幂群;设 $A \in \mathcal{G}$, A^{-1} 为 A 的逆元, $A^{(-1)} := \{x^{-1} \mid x \in A\}$ 称为 A 的逆集;如果 $A \in \mathcal{G}$, 恒有 $A^{(-1)} = A^{-1}$, 则称 $\mathcal{G}$ 为一致幂群。

令 $G := \bigcup \{A \mid A \in \mathcal{G}\}$, 称 G 为 $\mathcal{G}$ 的基元集。

设 $\mathcal{G}$ 为 G 上幂群,我们有以下结论:

预理 1.1^[2] $\forall A \in \mathcal{G}, |A| = |E|$ 。 ($|A|$ 是 A 的势。)

预理 1.2^[2] $\forall A, B \in \mathcal{G}, A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow |A \cap B| = |E|$ 。

预理 1.3^[4] $\mathcal{G}$ 为一致幂群 $\Leftrightarrow E \leq G$.

设 G 是有限群, $\mathcal{G}$ 是 G 上的幂群, 则以下结论成立:

命题 1.4 $E \leq G$;

这样, 有限群上的幂群是正则幂群和一致幂群。

命题 1.5 $G \leq \mathcal{G}$;

命题 1.6 $\forall A \in \mathcal{G}, \forall a \in A, aE = Ea = A$, 即 $E \triangleleft G^*$;

命题 1.7 $\forall A, B \in \mathcal{G}, A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow A = B$;

命题 1.8 若 $aE = bE$, 则 $a, b \in A \in \mathcal{G}$;

命题 1.9 $tA = At = A \Leftrightarrow t \in E$;

命题 1.10 $\forall A, B \in \mathcal{G}$, 若 $AB = C$, 则 $\forall a \in A, aB = C$;

命题 1.11 若 $A = aE$, 则 $A^{-1} = a^{-1}E$;

命题 1.12 设 $B \in \mathcal{G}, \forall a \in A \in \mathcal{G}, xB = aB \Leftrightarrow x \in A$;

命题 1.13 $\mathcal{G} = G^*/E$;

命题 1.14 $G^* = G \Leftrightarrow \mathcal{G} = G/E$.

§2 群作用与非空幂集作成幂群的条件

定义 2.1 设 G 是一个群, X 是一个非空集合, 如果存在映射 $G \times X \rightarrow X$, 使得 $(a, x) \rightarrow a(x)$ 满足:

- (1) $e(x) = x, \forall x \in X$,
- (2) $ab(x) = a(b(x)), a, b \in G, x \in X$.

则称群 G 作用在集合 X 上.

设 G 是群, $\mathcal{G}$ 为 G 上的幂群, G^* 为 G 的基元集, 则 $G^* \leq G, e \in E \in \mathcal{G}$.

令 $G \times \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}, (a, A) \rightarrow a(A) = aA$.

则 (1) $eA = A, \forall A \in \mathcal{G}$;

(2) $(ab)A = a(bA), \forall A, b \in G^*, A \in \mathcal{G}$.

故群 G^* 作用在 $\mathcal{G}$ 上.

$\forall a \in G^*$, 定义 $\eta_a: \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}, \eta_a(A) = aA, A \in \mathcal{G}$, 由 $a^{-1}(aA) = a(a^{-1}A) = eA = A$ 知, η_a 是 $\mathcal{G}$ 到 $\mathcal{G}$ 的一一变换, 从而 $\eta_a \in S(\mathcal{G})$ ($S(\mathcal{G})$ 是 $\mathcal{G}$ 上的一一变换群). 又由 $(ab)A = a(bA)$ 知, $\eta_{ab} = \eta_a \eta_b$, 故

$\eta: G^* \rightarrow S(\mathcal{G}), \eta: a \mapsto \eta_a$

是群 G^* 到一一变换群 $S(\mathcal{G})$ 的一个同态.

