



国家电网
STATE GRID

国家电网公司
生产技能人员职业能力培训通用教材

数 学

国家电网公司人力资源部 组编

GUOJIADIANWANGGONGSI
SHENGCHANJINENG RENYUAN
ZHIYENENGLI PEIXUN
TONGYONG JIAOCAI



中国电力出版社

www.cepp.com.cn



国家电网
STATE GRID

国家电网公司 生产技能人员职业能力培训通用教材

数 学

国家电网公司人力资源部 组编

张明智 主编



中国电力出版社
www.cepp.com.cn

内 容 提 要 ◀

《国家电网公司生产技能人员职业能力培训教材》是按照国家电网公司生产技能人员标准化培训课程体系的要求,依据《国家电网公司生产技能人员职业能力培训规范》(简称《培训规范》),结合生产实际编写而成。

本套教材作为《培训规范》的配套教材,共72册。本册为通用教材的《数学》,全书共六章、30个模块,主要内容包括集合与函数,三角函数与反三角函数,复数,幂函数、指数函数与对数函数,直线与二次曲线。对相关《高等数学》极限、导数与定积分的应用的内容在第六章予以介绍。

本书是供电企业生产技能人员的培训教学用书,也可以作为电力职业院校教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数学/国家电网公司人力资源部组编. —北京:中国电力出版社, 2010

国家电网公司生产技能人员职业能力培训通用教材

ISBN 978-7-5083-9627-9

I. 数… II. 国… III. 数学-技术培训-教材 IV. O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 197650 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://www.cepp.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2010 年 5 月第一版 2010 年 5 月北京第一次印刷

710 毫米×980 毫米 16 开本 7 印张 124 千字

印数 0001—3000 册 定价 13.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

《国家电网公司生产技能人员职业能力培训通用教材》

编 委 会

主 任 刘振亚

副 主 任 郑宝森 陈月明 舒印彪 曹志安 栾 军
李汝革 潘晓军

成 员 许世辉 王风雷 张启平 王相勤 孙吉昌
王益民 张智刚 王颖杰

编写组组长 许世辉

副 组 长 方国元 张辉明 梁 旭

成 员 张明智 陈 敏 张 慧 鞠宇平 倪 春
江振宇 李群雄 曹爱民 林文静 于康雄
薛如桂



国家电网公司
STATE GRID
CORPORATION OF CHINA

国家电网公司

生产技能人员职业能力培训通用教材

前言

为大力实施“人才强企”战略，加快培养高素质技能人才队伍，国家电网公司按照“集团化运作、集约化发展、精益化管理、标准化建设”的工作要求，充分发挥集团化优势，组织公司系统一大批优秀管理、技术、技能和培训教学专家，历时两年多，按照统一标准，开发了覆盖电网企业输电、变电、配电、营销、调度等 34 个职业种类的生产技能人员系列培训教材，形成了国内首套面向供电企业一线生产人员的模块化培训教材体系。

本套培训教材以《国家电网公司生产技能人员职业能力培训规范》(Q/GDW 232—2008)为依据，在编写原则上，突出以岗位能力为核心；在内容定位上，遵循“知识够用、为技能服务”的原则，突出针对性和实用性，并涵盖了电力行业最新的政策、标准、规程、规定及新设备、新技术、新知识、新工艺；在写作方式上，做到深入浅出，避免烦琐的理论推导和论证；在编写模式上，采用模块化结构，便于灵活施教。

本套培训教材包括通用教材和专用教材两类，共 72 个分册、5018 个模块，每个培训模块均配有详细的模块描述，对该模块的培训目标、内容、方式及考核要求进行了说明。其中：通用教材涵盖了供电企业多个职业种类共同使用的基础知识、基本技能及职业素养等内容，包括《电工基础》、《电力生产安全及防护》等 38 个分册、1705 个模块，主要作为供电企业员工全面系统学习基础理论和基本技能的自学教材；专用教材涵盖了相应职业种类所有的专业知识和专业技能，按职业种类单独成册，包括《变电检修》、《继电保护》等 34 个分册、3313 个模块，根据培训规范职业能力要求，I、II、III三个级别的模块分别作为供电企业生产一线辅助作业人员、熟练作业人员和高级作业人员的岗位技能培训教材。

