gdChengKao.com
广东省成人高考网

广东省成人高考复习专用资料

全国成人高考（高中起点升专 / 本科）专用教材

数　学

广东省成人高考网 编

林可全 主编

2010年最新版

广 州 出 版 社

广东省成人高考复习专用资料

全国成人高考(高中起点升专/本科)专用教材

数　　学

广东省成人高考网 编

林可全 主编

广州出版社

图书在版编目(CIP)数据

广东省成人高考复习专用资料·数学 / 广东省成人
高考网编—广州出版社，2010.1
高中起点
ISBN 987-7-5462-0087-3

I. 广… II . 广… III. 数学课-成人教育：高等教育-入
学考试-自学参考资料IV. G723.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第003721号

广东省成人高考复习专用资料·数学

广东省成人高考网 编

林可全 主编

出版发行：广州出版社
地　　址：广州市天河区天润路87号广建大厦
印　　刷：广州市一丰印刷有限公司
开　　本：787mm×1084mm　1/16
印　　张：43.75
字　　数：950千字
版　　次：2010年1月第1版
印　　次：2010年4月第2次
责任编辑：杨 斌
版式设计：雪 原
书　　号：ISBN 987-7-5462-0087-3
总 定 价：94.00元(全三册)

如发现印装质量问题，请与印刷厂联系。
厂址：广州市黄埔区茅岗路821号粤景工业园内
电话：32388041 邮编：510700

前 言

全国成人高考是我国学历教育的重要组成部分，广东省近年来参加全国统一考试的考生越来越多(每年均在20万人以上)，但与之相配套的教材及练习资料却非常匮乏。为了满足日益增加的成人高考考生的学习要求，帮助广东省参加2010年全国成人高考的广大考生更好地复习、应试，广东省成人高考网(www.gdchengkao.com)组织了一批长期从事考前辅导的一线教师、专家成立了“广东省成人高考专用教材编写组”，编写了这套考前复习系列用书。

本套丛书包括高中起点及专科起点两个层次，各科目均包含专用教材及同步练习，适用于全省所有参加2010年全国成人高考的各类考生(高中起点升专科、高中起点升本科及大专起点升本科)。

全书在内容和编排上有以下几个显著特点：

1. 权威性：本丛书由历年担任广东省成人高考考前培训的教师及专家编写，内容严格遵循最新考试大纲，各科目不仅有专用教材，而且还配有专门的同步练习，切实体现讲练结合；许多内容在历年的考前培训班均使用过，上线率达到95%以上，受到全省广大考生的一致好评。

2. 速成性：本丛书的复习内容简明扼要，避免了众多成人高考教材内容泛而不精的弊端，是对所有考试知识点的浓缩与精选，它既可以代替教材使用，又有利于考生在最短的时间里迅速掌握大纲所要求的考查内容。

3. 应试性：本丛书内容直接针对考试大纲，特别是所附的历年真题、考前模拟题及同步练习等内容，可以帮助考生在最短的时间里提高应试能力。相信全省广大考生在认真学完全书后，能有效地掌握考试所需知识，提高应试技巧与能力，最终在考试中一举成功。

4. 专用性：本丛书针对广东省成人高考考试科目和全国成人高考考试科目的差异性，专门在教材的内容及形式上做出相应调整，使之成为切合广东省成人高考考生使用的唯一一套全省通用教材。

本丛书可选作广东省成人高考教学的标准教材，同时对相关人员自学、教学及研究都有较好的参考价值。

本套教材的编纂者为：

高中起点升专/本科《语文》主编：王殿宇

高中起点升专/本科《数学》主编：林可全

高中起点升专/本科《英语》主编：毛　林

专科起点升本科《政治》主编:何业泉

专科起点升本科《英语》主编:毛 林

专科起点升本科《高等数学(二)》主编:黄嘉宁

专科起点升本科《大学语文》主编:焦凤梅

参加编写的其他人员还有:李建辉,张立本,郭燕,李建闯,尹可姝,易玉兰,谭志诚等。

本套教材及同步练习集的编写,得到了华南师范大学、中山大学相关老师及广州市语林文化传播有限公司的大力帮助,在此谨表衷心感谢!

