

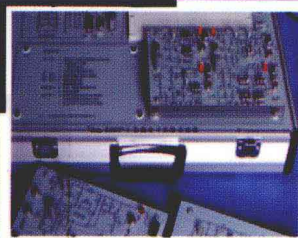
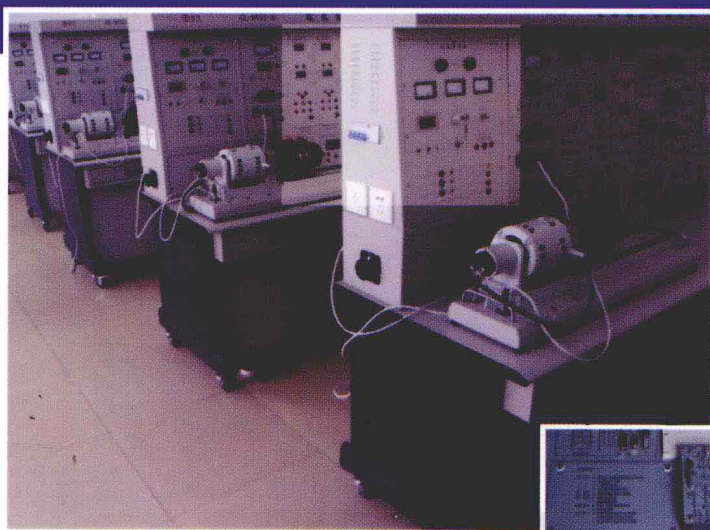


高等学校应用型特色规划教材

SHUZI XINHAO CHULI

数字信号处理

沈卫康 宋宇飞 主 编
宋红梅 副主编



免费赠送电子课件

- 难度适中，兼顾理论和实际应用。
- 结合长期的科研和教学经验，在内容和方法上有所突破。
- 章节内容按阶梯式安排，满足考研或就业等不同阶段学生的需求。



清华大学出版社

高等学校应用型特色规划教材

数字信号处理

沈卫康 宋宇飞 主 编

宋红梅 副主编

清华大学出版社

北 京

内 容 简 介

本书立足于工程应用型本科的教学实践,系统地讲授了数字信号处理的基本概念、基本原理、重要算法和实现应用。在讲授的过程中,先对离散时间信号和系统进行了时域和频域的分析,强调了 DTFT、ZT、DFT 等基本变换和性质,然后分析了 FFT 算法及其应用,另外还重点讲授了 IIR DF 和 FIR DF 两种数字滤波器的设计原理、设计方法,并分析了数字系统的结构与误差问题,最后对其他特殊滤波器、多采样技术做了介绍。作为独立章节,本书介绍了 MATLAB 及其在数字信号处理中的应用,并给出了丰富的典型程序。另外,每章均针对各知识点安排了丰富的例题和习题供读者参考。

本书可以作为电子信息类本科专业教材和其他相近专业的教学参考,也可以作为相关领域工程技术人员的参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。
版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/沈卫康,宋宇飞主编;宋红梅副主编.--北京:清华大学出版社,2011.6
(高等学校应用型特色规划教材)
ISBN 978-7-302-25068-5

I. ①数… II. ①沈… ②宋… ③宋… III. ①数字信号处理—高等学校—教材 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 038320 号

责任编辑:李春明 郑期彤

装帧设计:杨玉兰

责任校对:李玉萍

责任印制:王秀菊

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:18.25 字 数:440 千字

版 次:2011 年 6 月第 1 版 印 次:2011 年 6 月第 1 次印刷

印 数:1~4000

定 价:33.00 元

前 言

20 世纪 70 年代以来,信息科学与技术的飞速发展深刻地影响和改变着人们的生活方式,随处可见的 3G 手机、数字电视、智能计算机、卫星遥感等领域中都有它们的应用,而数字信号处理则是其中的关键环节之一。由于数字信号处理在信息社会中获得了广泛应用并产生了巨大影响,“数字信号处理”也就成为高等院校电子信息类专业本科阶段的一门重要专业基础必修课,同时它也是其他相关学科的重要选修课程。