本套培训教材的出版是贯彻落实国家人才队伍建设总体战略，充分发挥企业培养高技能人才主体作用的重要举措，是加快推进国家电网公司发展方式和电网发展方式转变的具体实践，也是有效开展电网企业教育培训和人才培养工作的重要基础，必将对改进生产技能人员培训模式，推进培训工作由理论灌输向能力培养转型，提高培训的针对性和有效性，全面提升员工队伍素质，保证电网安全稳定运行、支

撑和促进国家电网公司可持续发展起到积极的推动作用。

本册为通用教材部分的《数学》，由四川省电力公司具体组织编写。

本书第一章、第四章由四川省电力公司张慧编写；第二章、第三章由四川省电力公司陈敏编写；第五章、附录由四川省电力公司张明智编写。全书由张明智担任主编。福建省电力有限公司张弈河担任主审，福建省电力有限公司何新萌、王为顺参审。

由于编写时间仓促，难免存在疏漏之处，恳请各位专家和读者提出宝贵意见，使之不断完善。



国家电网公司
STATE GRID
CORPORATION OF CHINA

国家电网公司

生产技能人员职业能力培训通用教材

目 录

前言

第一章 集合与函数	1
模块 1 集合的概念 (TYBZ00801001)	1
模块 2 集合的运算 (TYBZ00801002)	5
模块 3 函数 (TYBZ00801003)	8
模块 4 反函数 (TYBZ00801004)	13
第二章 三角函数与反三角函数	15
模块 1 任意角的三角函数 (TYBZ00802001)	15
模块 2 三角函数的图像和性质 (TYBZ00802002)	23
模块 3 两角和与差的三角函数 (TYBZ00802003)	27
模块 4 反三角函数 (TYBZ00802004)	31
第三章 复数	33
模块 1 复数的概念 (TYBZ00803001)	33
模块 2 复数的运算 (TYBZ00803002)	40
模块 3 复数运用举例 (TYBZ00803003)	45
第四章 幂函数、指数函数与对数函数	49
模块 1 幂函数 (TYBZ00804001)	49
模块 2 指数函数 (TYBZ00804002)	52
模块 3 换底公式与自然对数 (TYBZ00804003)	54
模块 4 对数函数 (TYBZ00804004)	57
模块 5 简单的指数方程与对数方程 (TYBZ00804005)	59

第五章 直线与二次曲线	62
模块 1 坐标法的简单应用 (TYBZ00805001)	62
模块 2 直线的方程 (TYBZ00805002)	63
模块 3 关于直线的其他问题 (TYBZ00805003)	65
模块 4 曲线方程 (TYBZ00805004)	67
模块 5 圆 (TYBZ00805005)	68
模块 6 椭圆 (TYBZ00805006)	70
模块 7 双曲线 (TYBZ00805007)	71
模块 8 抛物线 (TYBZ00805008)	73
第六章 《高等数学》极限、导数与定积分的应用	75
模块 1 向量代数 (TYBZ00807001)	75
模块 2 函数与极限 (TYBZ00807002)	81
模块 3 导数与偏导数 (TYBZ00807003)	86
模块 4 定积分的运用 (TYBZ00807004)	90
附录	94
模块 1 一元一次不等式组与绝对值不等式 (TYBZ00806001)	94
模块 2 二次函数与一元二次不等式 (TYBZ00806002)	96
参考文献	102



第一章 集合与函数

模块 1 集合的概念 (TYBZ00801001)

【模块描述】本模块包含集合的概念、集合的表示法和集合间的关系。通过理论讲述和实例分析,掌握集合的概念,熟悉集合的列举法、描述法的表示方法及集合间的包含和相等关系。

【正文】

一、集合的概念

为方便起见,人们出差时会带一个洗漱包。洗漱包通常是由牙膏、牙刷、香皂、毛巾、杯子、梳子组成。这时就说,牙膏、牙刷、香皂、毛巾、杯子、梳子组成了一个洗漱品的集合,并把牙膏、牙刷、香皂、毛巾、杯子、梳子叫做该集合中的元素。

通常把某些确定的对象组成的整体叫做集合(简称集)。组成集合的对象称为这个集合的元素。一般用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合,用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合中的元素。