为了使本套教材从内容到形式不断完善,编者希望广大教师和考生在使用过程中提出宝贵意见。由于编写时间有限,书中内容难免有不妥之处,恳请使用者批评指正。

编 者

2010年1月

目　录

第一部分　代　数

第一章　基础知识

扎扎实实地打好基础，练好基本功，我认为这是学好数学的“秘诀”。

——我国著名数学家苏步青

§本章考点与说明

为了让不同学力水平层次的读者便于统一复习与备考、更好地熟悉大纲各考点，为后续章节的学习提供良好的过渡，充分回忆过去学过的知识，特设本章内容。我们根据大纲，要求学生掌握下列知识点：

1.数的基本概念及其的表示方法（数轴、代数式、区间等）；

2.式子的化简与基本计算，包括加、减、乘、除、乘方、开方、绝对值；

3.因式分解，包括公式因式分解、多项式因式分解；

4.一元二次方程求解、判别式、求根公式与韦达定理的计算；

5.指数与对数常用公式的计算。

§考点精讲与应试方法

一、数的基本概念与表示方法

$$\text{数}\begin{cases}\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\left\{\begin{array}{l}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{array}\right\}\text{有限或循环小数}\\\text{无理数（无限不循环小数）}\end{cases}\\\text{复数}\end{cases}$$

1.概念辨析

零和正整数都属于自然数（用符号N表示，下同）；整数（Z）和分数统称为有理数（Q），数学

（文科）考查范围的数字如无特殊说明，均为实数（R）范围。而形如$A=a+bi(i^2=-1)$则称为复数，属于数学（理科）学习范围。（**注**：广东成人高考高中起点数学科目不分报考专业、不分文理统一考文科数学，即文史财经）

实数分为有理数和无理数，只有无限和不循环两个条件都满足才称为无理数，如$\sqrt{2}$、π等，无限但循环的数依然是有理数，如2.33333……（表示成$2.\dot{3}$）是有理数。

2.数字的其他分类

奇数与偶数：能被2整除的整数叫做偶数，如2、4、6、8等；不能被2整除的整数叫做奇数，如1、3、5、7等。我们假设n为整数，则偶数表示为$2n$，奇数表示为$2n-1$。

