# 生态模型案例

裴铁璠　金昌杰　关德新　王安志　吴家兵　著

科学出版社
www.sciencep.com

# 生态模型案例

裴铁璠 金昌杰 关德新 王安志 吴家兵 著

科学出版社
北京

## 内 容 简 介

本书主要阐述作者多年研究生态建模等问题的体验并参考国内外有关文献，以案例形式总结出来的文字材料。主要内容包括：生态基础及应用模型，生态预测、评估、控制、对策、灾害防御、生态经济与可持续发展等方面的模型案例。可供生态研究人员、有关行业高校教师及研究生参考。

**图书在版编目(CIP)数据**

生态模型案例/裴铁璠等著. 一北京：科学出版社，2010.6
ISBN 978-7-03-027554-7

Ⅰ.①生… Ⅱ.①裴… Ⅲ.①生态学－数学模型－案例－分析
Ⅳ.①Q141

中国版本图书馆CIP数据核字（2010）第085151号

责任编辑：王红萍　　责任校对：李晓晏
责任印制：李延宝　　封面设计：张祥伟

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
丹东印刷有限责任公司印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2010年6月第 一 版　开本：787×1092 1/16
2010年6月第一次印刷　印张：22
印数：1-3 000　字数：569 000

**定价：88.00元**
（如有印装质量问题，我社负责调换）

# 序　言

自工业革命以来，人类活动对地球自然生态系统造成了强烈的干扰，其严峻的后果越来越明显地显现出来，资源短缺、环境污染、灾害频发，严重影响区域甚至全世界的生态安全和可持续发展。我国人口众多、人均资源短缺，发展经济与维护生态安全的矛盾日益突出，如何利用生态学原理，科学合理地解决我国经济快速发展中的生态问题，是历史赋予我国生态科学工作者的重要使命。

生态学家 E. P. Odum 曾明确指出“生态学是一门联系生物、环境和人类社会有关可持续发展的系统科学”，在自然生态系统纷繁多样的基础上，人类活动加剧了实际生产中具体生态问题的复杂性，如何将生态学基础研究与解决实际生态问题有机结合起来，不仅是生态科研人员的任务，也是社会和经济发展亟待解决的问题。

本书作者长期从事生态科研工作，通过多年的积累和思考，提出了从生态学基础研究到分析实际问题的三个步骤，一是通过生态动力学机制研究认识自然生态学过程，二是通过生态控制原理研究了解生态过程的合理调控途径，三是对纷繁多样的生态学问题进行具体分析。针对前两个问题作者出版了相应的两本专著《生态动力学》(2001 年)和《生态控制原理》(2003 年)，本书《生态模型案例》是针对第三个问题所著的专著。

本书中作者对多个生态案例进行了总结和分析，生物对象涉及植物、动物、微生物，公益范围涉及农林牧、旅游和经济可持续发展，方法上力求用模型方法将生态问题数量化、模式化。采用的数学工具不仅有常用的概率统计、微分方程，而且利用了生态学研究中不常用的 Nash 博弈、联系数学、Boole 代数、可拓逻辑、均匀设计、微分拓扑等方法，其中不少方法是我国数学家首创的，作者还利用了学科交叉、综合集成等系统工程方法，在前人研究的基础上进行了创新探索，如生态预报方面将物候、大气动力、生物动态、模式识别、自动化显示等学科知识和技术手段结合起来，在霜期农业气候温度指标方面，提倡用积分法论述温度指标，使该理论从传统的离散性发

展向连续性，等等。

本书与前期出版的《生态动力学》、《生态控制原理》一起，构成系统、完整的系列专著，拓展了生态学的研究领域和研究方法，必将推动生态学的发展和成果的实际应用，为促进社会经济的可持续发展做出应有的贡献。

中国工程院院士　李文华

2009 年 12 月

# 前 言

在生态研究与应用的长期历程中，作者们针对生态学若干分支的一些问题，曾多次多方位地接触过生态模型问题，也跟踪参阅过国内外大量文献，以便了解相应发展动态。通过学习和工作，我们逐渐认识到正确地建立生态模型，确非易事。要建好模型，既要有深入实践的经验，又要有洞察能力；既要有试验野考的基础，又要有计算分析的实力。