若元素 a 是集合 A 中的元素,则称 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$; 若元素 a 不是集合 A 中的元素,则称 a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$ 。

例如,设字母 A 表示由小于 5 的所有自然数组成的集合,则集合 A 的元素为 0, 1, 2, 3, 4。显然 $2 \in A$, $4 \in A$, 而 $10 \notin A$, $-1 \notin A$ 。

一个给定的集合,具有以下三个特点:

(1) 元素的确定性:对于任何一个对象,属于、或者不属于这个集合,二者必居其一。不能确定的对象,不能组成集合。

(2) 元素的互异性:集合中任何两个元素是不同的对象,即集合中无重复元素。

(3) 元素的无序性:集合中的元素是不考虑顺序的。

例 1 判断下列对象是否可以组成集合。

(1) 某电厂用电科的全体职工。

(2) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的所有实数解。

(3) 平面内到两定点 P, Q 的距离相等的所有点。



(4) 不等式 $2x-1>0$ 的所有解。

(5) 某班高个子学生。

解 (1) 对于任意一个职工, 都可以考察他是或者不是该电厂用电科的职工, 因此该电厂用电科的全体职工是确定的对象, 所以该电厂用电科的全体职工可以组成集合。

(2) 解方程 $x^2-4=0$, 得 $x_1=-2$, $x_2=2$ 。对任意一个数, 都可以判断出它是否为方程 $x^2-4=0$ 的解, 即方程的解是确定的对象。所以 $x^2-4=0$ 的所有实数解可以组成集合。

(3) 平面内到两定点 P 、 Q 的距离相等的所有点, 是线段 PQ 的垂直平分线。对于平面上的任意一点, 都可以判断它是否在垂直平分线上, 即这条线上的点是确定的对象。所以平面内到两定点 P 、 Q 的距离相等的所有点可以组成集合。

(4) 解不等式 $2x-1>0$, 得 $x>\frac{1}{2}$ 。对任意一个数, 都可以判断出它是否为该不等式的解, 即不等式 $2x-1>0$ 的解是确定的对象。所以不等式 $2x-1>0$ 的所有解可以组成集合。

(5) 因为没有规定身高为多少以上的才算高个子学生, 因此对于该班任意一个学生, 不能判断他是否为高个子学生, 即某班高个子学生是不确定的对象。所以某班高个子学生不能组成集合。

二、集合的表示法

1. 列举法

把属于某个集合的元素一一列举出来, 写在大括号 $\{ \}$ 内的方法, 叫做列举法。

例如, 集合 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B=\{1, 2, 3, \dots, 100\}$, $C=\{2, 4, 6, \dots, 2n, \dots\}$, $D=\{\text{北京, 天津, 上海, 重庆}\}$, 等等。

2. 描述法

把集合中的元素所具有的共同性质描述出来, 写在大括号 $\{ \}$ 内, 这种表示集合的方法, 叫做描述法。

描述法的表示形式为: $\{\text{元素}|\text{元素所具有的性质}\}$ 。

例如, 不等式 $x-5>2$ 的解集 (由解组成的集合) 可表示为 $\{x|x-5>2\}$ 。

由数组成的集合称为数集。常见的几种数集的表示符号如下:

$\mathbf{N}^*$ (或 $\mathbf{Z}^+$) 表示正整数集;

$\mathbf{N}$ 表示非负整数集, 即自然数集;

$\mathbf{Z}$ 表示整数集;

$\mathbf{Q}$ 表示有理数集;