质数与合数：仅能被1及其本身约分的数叫质数（或素数），如2、3、5、7、11等；不仅能被1和其本身约分，还能被其他数约分的叫合数，如4、6、8、9等。

注意

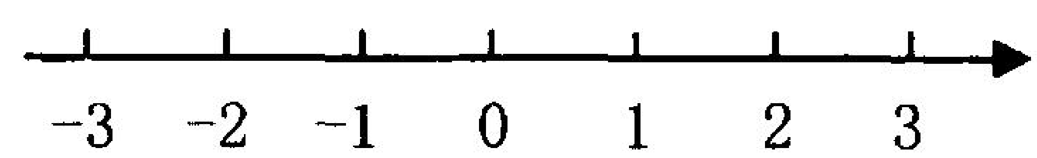
A.1既不是质素也不是合数；

B. 约分的时候要求化成最简式（最简分数），就是要求分子和分母互为质数。

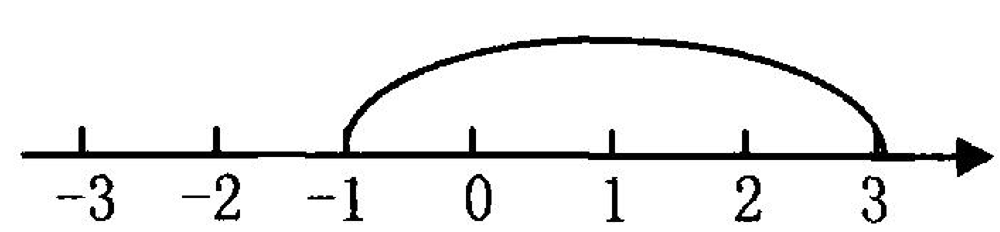
3.数学分析的基本工具——数轴

规定了方向、原点和单位长度的直线叫数轴。数轴是分析数字、集合、不等式和对称性的主要工具，对于数轴问题，既可以用代数表示，也可以用几何语言解释。

数轴形如：



可以用数轴来表示不等式的范围，如$-1\leqslant x\leqslant 3$这个不等式用数轴表示为：



有时为了简化表达式，我们还用区间来表示不等式范围：能够取两端的值的，称为闭区间，用中括号表示，如$-1\leqslant x\leqslant 3$，为$[-1,3]$；不能取两端的值的，称为开区间，用小括号表示，如$-1<x<3$，为$(-1,3)$；如果一端能取一端不能取，则称为半开半闭区间，如$-1<x\leqslant 3$，为$(-1,3]$。

注意

A.数轴的单位长度只需数值间间隔相等即可，无需数值上的连续；

B.区间中两个数字用逗号隔开，区间或不等式的表示方法在考试中均为可接受的结果。

4.倒数与相反数

① 文字定义：用1除以一个不为零的实数得到的商是这个实数的倒数，如2与$\frac{1}{2}$。零没有倒数；数轴上离原点的离相等的点所对应的实数互为相反数，如-1和1。零的相反数是零。

② 代数表示：如果两个实数的积为1（即$a \cdot b=1$），则这两个数互为倒数；如果两个实数的和为零（即$a+b=0$），则这两个数互为相反数。

③ 几何解释：我们借助数轴的对称性性质，以数轴上过原点且与数轴垂直的直线为对称轴。如果两个实数关于原点对称，则这两个数互为相反数。

5.数的绝对值

绝对值表示数轴上某实数所对应的点到原点的距离。绝对值是数学中的保护罩，不管绝对值符号里面是正是负，出来的结果肯定是非负的（即等于零或者正数）。实数a的绝对值记作$|a|$，如5的绝对值记作$|5|$、-1的绝对值记作$|-1|$。于是有：

$$|a|=\begin{cases}a \ (a \geqslant 0) \\ -a \ (a<0)\end{cases}$$

注意

当$a<0$时，由于a本身是负数，所以前面加上负号后整个$-a$是正数。

6.数的四则运算

① 四则运算法则：先乘方开方、再算乘除、最后算加减，如有括号的，先算括号里面的。

② 乘方与开方：相同的数连续相乘就是乘方，如$\underbrace{a \times a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n个}=a^n$，其中$a$称为底数，$n$是指数，整个$a^n$称为幂；开方是乘方的逆运算，如$\sqrt{3}$。乘方的指数无次数限制，整数或分数等均可；而开方重点是掌握开二次方根。

③ 只要偶次方，底数不管是正是负，结果是正数，如$3^2=9$、$(-3)^2=9$。反过来，9的平方根应该有两个值，分别为3和-3，这是文字表达方式，有两个根。

算术根：数学表达式表示$\sqrt{9}$，则结果等于3，即$\sqrt{9}=3$。

注意

A.一般二次方根都有两个结果，而算术根仅指其正数解；两者的主要区别是当使用文字表达时是两个结果，使用代数式表示时只算一个结果（算术根）；

B.一般地，有$\sqrt{a}$，则a的取值范围为$a \geqslant 0$。

进阶攻略

为了方便考试快速做题，请熟记$2^0\sim2^8$、$1^2\sim20^2$的结果以及$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{5}$这三个无理数的大致取值及其在数轴上的位置。

二、代数式的化简与基本计算

1.代数式的含义

用字母或数字连接而成的且本身没有等号的计算式称为代数式，如$a+b$、$\frac{1}{a+b}$等；像数的计算、指数与对数的计算等均属于代数式的计算。解题的步骤是先化简后运算。

2.单项式与多项式

数字或字母相乘的称为单项式，多项式是单项式之和，即以加减符号连接的为多项式（减法在实数运算中其实相当于加上一个负数），如$2a-b$。以乘除符号连接算一项，为单项式，如$2a\cdot b$，这也是判断代数式是否是多项式的主要方法。另外，有括号的话不管里面是不是多项式，整个括号都按一项来计算，如计算$(a+b)(a-b)$时方法上可视为计算$a\cdot b$。