气候变化，可持续发展，保护生存环境，……，社会需要已经向并继续向生态工作者提出越来越多的生态建模问题。为适应这一需求，为应对解答难题的挑战，我们曾做过多项研究，尽管那些工作所给出的结果，只不过是生态汪洋大海中的一滴水而已，但是就此也足以让我们从中切实体味到合理建模之艰辛，深刻感受到小有成效之喜悦，初步领悟到“源头活水”、“格物致知”等哲理名言之真谛所在。回顾往昔，立足现实，展望未来，我们几个人不约而同地萌生了把亲身经历、点滴体会等用文字表达出来的想法，以便与同行共同切搓，服务于社会。写一本书的想法一经提出，即赢得有关领导和专家的赞同，遂付诸笔端，多次研讨，几经易稿，初成此卷。

依作者拙见，生态模型可大体为定性模型和定量模型两大类型。两者之功效，乃各有千秋；它们之间既有大相径庭之差异，又有千丝万缕之联系，确都是基于不同前提下对生态现实的客观反映。本书立论基本思路是：定性与定量相结合，以定量为主，并朝向“以定量与定性相结合的综合集成”方向迈进。其指导原则来自 Van J. Neumann 的“科学的主要任务是建立数学模型”和钱学森的“处理复杂巨系统问题的综合集成方法论”；其努力目标是为使生态动力与控制走向综合集成阶段而贡献微薄之力。

当今，社会公众生态意识普遍增强，生态学已走出生态学家的书斋和实验室，并逐步伸入到国民经济和人民生活的方方面面。因而，在写作过程中，举出了农林生产、资源开发、灾害防御、环境优化中应用生态数学的典型案例，从这一侧面，阐明系统科学服务于生态实践的内容、途径和意义。

科学界似有如下共识：所谓数学模型就是数学在非数学领域中的应用。这样一来，具体化到生态数学模型，它当然可被认为是数学在生态领域的应用。数学一旦用于生态，便为生态实践提供了有力的支撑；反过来，对实践应用中所取得成效的定量概括总结也为生态数学模型原理这一大动脉注入了新鲜血液。

本书力求以较少文字说明较多模型问题。涉及模型分支类别较多样，涉及学科分支领域较广泛，然而作者们自知我们知识深度广度有限，分析综合能力不强，以致书中缺点错误在所难免，诚请各界读者随时批评指正，请相信我们是“闻过则喜”者！以书会友，也是写此书的目的之一。

在成书过程中，得到许多专家支持，著名生态学家李文华院士在百忙中审阅该书原稿并提出宝贵意见，对完善书稿起到至关重要的指导作用，在此衷心致谢！不少朋友无私提供有用资料，我们一并表示感谢。本书广征博引大量文献，在书中已一一注明；但因时间仓促，或有疏漏之处，若有之，敬请原作者见谅并告知我们，以便及时勘误校正。

作　者

2009 年 11 月

# 目　录

# 第一章　生态基础原理模型案例

## 第一节　生物环境温热条件的数学表达

### 一、引言

温热条件是生物生长发育最重要的环境因子之一，它在生态学中常用积温表达。以往，在生物学、地学中，关于积温研究较多，然而，很少有从数学表达方面进行综合研究的。本节将在回顾其研究历程基础上阐述作者看法，与感兴趣的研究者共同讨论，以促进这项研究深入发展及更广泛应用。

早在 1735 年，Réaumur 就提出：每一品种的农作物，从种植到成熟，都要求有一定量的日平均温度的累积值（冯秀藻与陶炳炎 1991）。这个观点提出后，一百多年时间，未被引用。直至 1837 年，Boussingau *et al.* 用与 Réaumur 基本相同的方法，计算了谷类作物从播种到成熟期间所需热量的总值，并称作物生长期间的每天日平均气温与天数的乘积为"度日"（degree - day）。1875 年，Tisserand 修正了 Réaumur *et al.* 关于温度累积的假说。1876 年，Haberland 给出了大多数农作物的积温指标。1923 年，Houghton and Yaglou 提出了有效积温的概念，开始对活动积温、生物学零度以及有效积温进行研究（冯秀藻与陶炳炎 1991）。

我国接触积温学说，始于 20 世纪 50 年代初中期。当时，由王汶译、乐天宇校定的前苏联谢尼阔夫所著《植物生态学》一书，使积温学说引起中国生态研究者的注意。前苏联派驻中国的农业气象专家西涅里席柯夫在中国讲农业气象学，积温是贯穿其中的重要概念。从此，积温学说在我国一直被广泛应用，在农业气候区划中应用得更为广泛（程纯枢 1992）。