$\mathbf{R}$ 表示实数集。

由点组成的集合称为点集。如例 1 中的 (3)。

不含有任何元素的集合,称为空集,记为 $\emptyset$ 。例如,小于零的自然数的集合是空集。

例 2 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的所有实数解用列举法表示。

解 用列举法表示为 $\{-2, 2\}$ 。

例 3 用描述法表示下列集合。

(1) $x^2 - 4 = 0$ 的所有实数解; (2) 不等式 $2x - 1 > 0$ 的所有解。

解 (1) 用描述法表示为 $\{x | x^2 - 4 = 0\}$ 。

(2) 用描述法表示为 $\{x | 2x - 1 > 0\}$, 即 $\left\{x | x > \frac{1}{2}\right\}$ 。

一般的, 集合 $\{x | a \leq x \leq b\}$ ($a < b$) 简单记作 $[a, b]$, 叫做闭区间, 用数轴上点集表示如图 TYBZ00801001-1 (a) 所示; 集合 $\{x | a < x < b\}$ 简单记作 (a, b) , 叫做开区间, 用数轴上点集表示如图 TYBZ00801001-1 (b) 所示; 集合 $\{x | a \leq x < b\}$ 与集合 $\{x | a < x \leq b\}$ 分别简单记作 $[a, b)$ 和 $(a, b]$, 叫做半开半闭区间, 用数轴上点集表示如图 TYBZ00801001-1 (c) 和 (d) 所示。

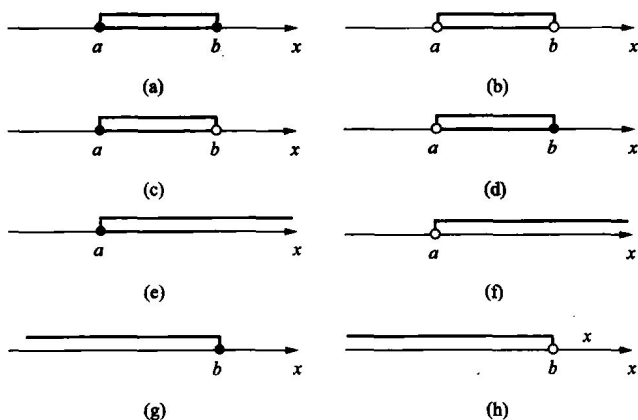


图 TYBZ00801001-1 区间

实数集 $\mathbf{R}$ 表示为 $(-\infty, +\infty)$ (符号 ∞ 读作无穷大), 集合 $\{x | x \geq a\}$, $\{x | x > a\}$, $\{x | x \leq b\}$, $\{x | x < b\}$ 分别表示为 $[a, +\infty)$, $(a, +\infty)$, $(-\infty, b]$, $(-\infty, b)$, 用数轴上点集表示如图 TYBZ00801001-1 (e)、(f)、(g)、(h) 所示。

三、集合间的关系

1. 包含关系

定义 1 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 则称集合 A 是集合 B 的子集, 记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$, 读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”, 如图 TYBZ00801001-2 所示。

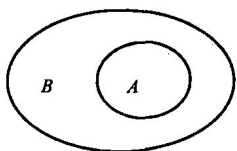


图 TYBZ00801001-2 包含关系

定义 2 若集合 A 、 B 有 $A \subseteq B$ ，且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ，那么称集合 B 真包含集合 A ，并称集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A \subset B$ ，或 $B \supset A$ 。

规定空集是任何集合的子集。由此可知，空集是任何非空集合的真子集。

例 4 用符号“ $\subseteq$ ”、“ $\supseteq$ ”、“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空：

- (1) $\{a, b, c, d\}$ $\underline{\quad}$ $\{a, b\}$; (2) $\emptyset$ $\underline{\quad}$ $\{1, 3, 5, 7\}$;
 (3) $\mathbf{N}$ $\underline{\quad}$ $\mathbf{Q}$; (4) 0 $\underline{\quad}$ $\mathbf{R}$;
 (5) d $\underline{\quad}$ $\{a, b, c\}$ 。

解 (1) 集合 $\{a, b\}$ 的元素都是集合 $\{a, b, c, d\}$ 的元素，因此 $\{a, b, c, d\} \supseteq \{a, b\}$ 。

(2) 空集是任何集合的子集，因此 $\emptyset \subseteq \{1, 3, 5, 7\}$ 。

(3) 自然数是有理数，因此 $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Q}$ 。

(4) 0 是实数，因此 $0 \in \mathbf{R}$ 。

(5) d 不是集合 $\{a, b, c\}$ 中的元素，因此 $d \notin \{a, b, c\}$ 。

例 5 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集，并指出哪些是真子集。

解 集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集为

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}, \{a, b, c\}$

除 $\{a, b, c\}$ 外，其余都是集合 $\{a, b, c\}$ 的真子集。

2. 相等关系

定义 3 若集合 A 、 B 满足 $A \subseteq B$ ，且 $B \subseteq A$ ，则称集合 A 与集合 B 相等，记作 $A = B$ 。显然，两集合相等就表示这两个集合的元素完全相同。