3.代数式的运算方法

代数式运算主要分为整式运算（$a+b$，其中$a\in R$、$b\in R$）、分式运算（$\frac{1}{a+b}$，其中$a+b\neq0$）和无理式运算（$\sqrt{a+b}$，其中$a+b\geqslant0$）三种。

① 请熟记下列常用公式

平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$；

完全平方公式：$(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2$；

立方和、立方差公式：$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$。

② 计算方法

整式运算：公式转化和合并同类项，包括使用平方差、完全平方和立方和立方差公式；

分式运算：约分与通分，将多项式化成单项式，要求分母不能为零。如$\frac{a}{c}-\frac{d}{c}=\frac{a-d}{c}$、$\frac{a}{b}+\frac{d}{c}=\frac{ac+bd}{bc}$、$\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$、$\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{c}=\frac{a}{c}$等；

无理式运算：分母有理化，即最终结果中分母不能带有根号，如$\frac{a}{\sqrt{a+b}}=\frac{a\sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b}\cdot\sqrt{a+b}}=\frac{a\sqrt{a+b}}{a+b}$，其中$a+b\geqslant0$。

注意

A. 必须掌握和灵活运用平方差、完全平方和立方和、立方差公式，运算时不仅要学会公式转化上从左到右，也要学会从右到左；

B. 分式运算时要注意分母不能等于零，通分时注意$\frac{a}{b}+\frac{d}{c}\neq\frac{a+d}{b+c}$；二次无理式运算时注意根号下的项要大于等于零。

例 1-1：计算下列各式：

① $\frac{a^4-a^2b^2}{(a-b)^2}\div\left[\frac{a(a+b)}{b^2}\cdot\frac{b^2}{a^2}\right]$；　② $\frac{3x+15}{x^2-9}+\frac{1}{x+3}$；　③ $\frac{2}{\sqrt{2a}+\sqrt{b}}$

解：① 原式$=\frac{a^2(a^2-b^2)}{(a-b)^2}\div\frac{a+b}{a}=\frac{a^2(a+b)(a-b)}{(a-b)(a-b)}\cdot\frac{a}{a+b}=\frac{a^3}{a-b}$

② 原式$=\frac{3x+15}{(x+3)(x-3)}+\frac{x-3}{(x+3)(x-3)}=\frac{3x+x+15-3}{(x+3)(x-3)}=\frac{4x+12}{(x+3)(x-3)}=\frac{4}{x-3}$

③ 原式$=\frac{2(\sqrt{2a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{2a}+\sqrt{b})(\sqrt{2a}-\sqrt{b})}=\frac{2(\sqrt{2a}-\sqrt{b})}{2a-b}$

例题精析：第①题主要考查对约分、常用公式的掌握程度，注意左下角那一项不要展开，展开后会使代数式更加繁琐不利于后续化简；第②题主要考查通分和平方差公式，构造平方差公式的形式使两项的分母相同；第③题也是利用平方差公式消除分母的根号，注意本题与$\frac{a}{\sqrt{a+b}}$的化简（分母有理化）比较。

进阶攻略

A.式子的结果一定要化简成最简分数；

B.方向要准确，从繁琐向简单化简；

C.一般题目代数式比较复杂的，答案可能会比较简单。

三、因式分解

1.因式分解的含义

将一个多项式转化成单项式或几个整式相乘的形式，叫因式分解，如$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$。