有关研究者在应用积温学说的同时，也注意到它的利弊。1975 年，Smith（1975）提出"温度不是热量"的观点，对用温度表示热量的做法，表示反对。于系民与陶向新（1980）曾对积温论提出异议。也有人（王天铎 1982）对于生育期温度累加的做法及其生物学意义提出质疑。又有人（沈国权 1981）对积温学说提出过修正意见。在国外，一些人（Gilmore and Rogers 1958；Vincent 1989；Gragian *et al.* 1990；Olsen *et al.* 1993；Summerfield *et al.* 1993；Bonhomme *et al.* 1994；Covell *et al.* 1986；Liu *et al.* 1998）作过相应研究。

为使积温能被稳定地表达出来，于系民与刘庆敏（1999）曾用度分（degree - minute）表示，但时间间隔再短，仍具有离散性，仍不是对时刻变化的温度的确定型描述；而用微积分表达，才体现其实质上的连续性。

本节还要讨论霜期生态中温度效应问题。在霜期生态资源研究中，温度是一个限制性指标（于系民与刘庆敏 1999）。因为所谓霜期总是指自然环境下温度在 0℃ 以下的期间，而此期间的自然环境下的温度并非生物生长发育所要求的温度，因为它是在生物学下

限温度之下。但是，霜期的低温是生物生育的限制条件，比如某种树木根系能忍受 -35℃低温，如果该树木根系所在位置的地温在 -35℃以上，则该种树木在其所在地便可安全越冬。为了定量表述霜期温度对生物的限制作用，以往，有人提出以霜期最低温度作为霜期自然资源限制指标，并以它作为霜期生态环境综合集成的指标之一。但随着霜期生态问题研究的深入，考虑到温度本质上的连续性和实际观测数据的离散性，有必要对上述指标加以修正。本节将对上述问题加以探讨。

## 二、物候积温生态模型：热量参数确定型数学依据

关于一年生植物物候建模方法，过去曾有很多研究。最通用的方法是热量时间（thermal time）的计算。这里所说的热量时间一般指度日。在中国常用的实际上正是度日，但通常称之为积温（accumulated temperature），实际上是在基础温度之上的日平均温度的累积，用下式表达

$$\theta_T = \sum_{1}^{D} (T_{mn} - T_b) \tag{1-1}$$

这里 $\theta_T$ 是完成发育阶段所需热量时间，$T_{mn}$是日平均温度；$T_b$ 是基础温度，$D$ 是在计算 $\theta_T$ 过程中所用的温度观测的日数。

当基础温度 $T_b = 0$℃时，平年的全年积温 $\theta_{全}$ 可表示为：

$$\theta_{全} = \sum_{1}^{365} T_{mn} \tag{1-2}$$

这就是中国许多生物地学文献中所常用的整个生长期积温。

通常假定，在基础温度 $T_b$ 和最适温度 $T_o$ 之间，植物发育速率，按线性规律增加，在低于 $T_b$ 的温度下，则发育停止。超出最适温度状况下的发育速率，被认为是：从最适温度到上限温度 $T_s$，发育速率被认为是线性减小的，在上限温度时，当期间很短时，发育停止，而植物未受任何危害。这样，在给定的植物发育速率下，可以根据温度对发育速率的贡献，将相应于亚最适温度 $T_e$ 的超最适温度 $T_a$ 表达为下式：

$$T_e = T_b + \frac{(T_o - T_b)(T_s - T_a)}{T_s - T_o} \tag{1-3}$$

为了研究最适温度下的发育速率问题，在亚最适温度 $T_e$ 条件下 $\theta_k$ 可用连续型时间累积的积分表达式表达为：

$$\theta_k = \frac{1}{h}\int_o^h [T_g - T_b]\,dt \tag{1-4}$$

这里

$$T_g = \begin{cases} T_i, & T_i \geq T_b \\ T_b, & T_i < T_b \end{cases} \tag{1-5}$$

这里 $T_i$ 是在时间 $t$ 的瞬时温度，$h$ 是一天的自然长度。

假定从 $T_{min}$（时间 0 的温度）到 $T_{max}$（时间 $t_{max}$ 的温度），温度是按线性规律增加的，然后，从 $T_{max}$ 到 $T_{min}$，在时间 $h$ 内的温度是按线性规律降低的，于是瞬时温度 $T_i$ 可以被估计为

$$T_i=\begin{cases} T_{\min}+\dfrac{T_{\max}-T_{\min}}{t_{\max}}t, & t\leqslant t_{\max} \\ T_{\min}=\dfrac{T_{\max}-T_{\min}}{h-t_{\max}}(t-t_{\max}), & t_{\max}<t\leqslant h \end{cases} \tag{1-6}$$

