

中小学教师智慧锦囊丛书

把复杂问题变简单

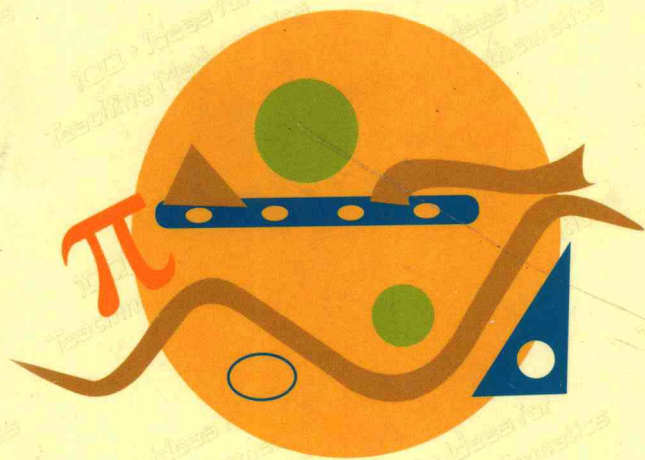
——数学教学100招

[英]

迈克·奥勒顿
(Mike Ollerton) 著

徐燕 代吉慧 译

摆渡者教师书架



教育科学出版社

Educational Science Publishing House

把复杂问题变简单

——数学教学100招

〔英〕

迈克·奥勒顿 著
(Mike Ollerton)

徐燕 代吉慧 译

中小学教师智慧锦囊丛书

摆渡者教师书架

教育科学出版社
· 北 京 ·

责任编辑 王峥媚

责任校对 张 珍

责任印制 曲凤玲

图书在版编目 (CIP) 数据

把复杂问题变简单: 数学教学 100 招/ (英) 奥勒顿著; 徐燕, 代吉慧译. —北京: 教育科学出版社, 2009. 11

(中小学教师智慧锦囊丛书)

书名原文: 100 + Ideas for Teaching Mathematics

ISBN 978 - 7 - 5041 - 4816 - 2

I. 把… II. ①奥…②徐…③代… III. ①数学课—教学法—中学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 195288 号

北京市版权局著作权合同登记 图字: 01 - 2008 - 5099 号

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号

邮 编 100101

传 真 010 - 64891796

市场部电话 010 - 64989009

编辑部电话 010 - 64989394

网 址 <http://www.esph.com.cn>

经 销 各地新华书店

印 刷 莱芜市圣龙印务有限责任公司

开 本 128 毫米 × 198 毫米 32 开

印 张 6.375

字 数 120 千

版 次 2009 年 11 月第 1 版

印 次 2009 年 11 月第 1 次印刷

印 数 1 - 6 000 册

定 价 17.00 元

如有印装质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

鸣 谢

感谢克里斯蒂娜·加巴 (Christina Garbutt)，她给了我鼓励和信念，使我把这些想法聚在一起。克里斯蒂娜·加巴在编辑评论方面一贯保持着积极态度，这确保我没有误入歧途，进入政治教育的误区，这可不是件小事。

我从评论者那里获得了一些极好的反馈，他们是：大卫·卡贝斯 (Dave Cubiss)，伊恩·格林 (Ian Green)，乔·杰弗里 (Jo Jeffrey)，马克·李彼得 (Mark Leadbeater)，汤姆·波尔 (Tom Pole) 和露西·斯莱特 (Lucy Slater)。所有这些都主动给我提供了一些想法和建议，改正了我过去认定的一些错误想法，这无需进一步解释。

我还要感谢那些提供给我意见的同事和学生，他们的一些想法在本书中会被提到……我还采纳和借鉴了其他许多人的想法，然而，遗憾的是随着时间的流逝，我不能够记起他们了。

前言说明

在写这本书的过程中，一本伊德里斯·沙赫书中的故事出现在我的脑海中，这个故事的一种意译是这样叙述的：内使丁·毛拉正在从他的村庄集市回家的路上，在他的篮子中有一块美味的猪肝，他非常想回家后好好烹饪一下。不幸的是，一只乌鸦飞扑下来，从他的篮子中叼走了那块猪肝，飞向了空中。内使丁并没有沮丧，用挑篮子的棍子向乌鸦一边挥舞着一边喊道：“你可以偷走我的猪肝，但你偷不走我的厨艺！”