2.因式分解的原则

① 从加减形式化简为乘除形式；

② 结果是否是最简形式（不能再约分）。

这两个原则也是检查因式分解的方向是否准确、因式分解是否已经完成的依据。

3.因式分解的计算方法

主要有公式法、十字相乘法、分组分解法等，可根据多项式项数(N)多少选用。

4.因式分解的步骤

Step1：提取公因式，将共同的部分提取出来；
Step2：按照项数的多少使用不同的方法：
当$N=2$时，使用公式法为主，主要运用平方差、完全平方与立方和立方差公式；
当$N=3$时，使用十字相乘法为主。十字相乘法不仅是解决三项多项式因式分解的主要方法，更可用于一元二次方程、一元二次函数、一元二次不等式等的求解。如果该法无法使用，再求助于求根公式法(详见方程知识点)，且结果肯定带有根号；
当$N>3$时，使用分组分解法，然后按照$N=2$或$N=3$的方法继续；
Step3：检查因式分解是否完成、是否是最简分数或最简形式。

例1-2：对下列式子进行因式分解：

① $(ab+b^2)-(a^2-b^2)$；② $ab^2+a^2-b^2+a^2b$；③ $2x^2-5x-12$

解：① 原式$=b(a+b)-(a-b)(a+b)=(a+b)[b-(a-b)]=(a+b)(2b-a)$

例题精析：本题通过式子形式查看发现适宜采用平方差公式，并注意$[b-(a-b)]$中减号后面的小括号去掉时的符号处理。

② 原式$=ab^2+a^2b+a^2-b^2=ab(b+a)+(a^2-b^2)=ab(a+b)+(a+b)(a-b)$

$=(a+b)(ab+a-b)$

例题精析：本题$N>3$适宜采用分组分解，至于哪一项和哪一项一组需要尝试一下，以能作进一步化简为宜，本题可第1项和第3项一组，也可第1项和第4项一组，最终选择1和4主要考虑后续化简比较方便，至于为何1和3不好，读者可以自行尝试。

③ 原式$=(x-4)(2x+3)$

例题精析：本题$N=3$适宜采用十字相乘法。形如ax^2+bx+c，如能化简成$(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$，其中$a_1\cdot a_2=a$、$c_1\cdot c_2=c$，若有$a_1\cdot c_2+a_2\cdot c_1=b(^{a_1}_{a_2}\times^{c_1}_{c_2})$，则该式子可用十字相乘。本题中二次项前的系数2分解为1和2，常数项分解为-4和3或-6和2，即$^1_2\times^{-4}_3$或$^1_2\times^{-6}_2$，到底哪一个才是正确的搭配？我们进行交叉相乘，其结果等于一次项系数的那个才是正确搭配，本例有$1\times3+2\times(-4)=-5$和$1\times2+2\times(-6)=-10$，由此可知$^1_2\times^{-4}_3$是正确的搭配。但注意书写结果时则是打横写，本例为$(x-4)(2x+3)$。

注意

十字相乘法非常重要，是解三项式的关键，该方法必须掌握。注意的是验证搭配是否正确是交叉相乘的和等于一次项系数，但最后因式分解的结果是打横写的。

四、方程

1.方程的含义

含有未知数的等式(即式子两边用等号相连)叫方程。使式子两边相等的未知数的值叫方程的解。但方程不一定有解，如方程，由于$\sqrt{a}\geqslant 0$，所以该方程无解。

2.方程的种类

主要包括整式方程($x+2=0$)、分式方程($\frac{1}{x-1}=1$)和无理方程($\sqrt{x+2}=3$)三类。

3.方程的计算方法

① 整式方程：移项和合并同类项，将未知数集中在一边求解；

② 分式方程：去分母(方程两边同时乘以分母的最小公倍数)；

③ 无理方程：有理化，即两边乘n次方(重点是二次方，方法是方程两边同时平方)。

例1-3：解下列方程：

①$3x+2=5$；② $\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x(x-2)}+\frac{x-4}{x(x+2)}=0$；③ $\sqrt{x-1}=7-x$