如果 $T_b\leqslant T_{\min}$，将式(1-6)代入方程(1-4)，我们给出：

$$\begin{aligned}\theta_k &=\frac{1}{h}\left[\int_0^{t_{\max}}\left(T_{\min}+\frac{T_{\max}-T_{\min}}{t_{\max}}t-T_b\right)dt+\int_{t_{\max}}^{h}\left(T_{\max}-\frac{T_{\max}-T_{\min}}{h-t_{\max}}(t-t_{\max})-T_b\right)dt\right] \\ &=\frac{T_{\max}+T_{\min}}{2}-T_b \end{aligned}\tag{1-7}$$

如果 $T_{\min}<T_b<T_{\max}$，我们将时间 $t_{b1}$ 和 $t_{b2}$ 分别定义为在上午和下午 $T_i=T_b$ 时的时间。方程(1-6)给出：

$$t_{b1}=\frac{(T_b-T_{\min})t_{\max}}{T_{\max}-T_{\min}} \tag{1-8}$$

$$t_{b2}=t_{\max}+\frac{(T_{\max}-T_b)(h-t_{\max})}{T_{\max}-T_{\min}}$$

而关于热量时间，可作如下推导：

$$\begin{aligned}\theta_k &=\frac{1}{h}[\int_{t_{b1}}^{t_{\max}}(T_i-T_d)dt+\int_{t_{\max}}^{t_{b2}}(T_i-T_b)]=\frac{1}{h}\left[\int_{t_{b1}}^{t_{\max}}\left(T_{\min}+\frac{T_{\max}-T_{\min}}{t_{\max}}t-T_b\right)dt\right. \\ &\quad\left.+\int_{t_{\max}}^{t_{b2}}\left(T_{\max}-\frac{T_{\max}-T_{\min}}{h-t_{\max}}(t-t_{\max}-T_b\right)dt\right] \\ &=\frac{T_{\max}+T_{\min}}{2}+\frac{(T_b-T_{\min})^2}{2(T_{\max}-T_{\min})}-T_b \end{aligned}\tag{1-9}$$

如果 $T_{\max}\leqslant T_b$，我们有：

$$\theta_k=\frac{1}{h}\int_0^h(T_b-T_b)dt=0 \tag{1-10}$$

将方程(1-7)、(1-9)和(1-10)联立，则得出：

$$\theta_k=\theta_g-T_b \tag{1-11}$$

这里

$$\theta_g=\begin{cases}\dfrac{T_{\min}+T_{\max}}{2} & T_b\leqslant T_{\min} \\ \dfrac{T_{\min}+T_{\max}}{2}+\dfrac{(T_b-T_{\min})^2}{2(T_{\max}-T_{\min})} & T_{\min}<T_b<T_{\max} \\ T_b & T_b\geqslant T_{\max}\end{cases} \tag{1-12}$$

方程(1-11)和(1-12)的意义可解释如下：①当日最低温度高于 $T_b$ 时，$\theta_k$ 是由日平均温度减基础温度而计算出来的；②当温度在基础温度上下振动时，$\theta_k$ 是就一天中温度高于 $T_b$ 的那部分时间进行累积的；③当最高温度低于基础温度时，对于那一天，累积出来的热量时间为零。

处于超最适温度时，高温胁迫逆效应可推导如下：高温的逆效应可以通过 $T_a-T_e$ 的累加而得到，这里 $T_e$ 是就给定的 $T_a$ 用方程(1-3)计算出来的，$T_a$ 是在时间 $t$ 超过 $T_0$ 的瞬时温度。可以写为

$$T_a - T_e = T_a - \left[T_b + \frac{(T_0 - T_b)(T_s - T_a)}{T_s - T_0}\right] = \frac{T_s - T_b}{T_s - T_0}(T_i - T_0) \tag{1-13}$$

让我们作如下定义：$t_{01}$ 和 $t_{s1}$ 是在上午时间内，分别相应于 $T_i = T_0$ 和 $T_i = T_s$ 的时间，$t_{02}$ 和 $t_{s2}$ 是在下午时间内，分别相应于 $T_i = T_0$ 和 $T_i = T_s$ 的时间。由方程(1-6)，我们有：

$$t_{01} = \frac{(T_0 - T_{\min})t_{\max}}{T_{\max} - T_{\min}};\ t_{02} = t_{\max} + \frac{(T_{\min} - T_0)(h - t_{\max})}{T_{\max} - T_{\min}};\ t_{s1} = \frac{(T_s - T_{\min})t_{\max}}{T_{\max} - T_{\min}};$$

$$t_{s2} = t_{\max} + \frac{(T_{\max} - T_s)(h - t_{\max})}{T_{\max} - T_{\min}} \tag{1-14}$$