反之, 若给出 G^* 到 $S(\mathcal{G})$ 的一个同态 $\eta: G^* \rightarrow S(\mathcal{G})$ 通过定义 $a(A) = \eta_a(A) = aA, a \in G^*, A \in \mathcal{G}$ 可决定群 G^* 到 $\mathcal{G}$ 上的作用. 因此, 我们把同态 η 的核 $\text{Ker} \eta$ 称为群 G^* 在 $\mathcal{G}$ 上作用的核.

当群 G^* 作用在 $\mathcal{G}$ 上时,规定

$A \sim B \Leftrightarrow$ 存在 $a \in G^*$, 使得 $B = aA$

则“ $\sim$ ”是 $\mathcal{G}$ 上的一个等价关系。以 A 为代表元的等价类记为 G^*A 。

$G^*A := \{aA \mid a \in G^*, A \in \mathcal{G}\}$

称为 A 的 G^* -轨道。

显然, $\mathcal{G} = \bigcup_{A \in \mathcal{G}} G^*A$ 。

如果 $G^*A = \{A\}$, 称 A 为 G^* 的不动元素。

并记 $F(a) := \{A \in \mathcal{G} \mid aA = A\}$ 。

定义 2.2 如果 $\mathcal{G}$ 在 G 作用下只有一条轨道, 即 $G^*A = \mathcal{G}$, 则称 G^* 在 $\mathcal{G}$ 上的作用是传递的。

此外, 对任意的 $A \in \mathcal{G}$,

令 $\text{Stab}G^*A := \{a \in G^* \mid aA = A\}$

易证: $\text{Stab}G^*A \leq G^*$, 称为 A 的稳定子群。

引理 2.1^[7] $|\text{Stab}G^*A| |G^*A| = |G^*|$ 。

引理 2.2^[7] (Burnside 引理) 设 t 为 G^* 作用于 $\mathcal{G}$ 上的轨道数, 则

$$t \cdot |G^*| = \sum_{a \in G^*} |F(a)|.$$

当 G^* 在 $\mathcal{G}$ 上的作用是传递的, 即 $t = 1$ 时, 上式就变成了:

$$|G^*| = \sum_{a \in G^*} |F(a)|.$$

定理 2.3 设 $\mathcal{G}$ 是 G 上的幂群, 且 $G^* < G$, 则群 G^* 在 $\mathcal{G}$ 上作用的核 $\ker \eta = E$ 。

证明: 设 $\eta: G^* \rightarrow S(\mathcal{G})$, $\eta: a \mapsto \eta_a$ 是群同态。 $\forall A \in \mathcal{G}$, $\eta_a(A) = aA$, 则 $\forall a \in \ker \eta$, $\eta_a = 1$ (1 是恒等变换), $\eta_a(A) = 1(A) = A = aA \Rightarrow a \in E$ 。

反过来, $\forall a \in E$, $\forall A \in \mathcal{G}$, $\eta_a(A) = aA = A = 1(A)$, $\eta_a = 1$, $a \in \ker \eta$ 。

$\therefore \ker \eta = E$ 。

定理 2.4 设 G 是有限群, $\mathcal{G}$ 是 G 上非空幂子集, $G^* = \bigcup \{A \mid A \in \mathcal{G}\}$, 则 $\mathcal{G}$ 是 G 上幂群的充要条件是:

- (1) $G^* \leq G$;
- (2) 存在 $E \in \mathcal{G}$, $E \triangleleft G^*$;
- (3) G^* 在 $\mathcal{G}$ 上的作用是传递的。

证明: “必要性”: 如果 $\mathcal{G}$ 是 G 上的幂群, 由命题 1.5, 1.6 知, $G^* \leq G$, 设 E 是 $\mathcal{G}$ 中单位元, 则 $E \triangleleft G^*$ 。

$\forall a \in G^*$, $\forall A \in \mathcal{G}$, 定义 $(a, A) \mapsto aA$, 则 G^* 作用在 $\mathcal{G}$ 上。