数字信号处理是将信号以数字方式表示并处理的理论和技术,是模拟信号处理的发展和变革。数字信号处理的目的是对真实世界的连续模拟信号进行测量或滤波,因此在进行数字信号处理之前需要将信号从模拟域转换到数字域,一般通过模数转换器实现;而数字信号处理的输出也经常要变换到模拟域,这是通过数模转换器实现的。数字信号处理的算法需要利用计算机或专用处理设备,如数字信号处理器(DSP)和专用集成电路(ASIC)等。数字信号处理技术及设备具有灵活、精确、抗干扰强、设备尺寸小、造价低、速度快等突出优点,这些都是模拟信号处理技术与设备所无法比拟的。在数字信号处理领域,工程师们常常在一些特定域中研究数字信号,如时域(一维信号)、空间域(多维信号)、频域、复频域等。

正因为数字信号处理的专业性和重要性,也就使得数字信号处理教材的编写显得非常重要。数字信号处理课程的基本体系是由 A.V.奥本海姆 1975 年在《数字信号处理》中建立的,这是本课程的第一本综合图书,此书多次再版,后定名为《离散时间信号处理》,是本学科的经典教材,在海内外广有影响。近年, Sanjit K.Mitra 的《数字信号处理——基于计算机的方法》一书吸收了数字信号处理学科的最新发展,也是颇具代表性的教材。其他国外流行的数字信号处理教材也多有引进,对国内学科的发展起到了很好的促进作用。

近三十年来,为适合我国情况自编的数字信号处理教材也有许多,虽然它们的知识体系没有超出国外的经典教材,但其教材内容和结构更加规范,更适合我国的本科教学情况。清华大学程佩青的《数字信号处理教程》和胡广书的《数字信号处理——理论、算法与实现》的知识体系最为完备,也有相当理论深度,是国内第一批教材,为我国数字信号处理学科的发展奠定了基础;西安电子科技大学高西全、丁玉美的《数字信号处理》和东南大学吴镇扬的《数字信号处理》都多次再版修订,教辅配套,流行很广。很明显,这些教材多是针对重点大学重点学科的要求编写的,对于一般院校和面向工程的应用型本科,作为参考书较好,但作为教材有时显得不太合适,所以,针对应用型本科的实际教学要求编写一本难度适中、兼顾理论深度和应用需要的教材就很必要了。

本书根据教育部电子信息类教材编审委员会制定的教学大纲编写而成,作者都是在教学一线有丰富经验的教师。文稿源于上课的教案以及教学体会,并融入作者多年来在信号处理领域的研究成果,同时参考了国内外较新的同类教材和参考文献。在此对经典数字信

号处理教材和相关参考文献的作者表示衷心感谢。

本书的结构和内容安排如下：绪论主要介绍了数字信号处理的基本概念和特点，以及数字信号处理系统的基本组成和应用领域；第1章和第2章分别从时域和频域介绍和分析离散时间信号与系统的基本知识，是本书的理论基础之一；第3章讲述了离散傅里叶变换(DFT)，比较了各类离散变换的关系，介绍了频域采样的基本知识以及DFT的应用问题；第4章介绍了快速傅里叶变换(FFT)，包括按时间抽选(DIT)的基2 FFT算法和按频率抽选(DIF)的基2 FFT算法；第5章讲述了无限长单位脉冲响应数字滤波器(IIR DF)的设计方法，包括脉冲响应不变法和双线性变换法，以及各类在模拟域和数字域的原型变换；第6章讲述了有限长单位脉冲响应数字滤波器(FIR DF)的设计方法，主要包括窗函数法和频率采样法；第7章介绍了数字信号处理的实现，包括滤波器的结构问题以及数字信号处理中的误差问题；第8章介绍了几种特殊滤波器，分析了它们的性能特点；第9章结合前面的理论内容，介绍了MATLAB在数字信号处理中的应用，特别是数字信号与系统的分析以及数字滤波器的设计。本书参考教学时数为48~64学时，任课教师可根据具体情况安排选择使用。