下面，让我们说明不同情形下，$\theta_a$ 的表达式的推导过程：

如果 $T_{\min} < T_0$，并且 $T_{\max} < T_s$，那么，我们有：

$$\begin{aligned}\theta_a &= \frac{1}{h}\left[\int_{t_{01}}^{t_{\max}}(T_a - T_e)\,dt + \int_{t_{\max}}^{t_{02}}(T_a - T_e)\,dt\right] \\ &= \frac{T_s - T_b}{h(T_s - T_0)}\left[\int_{t_{01}}^{t_{\max}}\left(T_{\min} - T_0 + \frac{T_{\max} - T_{\min}}{t_{\max}}t\right)dt\right. \\ &\quad \left. + \int_{t_{\max}}^{t_{02}}\left(T_{\max} - T_0 - \frac{T_{\max} - T_{\min}}{h - t_{\max}}(t - t_{\max})\right)dt\right] = \frac{(T_s - T_b)(T_{\max} - T_0)^2}{2(T_s - T_0)(T_{\max} - T_{\min})}\end{aligned} \tag{1-15}$$

同样，如果 $T_{\min} < T_0$ 及 $T_{\max} \geqslant T_s$，那么我们有：

$$\theta_a = \frac{T_{\max}(T_{\max} - 2T_b) - T_0(T_s - T_b) + T_sT_b}{2(T_s - T_0)} \tag{1-16}$$

如果 $T_{\min} > T_0$ 及 $T_{\max} < T_s$，那么我们有：

$$\theta_a = \frac{(T_s - T_b)(T_{\max} + T_{\min} - 2T_b)}{2(T_{\max} - T_{\min})} \tag{1-17}$$

如果 $T_{\min} > T_0$ 及 $T_{\max} \geqslant T_s$，那么我们有：

$$\theta_a = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} - T_b - \frac{(T_a - T_b) - (T_s - T_{\min})^2}{2(T_s - T_0)(T_{\max} - T_{\min})} \tag{1-18}$$

如果 $T_{\min} > T_s$，$T_e = T_b$，因此 $T_a - T_e = T_i - T_b$，其积分结果是：

$$\theta = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} - T_b \tag{1-19}$$

将方程(1-15)、(1-16)、(1-17)、(1-18)与(1-19)联立，我们有：

$$\theta_a = \begin{cases} \dfrac{(T_s - T_b)(T_{\max} - T_0)^2}{2(T_s - T_0)(T_{\max} - T_{\min})} & T_0 > T_{\min}, T_{\max} < T_s \\[2ex] \dfrac{T_{\max}(T_{\max} - 2T_b) - T_0(T_s - T_b) + T_sT_b}{2(T_s - T_0)} & T_0 > T_{\min}, T_{\max} \geqslant T_s \\[2ex] \dfrac{(T_s - T_b)(T_{\max} + T_{\min} - 2T_0)}{2(T_{\max} - T_{\min})} & T_0 \geqslant T_{\min} < T_s, T_{\max} < T_s \\[2ex] \dfrac{T_{\max} + T_{\min}}{2} - T_b - \dfrac{(T_0 - T_b)(T_s - T_{\min})^2}{2(T_s - T_0)(T_{\max} - T_{\min})} & T_0 \leqslant T_{\min} < T_s, T_{\max} \geqslant T_s \\[2ex] \dfrac{T_{\max} + T_{\min}}{2} - T_b & T_{\min} > T_s \end{cases} \tag{1-20}$$

这里 $\theta_a$ 是以度日为单位的高温对发育影响的逆效应。

这样，在超最适温度下，每日热量时间的计算式是：

$$\theta_k = \theta_g - \theta_a - T_b \tag{1-21}$$

这里 $\theta_g$ 的定义在方程(1-12)中已给出。将 $\theta_a = 0$(当 $T_{min} < T_0$ 时)加到方程(1-11)上，则方程(1-21)可被用于计算 $\theta_k$，无论对于亚最适温度或者对于超最适温度，都可以这样做。