在执行规定的课程和函授课计划的这些天里，这个故事一直萦绕在我脑海里，引起了关于实践教学担心。我一直担心那些只给教师提供建议和捷径而不参与教学讨论的“专家”，因为教学讨论对证实任何被我们带入课堂和后续专业发展的想法是否可行非常重要。每个教师怎样把在课堂上使用的想法渐渐变成自己的，这也是我所忧虑的。拥有一种教学方法并不是说首先提出这种想法，也不是说靠经验而不加批判的分析就盲目地采用别人的想法。教师有权采用摘自各种出处、会议、资料的想法，并且在课堂上加以应用，使

这些想法变成他们自己的。当教师自信地拥有这些想法时，他们就能够帮助学生变得更自立、主动，使学生成为对自己负责的学习者。下面我将逐步展开这个观点。

在我的课堂上只有一个专业教师，那就是我。对于所有其他教师来说也是这样。当然我们能形成自己的专长并和其他的实践者分享教育思想。然而当我想到一个新主意（是的，对我而言是新的）时，我不得不考虑怎样才能将它付诸实践。我需要参考我的智慧锦囊——包含了我使用过的策略和方法，进而考虑怎样最好地应用一个新想法。智慧锦囊中的想法、策略、资源和独特的教学方式组成了教育学的大部分，额外的但必需的组成教育学的部分就是去探究每个人选择使用一种想法的背后原因和促使我们走进教室成为教师的原因。

想法只在一次活动中被使用是不行的。课程由准备阶段、中间阶段和结尾组成，我对这种正统的观念很担忧，我认为和机车启动一样构建准备工作对形成学生更深刻的数学思维非常重要。一定要重视准备工作，因为它不仅仅是让全班学生掌握一些数学学习策略。好的准备工作既能鼓励学生开发智力，又能鼓励学生探究数学概念和数学结构，并且还可以拓展和丰富他们的数学思维。一个好的准备工作可能会引发三四个星期的课堂活动。因此，发现比只上一堂课更有生机的活动是非常重要的，此书提供的许多想法都有助于达到这种教学效果。

在谈到学生独立性、自主性和责任感的议题时，奥弗斯泰勒（Ofsted）给出了以下鼓励来帮助学生形成这样的生活技能。

更多的学校需要采用以下策略来使小学生变成更有效率的学习者，例如使他们：

- 变得更自主、更独立的学习者
- 形成调查探究技能和……
- 对他们自己的进步和成就更负责

——《二年级数学》，2004 年

当学生逐渐形成探究技能时，他们会变得更加自主负责，简言之，他们会更自信，更有效率，成为更聪明的学习者。我希望任何购买此书的人会去考虑这些想法可以怎样被采用，怎样在这些想法的基础上形成现有的工作计划，加深学生的数学经验和数学家方面的专业知识。

读者不会在书中发现任何“答案”。这是因为即使一些想法相对于其他想法提供了更多问题的结论，比如书中 IDEA 60，但是在每个想法可能得出结论的那个地方，我还是非常谨慎地把注意力勉强集中这个地方。虽然找到答案是重要的，但应尽力让学生明白：寻找答案的过程，认识到答案不应该成为终点而是引发“为什么”、“如果……什么会发生？”这类问题的一个舞台，这是多么有价值！我在课堂上经常说“我不会在提出问题的同时给出答案”，这本书也是这样。

此书只有几个想法是我提出的。大部分是摘自各种出版物，例如《起点》（塔尼）和《出发

点》数学教师协会（ATM），或者是我的同事和教育学研究生建议的，我有权利和他们一起工作。该书中每一个观点或者我在实践中应用过，或者我看到其他的教师成功地使用过，因此，它们都被试验和检验了。然而，它们并没有在所有教师的课堂上经过试验和检验，当然更不用说它们怎样被应用或者付诸于工作计划了。鉴于此，认识到每种想法的实施效果依赖于教师的“厨艺”，这一点非常重要，因为恰当的“厨艺”能使数学学习起来容易而有趣，就像一次快乐的烹饪。