本书编写人员及所负责内容为：绪论、第7章和第8章由沈卫康编写，第1章、第2章和第4章由宋红梅编写，第3章、第5章和第6章由宋宇飞编写，第9章由潘子宇和宋宇飞共同编写，魏岷提供了部分习题和图片。全书由沈卫康、宋宇飞任主编，负责统稿；宋红梅任副主编。本书的编写和出版得到了清华大学出版社和南京工程学院通信工程学院等单位的大力支持和帮助，在此表示诚挚的谢意。

由于作者的学识有限，书中难免有疏漏和不妥之处，欢迎读者批评指正，以便本教材可以进一步修订完善。

编者

目 录

绪论	1	2.2.1 周期序列的离散傅里叶级数 ...	35
第 1 章 时域离散信号与系统	4	2.2.2 周期序列的傅里叶变换 表示式	37
1.1 引言	4	2.3 离散信号的傅里叶变换与模拟 信号的傅里叶变换	40
1.2 时域离散信号——序列	5	2.4 序列的 z 变换	41
1.2.1 序列的表示方法	5	2.4.1 z 变换的定义及收敛域	42
1.2.2 常用的典型序列	6	2.4.2 逆 z 变换	46
1.2.3 序列的运算	10	2.4.3 z 变换的性质和定理	54
1.3 时域离散系统	11	2.5 利用 z 变换分析信号和系统的 频域特性	58
1.3.1 线性系统	11	2.5.1 传输函数和系统函数	58
1.3.2 时不变系统	12	2.5.2 用系统函数的极点分布 分析系统的因果性和稳定性 ...	59
1.3.3 线性时不变系统及其 输入与输出之间的关系	13	2.5.3 利用系统的零、极点分布 分析系统的频率特性	60
1.3.4 系统的因果性和稳定性	16	本章小结	66
1.4 时域离散系统的输入与输出 描述——线性常系数差分方程	17	习题	66
1.4.1 线性常系数差分方程	18	第 3 章 离散傅里叶变换	70
1.4.2 线性常系数差分方程的求解 ...	18	3.1 离散傅里叶变换的基本问题	70
1.5 模拟信号的数字处理方法	20	3.1.1 DFT 和 IDFT 的定义	70
1.5.1 采样定理及 A/D 转换器	20	3.1.2 DFT 与其他变换的关系	71
1.5.2 从离散信号恢复出连续 时间信号	22	3.1.3 DFT 和 IDFT 的矩阵表示	73
本章小结	24	3.2 离散傅里叶变换的性质	74
习题	24	3.2.1 DFT 的基本性质	74
第 2 章 时域离散信号与系统的 频域分析	27	3.2.2 复共轭序列与共轭对称性	77
2.1 序列的傅里叶变换的定义和性质	27	3.3 频域采样与插值恢复	79
2.1.1 序列的傅里叶变换的定义	27	3.3.1 频域采样及其影响	79
2.1.2 序列的傅里叶变换的性质	29	3.3.2 频域插值与信号恢复	80
2.2 周期序列的离散傅里叶级数及 傅里叶变换	35	3.4 DFT 基本应用及影响	81
		3.4.1 DFT 基本应用	81