例 6 判断集合 $\{x \mid |x| = 2\}$ 与集合 $\{x \mid x^2 - 4 = 0\}$ 的关系。

解 由 $|x| = 2$ 知 $x = -2$ 或 $x = 2$ ，故集合 $\{x \mid |x| = 2\}$ 中只含有 -2 和 2 这两个元素。解方程 $x^2 - 4 = 0$ 得 $x = -2$ 或 $x = 2$ ，故集合 $\{x \mid x^2 - 4 = 0\}$ 中也只含有 -2 和 2 这两个元素。所以，两个集合相等，即

$$\{x \mid |x| = 2\} = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$$

【思考与练习】

1. 判断下列各对象的全体能否组成集合：

- (1) 北京大学图书馆里的所有藏书；
- (2) 国家电网公司所有在职职工；
- (3) 某市一所幼儿园的胖小朋友；
- (4) 某电业局开朗的员工。

2. 用列举法表示下列各集合:

(1) 小于 10 的自然数; (2) 我国的直辖市。

3. 用描述法表示下列各集合:

(1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$; (2) $\{\text{火药, 指南针, 印刷术, 纸}\}$ 。

4. 在下列各题横线上填写适当的符号 ($\in, \notin, =, \supset, \subset$):

(1) $\emptyset$ $\{a\}$; (2) a $\{a\}$; (3) $\{a\}$ $\{a\}$;

(4) $\{a\}$ $\{a, b\}$; (5) 6 $\{0, 1, 2\}$; (6) 0.5 $\mathbf{Q}$;

(7) $\mathbf{R}$ $\mathbf{Q}$; (8) $\mathbf{N}$ $\mathbf{Z}$ 。

5. 试确定下列集合间的关系:

(1) $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$;

(2) 区间 $[2, 5]$ 与区间 $(2, 5)$;

(3) $C = \{x | x^2 - 9 = 0\}$ 与 $D = \{-3, 3\}$ 。

模块 2 集合的运算 (TYBZ00801002)

【模块描述】本模块包含集合的运算。通过概念讲解和举例计算, 掌握集合的交、并、补运算, 了解集合的差运算。

【正文】

集合的运算主要有交、并、补等运算, 下面逐一介绍。

一、交集及交运算

6 的正约数的集合为 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, 10 的正约数的集合为 $B = \{1, 2, 5, 10\}$, 易见 6 与 10 的正公约数的集合为 $C = \{1, 2\}$ 。

显然, 集合 C 是由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的。对于这样的集合给出下述定义:

定义 1 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做集合 A 与集合 B 的交集, 记为 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”, 即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

如图 TYBZ00801002-1 中阴影部分所示。

交集的性质: $A \cap A = A$; $A \cap \emptyset = \emptyset$ 。

例 1 设 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 7\}$, 求 $A \cap B$ 。

解 $A \cap B = \{1, 3, 5, 7\} \cap \{2, 3, 7\} = \{3, 7\}$

例 2 设 $A = \{x | x > -2\}$, $B = \{x | x < 4\}$, 求 $A \cap B$ 。

解 $A \cap B = \{x | x > -2\} \cap \{x | x < 4\} = \{x | -2 < x < 4\}$

把求交集的运算叫做交运算。

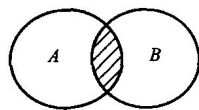


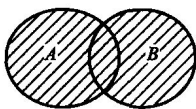
图 TYBZ00801002-1 交集



二、并集及并运算

设 $A = \{3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$, 把集合 A 和集合 B 两个集合的所有元素合并在一起 (相同元素只取一个) 可以组成一个集合 $C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 。对于这样的集合给出下述定义:

定义 2 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做集合 A 与集合 B 的并集, 记为 $A \cup B$, 读作“ A 并 B ”, 即



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

如图 TYBZ00801002-2 中阴影部分所示。

图 TYBZ00801002-2 并集

并集的性质: $A \cup A = A$; $A \cup \emptyset = A$ 。

例 3 设 $A = \{x \mid (x+2)(x-3) = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 9 = 0\}$, 求 $A \cup B$ 。