迈克尔·奥勒顿

目 录

第一部分 一些数字谜团

- IDEA 1 100 个方格 (一) / 3
- IDEA 2 100 个方格 (二) / 5
- IDEA 3 纸牌戏法 (一) / 7
- IDEA 4 纸牌戏法 (二) / 9
- IDEA 5 五三游戏 / 11
- IDEA 6 连续求和 / 13
- IDEA 7 约数 (一) / 14
- IDEA 8 约数 (二) / 15
- IDEA 9 约数 (三) / 16
- IDEA 10 约数 (四) / 17
- IDEA 11 加倍, 加倍…… / 18
- IDEA 12 模运算中的加倍问题 / 19
- IDEA 13 探究个位数 / 21
- IDEA 14 得到 100 的 5 个骰子或 5 张
卡片 / 23
- IDEA 15 网状结构 / 24
- IDEA 16 顺读和倒读都一样的数 / 26
- IDEA 17 拆分和乘积 / 28

- IDEA 18 比例尺 / 29
- IDEA 19 数的故事 / 30
- IDEA 20 取 3 个骰子 / 32
- IDEA 21 取 3 个数 / 33
- IDEA 22 取一张纸条 / 34
- IDEA 23 多米诺乐趣 / 35
- IDEA 24 分数线在数的表示中的作用 / 36
- IDEA 25 与分数结下不解之缘的青蛙 / 38
- IDEA 26 另外两个分数问题 / 39
- IDEA 27 几个百分数问题 / 41
- IDEA 28 开平方 / 43
- IDEA 29 制作一张以 10 为底的对数表 / 44

第二部分 伴随学生的关于数字、代数和图像的谜团

- IDEA 30 斐波那契序列数 (一) / 49
- IDEA 31 斐波那契序列数 (二) / 51
- IDEA 32 平方数 / 53
- IDEA 33 一个环里的 5 个数 (一) / 54
- IDEA 34 一个环里的 5 个数 (二) / 55
- IDEA 35 连接点 / 56
- IDEA 36 发芽 / 58
- IDEA 37 4 个正方形的公共点问题 / 60
- IDEA 38 由里转向外 / 61
- IDEA 39 $X + Y = 10$ / 62
- IDEA 40 100 个方格 (三) / 63
- IDEA 41 取 2 个数 / 64
- IDEA 42 沿对角线切割 (一) / 66

- IDEA 43 纸牌戏法（三） / 67
- IDEA 44 通过一个矩形最长的途径 / 69
- IDEA 45 数字路线问题 / 70
- IDEA 46 $3 \star 2 = 8$ / 72
- IDEA 47 通过折叠纸学代数 / 74

第三部分 推动你的学生解开思维的谜团

- IDEA 48 含有 9 个大头针的正方形几何
钉板（一） / 77
- IDEA 49 含有 9 个大头针的正方形几何
钉板（二） / 79
- IDEA 50 沿对称轴展开 / 81
- IDEA 51 周长一定的三角形（一） / 82
- IDEA 52 周长一定的三角形（二） / 83
- IDEA 53 七巧板（一） / 85
- IDEA 54 七巧板（二） / 86
- IDEA 55 拿出一张正方形的纸 / 88
- IDEA 56 相似 / 90
- IDEA 57 另一个图形相似的想法 / 91
- IDEA 58 开罗棋盘形镶嵌术 / 92
- IDEA 59 一个引发困境的已被解决的
问题 / 93
- IDEA 60 图中图 / 94
- IDEA 61 传球游戏 / 95
- IDEA 62 轨迹 / 96
- IDEA 63 切割正方形 / 98
- IDEA 64 沿对角线切割（二） / 99
- IDEA 65 找到三角形的一些中心