3.4.2 DFT 应用的影响	85	5.4.1 双线性变换法设计思路	124
本章小结	87	5.4.2 双线性变换法设计分析	125
习题	87	5.5 其他类型数字滤波器设计	126
第 4 章 快速傅里叶变换	91	5.5.1 基于模拟滤波器变换 设计数字滤波器	127
4.1 直接计算 DFT 的问题及改进的 途径	91	5.5.2 基于数字滤波器变换设计 数字滤波器	132
4.2 基 2FFT 算法	93	本章小结	136
4.2.1 时域抽取法(DIT-FFT) 基 2FFT 基本原理	93	习题	137
4.2.2 DIT-FFT 算法与直接 计算 DFT 运算量的比较	96	第 6 章 有限长单位脉冲响应数字 滤波器(FIR DF)设计	139
4.2.3 DIT-FFT 的运算规律及 编程思想	97	6.1 线性相位 FIR DF	139
4.2.4 频域抽取法(DIF-FFT) 基 2 FFT 基本原理	100	6.1.1 FIR DF 线性相位特性	140
4.2.5 IDFT 的高效算法	104	6.1.2 线性相位 FIR DF 幅度特性 $H(\omega)$	141
4.3 进一步减少运算量的措施	105	6.1.3 线性相位 FIR DF 零点特性 ...	144
4.3.1 多类蝶形单元运算	105	6.2 窗函数法设计 FIR DF	144
4.3.2 旋转因子的生成	107	6.2.1 窗函数法设计思路	145
4.3.3 实序列的 FFT 算法	107	6.2.2 窗函数法设计分析	145
本章小结	108	6.2.3 典型窗函数性能分析	147
习题	108	6.2.4 窗函数设计法应用举例	153
第 5 章 无限长单位脉冲响应数字 滤波器(IIR DF)设计	109	6.3 频率采样法设计 FIR DF	155
5.1 数字滤波器简介	109	6.3.1 频率采样法设计思路	155
5.1.1 数字滤波器的基本概念	109	6.3.2 频率采样法设计分析	156
5.1.2 数字滤波器设计简介	110	6.3.3 频率采样法应用举例	158
5.2 典型模拟滤波器设计	112	6.4 FIR DF 最优化设计法	159
5.2.1 模拟滤波器指标与 振幅平方函数	112	6.4.1 最优化设计法基本准则	159
5.2.2 典型模拟滤波器设计方法	115	6.4.2 典型最优化设计法简介	160
5.3 脉冲响应不变法设计 IIR DF	120	6.5 IIR DF 与 FIR DF 综合比较	164
5.3.1 脉冲响应不变法设计思路	120	本章小结	164
5.3.2 脉冲响应不变法设计分析	121	习题	165
5.4 双线性变换法设计 IIR DF	124	第 7 章 数字系统的网络结构	168
		7.1 引言	168
		7.2 信号流图与数字信号处理的 结构图	169
		7.2.1 信号流图的概念	169