解 因为

$$A = \{x \mid (x+2)(x-3) = 0\} = \{-2, 3\}$$

$$B = \{x \mid x^2 - 9 = 0\} = \{-3, 3\}$$

所以

$$A \cup B = \{-2, 3\} \cup \{-3, 3\} = \{-3, -2, 3\}$$

例 4 设 $A = (0, 2]$, $B = (1, 3]$, 求 $A \cup B$ 。

解 $A \cup B = (0, 2] \cup (1, 3] = (0, 3]$

把求并集的运算叫做并运算。

三、差集及差运算

设集合 $A = \{\text{某运行班第一、二、三组的全体职工}\}$, $B = \{\text{某运行班第一、二组的全体职工}\}$, 把属于集合 A 而不属于集合 B 的所有元素组成一个集合 $C = \{\text{某运行班第三组的全体职工}\}$ 。对于这样的集合给出下述定义:

定义 3 由所有属于集合 A 而不属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做集合 A 与集合 B 的差集, 记为 $A - B$, 读作“ A 减 B ”, 即

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$$

例 5 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, 求 $A - B$ 。

解 $A - B = \{1, 2, 5, 6\}$

把求差集的运算叫做差运算。

四、全集与补集

定义 4 若一个集合含有所研究的各个集合的全部元素, 那么这个集合就称为全集, 记作 U ; 对于集合 A , 若集合 $A \subseteq U$, 那么由 U 中所有不属于集合 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 在 U 中的补集 (或余集), 记为 C_A , 读作“ A 补”,

即

$$\complement A = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$$

如图 TYBZ00801002-3 中阴影部分所示。

注意: $\complement A \cup A = U$; $\complement A \cap A = \emptyset$ 。

例 6 设 $U = \mathbf{R}$, 求 $\complement Q$ 。

解 有理数集在实数集中的补集是无理数集, 所以
 $\complement Q = \{a \mid a \text{ 为无理数}\}。$

例 7 已知 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid 3x + 2 < 0\}$, 求 $\complement A$ 。

解 因为

$$A = \{x \mid 3x + 2 < 0\} = \left\{x \mid x < -\frac{2}{3}\right\}$$

所以

$$\complement A = \left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\}$$

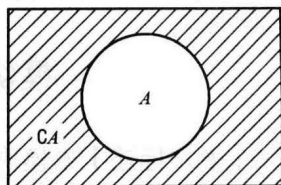


图 TYBZ00801002-3 补集

五、集合的简单应用举例

例 8 某小区共有 100 户居民订阅了商报和晚报两种报纸, 其中有 86 户订阅了商报, 34 户订阅了晚报, 问该小区有多少户居民订阅了两种报纸?

解 分析: 将订阅商报的居民户数与订阅晚报的居民户数相加得 120。由于小区共有 100 户居民订阅了报纸, 故用 120 减去 100 得 20, 即重复计算了 20 户, 这说明有 20 户居民订阅了两种报纸。

设 $A = \{\text{订阅商报的居民户}\}$, $B = \{\text{订阅晚报的居民户}\}$, 由题意知

$$n(A) = 86, \quad n(B) = 34, \quad n(A \cup B) = 100$$

注: $n(A)$ 表示集合 A 中元素的个数。

则

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 86 + 34 - 100 = 20$$

【思考与练习】

1. 已知两个集合 A 与 B , 求 $A \cap B$ 。

(1) $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{c, d, e, f\}$; (2) $A = \{\text{整数}\}$, $B = \{\text{无理数}\}$;

(3) $A = \{\text{直角三角形}\}$, $B = \{\text{等腰三角形}\}$ 。

2. 已知两个集合 A 与 B , 求 $A \cup B$ 。

(1) $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{c, d, e, f\}$; (2) $A = \{\text{负整数}\}$, $B = \{\text{负分数}\}$;

(3) $A = \{x \mid x > -2\}$, $B = \{x \mid x < 3\}$ 。

3. 设 $A = \left\{x \mid x - \frac{3}{5} < 0\right\}$, $B = \{x \mid 5x + 1 > 0\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$ 。



4. 设 $U = \{x | -3 < x < 10\}$, $A = \{x | -2 < x < 5\}$, 求 $\complement A$ 。

5. 设甲、乙两商场分别经销 200 和 150 种商品, 其中有 50 种商品相同, 求甲、乙两商场共有多少种商品?