## 三、霜期低温限制条件的表示方法

于系民与刘庆敏(1999)曾就气候生态提出霜期农业气候区划三指标概念，鉴于气候生态是生态学中的一个组成部分，所以《霜期农业气候学》一书也是至今可以查到的研究霜期生态指标的一部新著。在书中，低温限制条件只用一年内最低温度极值来表示，对此，笔者觉得有待商榷。但因霜期低温，实际上是连续的，而非离散，用连续性的积温表示低温限制指标，显然比用极值合理，用随机过程比用时间序列适宜。这可以说是笔者对霜期农业气候三指标之一的修改。下面，先从霜期温度变化过程的本质出发，用数学分析和随机过程加以论述，再对霜期温热生态条件表述法及其应用加以论述。

### 1. 霜期低温演化的连续随机过程

(1)基本概念及特征描述

在霜期，温度的连续性是显而易见的。

霜期温度随机过程的数学期望可以表示为：

$$m_x(t) = \mu[x(t)]$$

该数学期望是自变量 $t$ 的确定型函数。如果用 $f(x,t)$ 表示随机过程 $x(t)$ 的一维概率密度函数，则

$$m_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x,t)\,dx$$

自变量 $t$ 的每个固定值，都等于随机过程 $x(t)$ 相应截口的随机变量的数学期望。

随机过程的方差表示随机过程 $x(t)$ 对数学期望 $m_x(t)$ 的偏离程度，一般有

$$\sigma_x^2(t) = D[x(t)] = \mu[x(t) - m_x(t)]^2 = \int_{-\infty}^{\infty}[x - m_x(t)]^2 f(x,t)\,dx$$

它也是自变量 $t$ 的确定型函数。每一个固定的 $t = t_0$ 值，都表示随机过程 $x(t)$ 在相应截口 $x(t_0)$ 处的方差。

随机过程的协方差函数也是表示随机过程内部结构和基本特征的函数之一。对于任意两个不同时刻 $t_1$ 和 $t_2$ 来说，随机变量 $x(t_1)$ 和 $x(t_2)$ 的二阶中心矩为：

$$\begin{aligned}\sigma_x(t_1,t_2) &= \mu[x(t_1) - m_x(t_1)][x(t_2) - m_x(t_2)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}[x_1 - m_x(t_1)][x_2 - m_x(t_2)]f(x_1,t_1;x_2,t_2)\,dx_1 dx_2\end{aligned} \tag{1-22}$$

这里 $\sigma_x(t_1,t_2)$ 叫做随机过程 $x(t)$ 的自协方差函数，简称协方差函数。上式中的 $f(x_1,t_1;\ x_2,t_2)$ 是随机过程 $x(t)$ 的二维联合密度函数。协方差函数 $\sigma_x(t_1,t_2)$ 是二元的确定型函数。

(2)平稳随机过程

在霜期生态条件或生态要素随时间发生连续变化的过程中，前期变化对未来变化有很强影响(比如严冬偶然低温使某品种冬小麦受冻害，那么这种冻害对越冬后的小麦生

育有重要影响)的随机过程中,就存在着一种叫做平稳随机过程的随机过程。在数学意义上,平稳随机过程,可以被认为是其统计特征不随时间而变化的过程,可以认为霜期温度统计特征——平均值、方差、峰度、偏度等——不因时间推移而变化;这样的看法,同么枕生早年对一般温度统计所作的假定,是一致的。如果用严格的数学语言说明其意义,可简述如下:

假设随机过程 $x(t)(-\infty<t<\infty)$ 的一切多维分布函数为 $F_{t_1,t_2,\cdots,t_n}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$,当点 $t_1,t_2,\cdots t_n$ 沿时间轴作平移时,该分布函数不变。也就是说,对于任意的 $n$ 以及任意的 $t_1,t_2,\cdots,t_n$ 与 $r$,我们都有

$$F_{t_1+r,t_2+r,\cdots,t_n+r}(x_1,x_2,\cdots,x_n)=F_{t_1,t_2,\cdots t_n}(x_1,x_2,\cdots x_n) \qquad (1-23)$$

则称 $x(t)$ 为平稳随机过程;其中,对于平稳随机过程的一维分布的密度函数 $f_1(x,t)$ 来说,令 $r=-t$,则有:

$$f_1(x,t)=f_1(x,t+r)=f_1[x,t+(-t)]=f_1(x,0)=f_1(x) \qquad (1-24)$$

即一维分布的密度函数与 t 无关,并对随机过程的所有时刻,都是一样的。由此,得到其数学期望:

$$m_x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x,t)\,dx=\int_{-\infty}^{\infty}x,f(x)\,dx=m_x=\text{const} \qquad (1-25)$$