解：① $3x+2=5$，移项，得：$3x=5-2$，所以$x=1$

② 去分母，方程两边同时乘以分母的最小公倍数，此处为$x(x-2)(x+2)$，

得：$2x-(x+2)+(x-4)(x-2)=0$，化简整理，

得：$x^2-5x+6=0$，得：$x_1=2$、$x_2=3$。

当$x=2$时，原方程的分母为零，没有意义，所以经检验$x=2$是方程的增根。

故$x=3$是方程的解。

③ 两边平方，得：$x-1=(7-x)^2$，展开，得：$x-1=49-14x+x^2$，

即$x^2-15x+50=0$，解得$x_1=5$，$x_2=10$，

当$x=10$时，原方程右边为负数，$\sqrt{10-1}\neq 7-10=-3$，

所以经检验$x=10$是方程的增根。

故$x=5$是方程的解。

例题精析：本题是训练巩固各种方程类型的求解方法，其中注意的是：

① 分式方程两边都要乘以分母最小公倍数，不要忘记方程右边也要乘，只是本例右边为0，相乘结果依然是0而已；

② 分式方程或无理方程需要验根，使方程没有意义的根是增根，必须舍去。

五、一元二次方程

1.一元二次方程的含义

只有一个未知数且未知数含有二次乘方的方程为一元二次方程，其标准形式为$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$，如果$a=0$则为一元一次方程。

2.一元二次方程的根与判别式

求解一元二次方程$ax^2+bx+c=0$的通用方法是求根公式，为：

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ 和 } x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

其中$\Delta=b^2-4ac$为方程判别式，用以判断方程是否有解：

① 当$\Delta>0$时，方程有两个相异的实数根，为：$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$；

② 当$\Delta=0$时，方程有两个相等的实数根，为：$x_{1,2}=-\dfrac{b}{2a}$；

③ 当$\Delta<0$时，方程在实数范围内无解。

例1-4：判断下列方程是否有解？① $2x^2+5x-1=0$；②$3x^2-3x+1=0$；③$x^2-4x+4=0$

解：① $\Delta=5^2-4\cdot 2\cdot(-1)>0$，原方程有两个相异的实数根；

② $\Delta=(-3)^2-4\cdot 3\cdot 1<0$，原方程在实数范围内无解；

③ $\Delta=(-4)^2-4\cdot 1\cdot 4=0$，原方程有两个相等的实数根。

例题精析：熟悉掌握判别式是准确判断一元二次方程是否有解的基础。而我们实际计算时只需知道判别式是否大于零，而无需知道判别式具体的数值，对于判断方程是否有两个相异的实数根时，$\Delta=2$和$\Delta=5$在结论上是等价的。

进阶攻略

如果每次在解方程前都要计算一次判别式，无疑工作量较大。有一个迅速的判断方法：从例1-4第一个方程的判别式可以看出，b^2-4ac中，一般$a>0$，所以只要$c<0$就可以判断方程有两个相异的实数根而无需进一步计算判别式的数值。

3.一元二次方程的求解

从上一个知识点我们可知解一元二次方程最稳妥和通用的方法是求根公式法，但求根公式法计算量较大，还带有根号，容易因粗心大意计算错误。借鉴因式分解的思想，一元二次方程是三项式，我们可以采用十字相乘法解方程。

进阶攻略

首先使用十字相乘法，不行之后再用求根公式。

例 1-5: 解下列方程:① $x^2-6x-7=0$;② $x^2+2x-4=0$

解: ① 方程转化为:$(x-7)(x+1)=0$($^{1}_{1}\times^{-7}_{1}$),所以$x_1=7,x_2=-1$;

② 本方程无法采用十字相乘法,求根公式,得:$x_{1,2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2+4\cdot1\cdot4}}{2\cdot1}$,所以$x_1=-1+\sqrt{5},x_2=-1-\sqrt{5}$ 。

例题精析: 三项的一元二次方程,首先使用十字相乘法能极大地提高运算效率和准确率,但也有不能使用十字相乘法的时候,如本例的第②题,但我们会发现如果无法使用十字相乘法的一元二次方程一般其根都会带有根号。如果您求根公式解得根没有带根号一般则可采用十字相乘法替代。

4.韦达定理(一元二次方程根与系数的关系)

设x_1、x_2是方程$ax^2+bx+c=0$的两个实数根,根据韦达定理,有:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\qquad x_1x_2=\frac{c}{a}$$