7.2.2 信号流图的表示方法.....	170	8.2 全通系统.....	230
7.2.3 信号流图、系统函数、 梅森公式	170	8.3 信号的抽取与插值——多采样率 转换原理.....	236
7.2.4 信号流图的转置及转置定理、 结构图	173	8.3.1 信号的抽取与插值.....	236
7.3 FIR 系统的结构	174	8.3.2 采样率转换滤波器的 高效率实现.....	243
7.3.1 FIR 系统的横截型结构.....	174	8.3.3 多采样率转换中的多相 滤波器结构.....	246
7.3.2 FIR 系统的级联型结构.....	175	本章小结	248
7.3.3 FIR 系统的线性相移型 结构	176	习题	248
7.4 IIR 系统的结构	178	第 9 章 数字信号处理的 MATLAB 实现.....	250
7.4.1 IIR 系统的直接型结构	178	9.1 MATLAB 简介	250
7.4.2 IIR 系统的级联型结构	181	9.1.1 MATLAB 的集成开发环境 ...	250
7.4.3 IIR 系统的并联型结构	183	9.1.2 常用的 MATLAB 函数	251
7.4.4 FIR 系统的频率 采样型结构	184	9.2 离散时间信号和系统的 MATLAB 实现.....	254
7.5 数字信号处理中的有限字长效应.....	187	9.2.1 典型序列的 MATLAB 实现... 254	
7.5.1 二进制数的表示及 量化误差分析.....	188	9.2.2 序列运算的 MATLAB 实现... 257	
7.5.2 误差效应分析.....	191	9.2.3 线性时不变系统的 MATLAB 实现.....	260
7.5.3 极限环振荡	203	9.3 离散时间信号与系统的频域分析的 MATLAB 实现.....	262
7.6 数字信号处理的软件实现.....	205	9.3.1 与频域分析相关的 MATLAB 函数.....	262
7.6.1 结构图与软件实现 过程的关系	206	9.3.2 离散时间信号和系统的频域 分析的 MATLAB 实现	263
7.6.2 数字信号处理常用 软件介绍	208	9.4 DFT 和 FFT 的 MATLAB 实现.....	265
7.7 数字系统的硬件实现.....	211	9.4.1 与 DFT 和 FFT 相关的 MATLAB 函数.....	265
7.8 格型网络结构	217	9.4.2 DFT 和 FFT 的 MATLAB 实现.....	265
7.8.1 全零点系统的格型结构.....	218	9.5 IIR 滤波器的 MATLAB 实现.....	267
7.8.2 全极点系统的格型结构.....	221	9.5.1 与 IIR 滤波器有关的 MATLAB 函数.....	267
7.8.3 零极点系统的格型结构.....	223		
本章小结	225		
习题	225		
第 8 章 其他类型的数字系统.....	228		
8.1 最小相位系统	228		



9.5.2 IIR 滤波器设计的 MATLAB 实现.....	269	9.6.2 FIR 滤波器设计的 MATLAB 实现.....	275
9.6 FIR 滤波器的 MATLAB 实现.....	272	本章小结	276
9.6.1 与 FIR 滤波器相关的 MATLAB 函数.....	272	习题	277
		参考文献	279

绪 论

数字信号处理(Digital Signal Processing, DSP)是信息科学与技术学科的重要分支,自从 20 世纪六、七十年代以来获得了飞速发展,在许多领域都有广泛应用,其重要性越来越体现出来。

数字信号处理的目的是对真实世界的连续模拟信号进行分析和处理,所以在进行数字信号处理之前需要将信号从模拟域转换到数字域,这可通过模数转换器实现;而数字信号处理的输出也总是要变换到模拟域,这是通过数模转换器实现的。

数字信号处理的算法需要利用计算机或专用处理设备,如数字信号处理器(DSP)和专用集成电路(ASIC)等。数字信号处理技术及设备具有灵活、精确、抗干扰强、设备尺寸小、造价低、速度快等突出优点,这些都是模拟信号处理技术与设备所无法比拟的。

数字信号处理的核心算法是离散傅里叶变换(DFT),是 DFT 使信号在数字域和频域都实现了离散化,从而可以用通用计算机处理离散信号。而使数字信号处理从理论走向实用的是快速傅里叶变换(FFT),FFT 的出现大大减少了 DFT 的运算量,使实时的数字信号处理成为可能,极大地促进了该学科的发展。

1. 信号的分类

在日常生活中有多种信号,如光信号、电信号、声音信号、雷达信号等。在科学分析和工程应用中,根据信号的特点,一般分为模拟信号、离散时间信号和数字信号。

模拟信号,在自然界广泛存在,是指时间和幅值上都连续的信号;离散时间信号,顾名思义是指时间上离散,但幅值上可以离散也可以连续的信号;数字信号是离散时间信号的特殊情况,是指时间上离散、幅值上也离散的信号。由此可以看出,从模拟信号到离散时间信号和数字信号,是信号进一步的规范化,使信号更方便分析和处理。数字信号处理就是研究模拟信号数字化,并对数字信号进行分析和处理的学科。