其方差

$$\sigma_x^2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}[x-m_x(t)]^2f(x,t)\,dx=\int_{-\infty}^{\infty}[x-m_x]^2f_1(x)\,dx=\sigma_x^2=\text{const} \qquad (1-26)$$

对于二维分布密度函数来说,当 $\tau=-t$ 时,我们有:

$$\begin{aligned}f_2(x_1,x_2;t_1,t_2)&=f_2(x_1,x_2;t_1+\tau,t_2+\tau)=f_2(x_1,x_2;0,t_2-t_1)\\&=f_2(x_1,x_2;t_2-t_1)=f_2(x_1,x_2;\tau)\end{aligned} \qquad (1-27)$$

即二维分布密度并不取决于两个时刻 $t_1$ 和 $t_2$,而取决于两个时刻的差值 $\tau=t_2-t_1$。

$t_1,t_2$ 之间的协方差函数为

$$\begin{aligned}\sigma_x(t_1,t_2)&=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}[x_1-m_x(t_1)][x_2-m_x(t_2)]f_2(x_1,x_2;t_1,t_2)\,dx_1dx_2\\&=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}[x_1-m_1][x_2-m_2]\cdot f(x_1,x_2;\tau)\,dx_1dx_2=\sigma_x(\tau)\end{aligned} \qquad (1-28)$$

同理,有相关函数

$$\rho_x(t_1,t_2)=\rho_x(\tau) \qquad (1-29)$$

下面,让我们阐述平稳随机过程所显示的霜期温度的各态历经性问题。用样本的特征估计总体特征,是从局部推断整体的一种有效手段。例如,对霜期温度数学期望进行估计的方法,按照数学期望的定义,要在某一时刻 $t_1$,由数目相当大的 $n$ 个霜期温度现实值,求其算术平均值作为霜期温度的数学期望的估计值,即从所有的霜期温度的 $n$ 个现实值求得 $m_x(t)$ 的估计值。这种方法需要研究者进行大量的温度观测,也要作大量的计算。对于不同生物,同一生物的不同部位,不同地点,不同土壤,不同地貌,不同水域等,要做的工作是特别多的,以致在一般条件下,是行不通的。但是,如果 $x(t)$ 被认定是一个平稳随机过程,那么就可以认为它的数学期望、方差和相关函数,均与计时起点无关。这样,可以想到:是否可以由一个现实的 $x(t)$ 来确定出它的数学期望、方差和相关函数?各态历经定理肯定了这样做的正确性;也就是说,对于霜期温度这一平稳随机过程来说,可以用时间求平均来代替对样本空间求平均,从而得出相应的特征值。

在各态历经情形下,数学期望的定义式为

$$m_x=\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,\mathrm{d}t$$

这里 $T$ 为求平均的时间区间，比如：指标低温之下的求负积温平均值的时间区间，12 月 5 日至 2 月 3 日；一些动物的冬眠时间，11 月 8 日至 3 月 5 日。

同样，在各态历经情形下，方差的定义式是：

$$\sigma_x^2=\frac{1}{T}\int_0^T[x(t)-m_x]^2\mathrm{d}t \tag{1-30}$$

间隔时间为 $\tau$ 的任意两个时刻之间的协方差函数为：

$$\sigma_x(\tau)=\frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau}[x(t)-m_x][x(t+\tau)-m_x]\mathrm{d}t \tag{1-31}$$

间隔时间为 $\tau$ 的任意两个时刻之间的相关函数为：

$$\rho_x(\tau)=\frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau}\left[\frac{x(t)-m_x}{\sigma_x}\right]\left[\frac{x(t+\tau)-m_x}{\sigma_x}\right]\mathrm{d}t \tag{1-32}$$

从数学基础原理可知：对于一个随机函数来说，如果用它的一次现实 $x(t)$ 求平均特征，那么当求平均的区间 $T$ 增大的时候，能以 100% 的任意概率逼近用各次现实的整个集合求平均而得到的相应特征量，就称这样的随机函数或随机过程，具有各态历经性。其中，就数学期望的各态历经而言，充分条件是：当 $\tau$ 趋向无穷大时，相关函数 $\rho_x(\tau)$ 趋向零。这样的条件，对于在霜期生态资源研究中的许多实际的随机过程来说，通常是能够被满足的。