(一) / 101

IDEA 66 找到三角形的一些中心

(二) / 102

IDEA 67 坐标系上的放大问题 / 103

IDEA 68 寻找旋转中心 / 104

IDEA 69 更多的坐标问题 / 105

IDEA 70 探究坐标和向量问题 / 106

IDEA 71 坐标转换问题 / 107

IDEA 72 拼接三角形 / 108

IDEA 73 圆形几何钉板 (一) / 110

IDEA 74 圆形几何钉板 (二) / 112

IDEA 75 圆形几何钉板 (三) / 113

IDEA 76 圆形几何钉板 (四) / 114

IDEA 77 圆形几何钉板 (五) / 115

第四部分 看看你的学生怎样解决这些谜团

IDEA 78 含有 9 个大头针的正方形几何钉板 (三) / 119

IDEA 79 含有 9 个大头针的正方形几何钉板 (四) / 120

IDEA 80 一张纸上两条折痕形成的角问题 / 121

IDEA 81 20 平方厘米的面积 / 122

IDEA 82 坐标方格纸上的三角形的面积问题 / 123

IDEA 83 用一张由内角为 45° , 45° , 90° 的三角形组成的坐标纸

- 学习 / 124
- IDEA 84 梯形面积 / 125
- IDEA 85 以三角形各边为边长的正方形的面积 / 126
- IDEA 86 圆 (一) / 128
- IDEA 87 圆 (二) / 129
- IDEA 88 表面积问题 / 131
- IDEA 89 使一个菜豆罐的表面积最优化 / 132
- IDEA 90 体积和表面积问题 / 133
- IDEA 91 棱柱的体积问题 / 134
- IDEA 92 正切函数 / 135

第五部分 几个啤酒杯垫，一些胶水， 再加大量的想象

- IDEA 93 $\sin x$ 的变换 / 139
- IDEA 94 使用 ATM 啤酒杯垫 (一) / 140
- IDEA 95 使用 ATM 啤酒杯垫 (二) / 142
- IDEA 96 使用 ATM 啤酒杯垫 (三) / 143
- IDEA 97 使用 ATM 啤酒杯垫 (四) / 144
- IDEA 98 取一张 A4 纸 / 146
- IDEA 99 三维空间的对称性 / 147
- IDEA 100 由 4 个可以拼接的立方体构造出的图形 / 148
- IDEA 101 一张立方形的网 / 149
- IDEA 102 分割立方体 (一) / 150
- IDEA 103 分割立方体 (二) / 151

第六部分 SFGs 或许不像 BFG 一样有趣， 但是仍可为课堂（教学活动） 提供些宏伟的想法

- IDEA 104 逆向拓展数列 / 155
- IDEA 105 探究线性数列 / 156
- IDEA 106 线性数列的求和问题 / 157
- IDEA 107 给因子对作图 / 158
- IDEA 108 二项式的展开和因式分解 / 160
- IDEA 109 画出二次函数图像（一） / 161
- IDEA 110 画出二次函数图像（二） / 163
- IDEA 111 画出二次函数图像（三） / 164
- IDEA 112 画出二次函数图像（四） / 166

第七部分 建立数据处理器的想法

- IDEA 113 天气版 / 169
- IDEA 114 与露天游乐场有关的概率
问题（一） / 170
- IDEA 115 与露天游乐场有关的概率
问题（二） / 172
- IDEA 116 测验表演 / 173
- IDEA 117 猜颜色 / 174
- IDEA 118 你的臂展能“够得着”你的
身高吗？ / 176
- IDEA 119 信封中的立方体问题 / 178
- IDEA 120 用 3 分半钟跑完 1 英里 / 180
- IDEA 121 测验，测验 / 181
- IDEA 122 测验，测验，测验 / 182

A NUMBER OF NUMBER PUZZLES

1

第一部分

一些数字谜团

100 个方格给学生提供了丰富的探究数字体系和数字特性的环境。然而，了解灵活地发现数字在不同背景和格式下出现的意义对学生来说是很重要的，一种有用的格式就是像下图一样，以左下角的 1 开始，以右上角的 100 结束。这是因为图中的排列向右上方移动是数值增加的变换，向左下方是数值减少的变换，在这种意义下，它和图表更一致。

91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

第一个想法就是在屏幕上用大约 10 秒钟显示 100 个方格，再关闭图像，然后让学生算出数字 1 总共出现了多少次。这样做的意图就是让学生在心里构建一幅有 100 个方格的图画，并能不用再画出表格就可以完成以上要求。

对于以下问题学生可以通过复制这 100 个方格从中获益。

- 所有十位数是 1 的数的总和是多少？