2. 数字信号处理系统

信号处理的功能一般是信号的滤波和检测、参数的提取和估计、频谱分析与搬移等,它使得信号更便于分析和识别。信号处理系统可分为模拟信号处理和数字信号处理两类。模拟信号处理,主要是针对模拟连续时间信号和系统的分析和处理;数字信号处理,在一定程度上可以理解为是模拟信号处理的数字化,是针对数字信号和数字系统,用数值计算的方法,完成对数字信号的分析和处理,包括检测、滤波、参数估计等。数字信号处理系统的原理框图如图 0.1 所示。

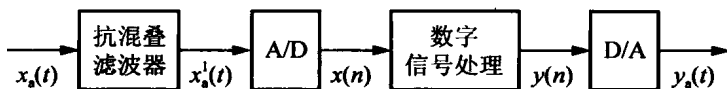


图 0.1 数字信号处理系统原理框图

(1) 抗混叠滤波器: 模拟信号在采样之前, 一般要经过抗混叠滤波器, 因为 A/D 采样是有上限的, 如果采样前不滤除高频干扰, 采样后就会出现混叠失真, 影响系统的稳定。

(2) A/D 采样部分: 在时域实现了连续信号的离散化, 采样后信号的频谱是原连续信号频谱以采样频率为周期的周期延拓, 通过抗混叠滤波器去除高频干扰后, 采样结果不会出现失真。另外, 此过程也实现了信号的数字化, 采样结果一般采用二进制码。

(3) 数字信号处理: 对 A/D 采样后的数字信号, 按照要求进行处理, 可以包括滤波、运算、参数估计等。

(4) D/A 转换部分: 将数字信号处理的结果转换成模拟电压(或电流), 这些电压或电流 $y_a(t)$ 在离散的时间点上的幅度应该等于序列 $y(n)$ 中相应数码所代表的大小, 最后通过一定的滤波器, 滤去这些台阶形模拟信号中不必要的高频分量, 就得到平滑模拟信号输出。A/D 采样和平滑滤波常常是在一个芯片集成的。

图 0.1 只是数字信号处理系统的一般框图, 如果输入信号为数字信号, 则抗混叠滤波器和 A/D 采样就不需要了; 如果数字信号处理的输出直接与下一个数字系统相连, 则 D/A 转换部分就不需要了。

3. 数字信号处理的实现

数字信号处理的研究对象是数字信号或序列, 其输入、输出都是数字的。数字信号处理方式, 不同于模拟信号处理使用电容、电感等, 而是将处理变成数字序列的加工和运算。所以数字信号处理的基本功能部件为加法器、乘法器、逻辑控制器、存储单元、存储器、寄存器等。

数字信号处理的具体实现方式如下。

(1) 软件实现。在通用计算机上编写程序实现各种复杂的处理算法, 实时性不高, 适合于理论计算和仿真, 特别是使用 MATLAB 软件进行仿真十分方便。

(2) 硬件实现。采用加法器、乘法器和延时器构成的专用数字信号处理网络, 或集成电路实现某种专用的信号处理功能, 实时性高, 专业性强。

(3) 软硬件结合实现。依靠通用单片机或数字信号处理 DSP 的硬件资源, 配置相应的信号处理算法软件, 实现工程实际中的各种信号处理功能, 实时性高, 开发方便, 应用广泛。

4. 数字信号处理的特点

数字信号处理系统的处理方式决定了它具有许多模拟系统所没有的优点。

(1) 高精度。数字信号处理的精度由数字系统字长决定, 字长越长, 精度越高。而模拟系统, 如模拟滤波器, 是利用电阻、电容、电感等元器件实现的, 元器件参数离散性强, 精度难以很大提高, 一般只有 10^{-3} 量级。数字系统如果采用 16 位字长, 计算精度可达 10^{-5} 量级; 采用 32 位字长, 精度可达 10^{-10} 量级, 因此在高精度测量系统中一定要采用数字系统。