各态历经性质，在处理霜期生态资源所涉及的许多实际问题中，具有重要意义。这是因为：当满足各态历经性质时，没有大量的现实数据，我们也能够合理地确定有用的统计特征。而实际上，对于研究者所关注的许多霜期生态资源问题来说，在相同条件下进行多次重复实验并取得相应的观测（观察）数据，往往是办不到的。

（3）霜期温度的通用生态指标及其表达方法

根据以前有关霜期气候的研究，一般可将日平均温度稳定在 0℃ 的初（终）日认为是霜期开始（终止）的时间。这是因为，如果以气象站按观测规范记录的初（终）霜（U）为基础来划分霜期和无霜期，则因实测记录偶然性很大，失去代表意义。

负积温以 0℃ 为界，在气候研究中，处理全年的问题，往往以日平均温度为准；这样做，对于多年大概的平均天气状况来说，具有相当可信的代表意义，所以在关于地球科学的许多研究中，广泛应用之，是合理的。但是，在研究霜期生态资源时，考虑到生物学意义，对其表达法须加以改进。

对于一日（第 $n$ 日）来说，负积温（negative accumulated temperature）$A_n$ 的积分表达式一般可写为：

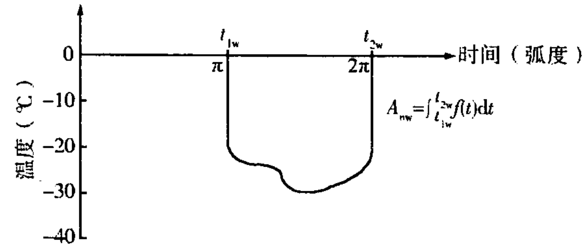
$$A_n=\int_{t_1}^{t_2}f(t)\,\mathrm{d}t \tag{1-33}$$

这里 $f(t)$ 是即时温度函数，$t_1$ 和 $t_2$ 分别是负积温开始和终止的时刻。如果开始、终止时刻有多个（即在 0℃ 上下，有振动），那么上下限可作进一步调整。

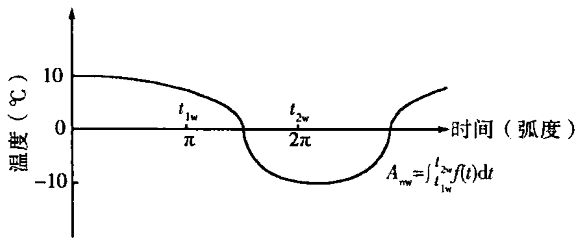
假定第 $n$ 天（比如 4 月 6 日）负积温开始时刻为 20 时，终止时刻为 08 时，则按图 1－1 给出的角度（用弧度表示）与时刻关系，我们可将上式具体化地写为：

$$A_{n(4月6日)}=\int_{\pi}^{2\pi}f(t)\,\mathrm{d}t \tag{1-34}$$

a. 严冬季节(图中下标 w 表示 winter)




b. 春秋有霜季节(图中下标 sa 表示 spring or autumn)




c. 一天内时间的角度表示法

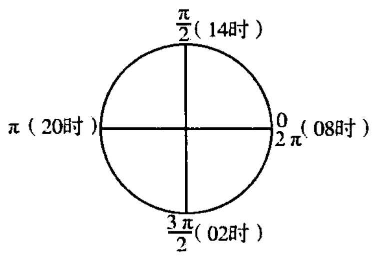



图 1-1　霜期负积温日变曲线示意图

这样,利用温度自记纸很容易得出逐日的负积温近似值。

如果某一年霜期总日数为 $K$ 天,$k=1,2,\cdots,K$,则该年霜期负积温总值 $A_{年}$ 应为

$$A_{年}=\sum_{k=1}^{K} A_{n(k)} \tag{1-35}$$

2. 不同生物环境下霜期温度的生态问题

霜期温度对生物的影响涉及的主要问题是低温对生物影响的问题。对于在自然环境下生存的生物——主要是林木(包括森林中的树木和果树)和在农田中越冬的作物(如冬小麦)——应在 0℃ 以下温度对其一般影响规律的前提下,研讨冬季抗御低温的措施。而对于霜期农业发展来说,应主要研讨避开霜期自然环境下的低温逆境,为生物(植物、动物和微生物)创造优良生境的人工生态环境——如日光温室和冷棚的措施。

(1)温度与森林生产力

由于温度影响林木的光合作用、呼吸作用及碳水化合物的输导过程与分布状况,所以在光能和降水条件能够满足林木的生长发育需求的前提下,决定森林第一生产力的主导