① 我们可以通过韦达定理得知方程两根的解,对应地可以把方程的形式写出来。

例 1-6: 如果关于x的方程$x^2-(s+3t)x-2t=0$两根之和为8,两根之积为-4,求s、t与方程的解。

解: 由韦达定理可知:$x_1+x_2=-\dfrac{-(s+3t)}{1}=s+3t=8,x_1x_2=\dfrac{-2t}{1}=-4$

所以有:$s=2,t=2$

方程的形式为:$x^2-8x-4=0$,求解这个方程,得:$x_1=4+2\sqrt{5},x_2=4-2\sqrt{5}$ 。

例题精析:在计算两根之和时要慎重处理公式前面的负号与系数本身的负号以免粗心遗漏。另外,请读者思考方程$x^2-8x-4=0$能否使用十字相乘法求解?

②还可以用韦达定理计算以方程的两根为符号的式子。

例 1-7: 若$x+\dfrac{1}{x}=3$,求$x^2+\dfrac{1}{x^2}$和$x^3+\dfrac{1}{x^3}$的值。

解: 对$x+\dfrac{1}{x}=3$两边取平方,得:$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=9$,展开化简得:$x^2+2+\dfrac{1}{x^2}=9,x^2+\dfrac{1}{x^2}=7$

$x^3+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x^2-1+\dfrac{1}{x^2}\right)=3\times(7-1)=18$。

例题精析: 本题主要考查对完全平方和立方和公式的掌握程度。举一反三,各位读者可自行尝试计算$x^4+\dfrac{1}{x^4}$。

六、指数与对数常用公式的计算

1.指数的概念与性质

有形如$a^x=N(a\neq0,x\in R)$的式子,其中a为底数,x为指数。另外,还有一种形式如x^a,称为幂。我们根据考查对象x的位置来判断一个式子是幂还是指数:a^x是指数,而x^a为幂,在后续

函数章节会提及指数函数和幂函数，要注意区别。

主要性质：

① 除零以外，任何底数的零次方都等于1($a^0=1$)，1的任何次方都等于1；

② 对于负指数，$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}>0$，其中$a\neq 0$，$n\in N$，可知指数的结果一定是大于零的。

2.指数的运算法则

除上述性质外，我们主要掌握下列指数运算公式：

① 同底数幂相乘(除)，底数不变，指数相加(减)：$a^x\cdot a^y=a^{x+y}$、$\dfrac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$；

② 同指数不同底相乘(除)，指数不变，底数相乘(除)：$a^x\cdot b^x=(ab)^x$、$\dfrac{a^x}{b^x}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^x$；

③ 符合四则运算法则：$\left(a^x\right)^y=\left(a^y\right)^x=a^{xy}$；

④ $a^{\frac{s}{t}}=\sqrt[t]{a^s}$，注意：分母是开$t$次方根，而$s$是$a$的指数；

⑤ $\sqrt[n]{a^n}=|a|$，$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a$，请注意两者的区别。

3.对数的概念与性质

在指数中，有$a^b=N$，我们也称b为以a为底的N的对数，记作$\log_a N=b$。其中a为底数，N为真数且$N>0$。对数是指数的逆运算。

主要性质：

① $a>0$且$a\neq 1$，$N>0$，零和负数没有对数；

② 真数是1的任何对数($\log_a 1$)都等于0，底数和真数相同($\log_a a$)的对数等于1；

③ 以10为底的对数符号为lg，以e为底的自然对数符号为ln。

4.对数的运算法则

除上述性质外，我们主要掌握下列对数运算公式：

① 同底数不同真数相乘(除)等于各自取对数后相加(减)：$\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N$、$\log_a\dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$；

② $\log_{a^n} M^m=\dfrac{m}{n}\log_a M$，此处$m\in Z$、$n\in Z$；

③ $a^{\log_a b}=b$；$\log_n m\cdot\log_m p=\log_n p$；

④ 换底公式：$\log_n m=\dfrac{\log_a m}{\log_a n}(n\neq 1)$，由此得到：$\log_n m\cdot\log_m n=1$。