模块 3 函数 (TYBZ00801003)

【模块描述】本模块介绍函数的基本知识。通过基本概念讲解、定理描述和图像描绘, 理解函数的概念, 掌握函数值及简单函数定义域的求法, 了解函数的性质和作图、函数的表示法。

【正文】

一、函数的概念

先看下面的问题:

某商店销售某种灯泡, 售价为每个 2.5 元, 购买灯泡个数与应付款之间具有什么关系呢?

设购买灯泡 x 个, 应付款为 y 元, 则计算购买灯泡应付款的算式为

$$y = 2.5x$$

当 x 取集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 中的任意一个值时, 按照法则 $y = 2.5x$, 应付款 y 有唯一的值与之对应。

两个变量之间的这种对应法则叫做函数关系。

定义 1 设 D 是一个非空实数集, 如果对于 D 中的任意实数 x , 按照确定的法则 f , 都有唯一确定的 y 值与之对应, 则称 y 为 x 的函数, 记作 $y = f(x)$ 。 x 称为自变量, 集合 D 叫做函数的定义域, 对应 y 的全体值所构成的集合 M 称为函数的值域。

在函数 $y = f(x)$ 中, 当 x 在定义域 D 中取某值 x_0 时, 对应的函数值记为 $y_0 = f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$ 。

例 1 设 $f(x) = \frac{2x-1}{3}$, 求 $f(0)$, $f(2)$, $f(-5)$, $f(a)$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$ 。

解

$$f(0) = \frac{2 \times 0 - 1}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$f(2) = \frac{2 \times 2 - 1}{3} = 1$$

$$f(-5) = \frac{2 \times (-5) - 1}{3} = -\frac{11}{3}$$

$$f(a) = \frac{2 \times a - 1}{3} = \frac{2a - 1}{3}$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3 \times \frac{1}{x} - 1}{3} = \frac{3-x}{3x}$$

例 2 求下列函数的定义域:

$$(1) f(x) = 2x^2; \quad (2) f(x) = \frac{1}{x+1};$$

$$(3) f(x) = \sqrt{1-2x}; \quad (4) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{2-x}.$$

解 (1) x 取任何实数, 函数 $f(x) = 2x^2$ 都有意义, 因此函数的定义域为全体实数 $\mathbf{R}$.

(2) 要使该函数有意义, 必须 $x+1 \neq 0$, 得 $x \neq -1$, 因此函数的定义域为 $\{x|x \neq -1\}$, 用区间表示为 $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$.

(3) 要使该函数有意义, 必须 $1-2x \geq 0$, 得 $x \leq \frac{1}{2}$, 因此函数的定义域为 $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$.

(4) 要使函数有意义, 必须 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 2-x \neq 0 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$, 因此函数的定义域为 $(1, 2) \cup (2, +\infty)$.

二、函数图像的描绘

通常用描点法描绘函数图像, 其步骤为:

- (1) 确定函数定义域.
- (2) 适当选取自变量 x 的若干值, 计算它们对应的函数值 $y = f(x)$, 列表.
- (3) 以 x 、 y 的每一组对应值为坐标在直角坐标系中描出相应的点 (x, y) .
- (4) 根据需要, 将描出的点连接成光滑的曲线.

例 3 已知函数 $y = f(x)$ 用列表法表示, 如表 TYBZ00801003-1 所示, 作出它的图像.

表 TYBZ00801003-1

用列表法表示 $y = f(x)$

x	-1	1	2	3
$f(x)$	0	2	3	4

解 作出 $A(-1, 0)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(2, 3)$ 、 $D(3, 4)$ 4 个点, 得到函数的图像, 如图 TYBZ00801003-1 所示.

例 4 作出函数 $y = \sqrt{x}$ 的图像.

解 函数的定义域为 $[0, +\infty)$, 在定义域内选取几个自然数, 分别求出对应的函数值 y (精确到 0.01), 如表 TYBZ00801003-2 所示.