(2) 高稳定性。数字系统稳定可靠, 数值运算无阻容元件温度效应, 无阻抗匹配问题。而模拟系统中, 元器件值会随环境条件变化, 如电阻、电感、电容随温度变化, 造成系统性能不稳定。数字系统只有 0、1 两种电平, 一般很难随外界变化如温度、电磁感应等发生

极端突变，工作稳定。

(3) 高度灵活性。数字信号处理系统灵活性好，可编程、可调节、方便实现功能复用。而模拟系统的特性取决于其中的各个元件，要改变系统特性，必须改变其中的元件，对系统的调节不方便。数字系统只要改变系统存储器中的数据，就可以改变系统参数，从而改变系统功能特性。

(4) 系统集成性。数字系统方便实现大规模集成化、小型化。特别是数字部件有高度的规范性，便于大规模集成和大批量生产，而且体积小、重量轻。而模拟信号处理时，元器件参数和大小难以方便调整，数字系统在这一方面有明显的优越性。

(5) 功能强大。数字信号处理可获得很高的性能指标。高阶滤波器可以实现严格的相位控制和幅度调节，这在模拟系统中是很难达到的。特别是多维信号、实时信号(如视频信号、多媒体信号)的处理，数字系统具备庞大的存储单元和运算处理能力，存储深度深，运算速度快，方便实现二维或多维处理，便于编码加密，特别是嵌入式处理的多功能化，这些都是模拟系统无法实现的。

但是，数字信号处理也有局限性。当处理速度、频率要求不够高时，有些复杂情况下不满足实时性要求，也不能处理很高频率的信号；算法复杂、运算量大，硬件设计和结构复杂，价格昂贵。

5. 数字信号处理的应用

数字信号处理应用广泛，主要应用领域有：现代通信、声呐雷达、地质探测、卫星遥感、图像和视频处理、语音分析和识别、模式识别、医学检测、自动控制、消费电子等。

数字信号处理研究发展很快，近年来对非平稳信号、非线性信号和时变系统等研究都有很大进展。在信号处理的算法上，小波变换、盲信号处理、自适应滤波、高阶矩分析、分形理论、混沌理论等均是研究热点。

第 1 章 时域离散信号与系统

教学目标

通过本章的学习，要理解时域离散信号的有关概念、模拟频率 Ω (或 f) 和数字频率 ω 之间的关系，以及采样定理的内容；掌握时域离散系统的表示、线性时不变系统的性质及时域描述方法，以及时域中系统因果性和稳定性的判定方法；了解模拟信号的数字处理方法。

在信号处理中，常见的有三种类型的信号：模拟信号、时域离散信号和数字信号。模拟信号是信号幅度和自变量时间均取连续值的信号。时域离散信号是信号幅度取连续值，而自变量时间取离散值的信号，也可以看成是自变量取离散值的模拟信号。数字信号则是信号幅度和自变量均取离散值的信号，也可以说是信号幅度离散化的时域离散信号，或者简单地说是一些二进制编码信号。如果系统的输入、输出是模拟信号，该系统被称为模拟系统；如果系统的输入、输出是数字信号，该系统被称为数字系统；相应的，如果系统的输入、输出是时域离散信号，该系统被称为时域离散系统。当然还有模拟系统和数字系统共同构成的混合系统。本章主要讲述时域离散信号和时域离散系统。

1.1 引言

假设模拟信号是一个正弦波，表示为 $x_a(t) = 0.9 \sin(50\pi t)$ ，波形如图 1.1(a)所示，它的周期是 0.04s。现每隔 0.005s 取一点，即采样周期 $T=0.005s$ ，则采样得到的信号值是 $\{\dots, 0, 0.6364, 0.9, 0.6364, 0, -0.6364, -0.9, -0.6364, 0, \dots\}$ 。将这些离散值形成的信号用 $x(n)$ 表示，有 $x(n) = \{\dots, 0, 0.6364, 0.9, 0.6364, 0, -0.6364, -0.9, -0.6364, 0, \dots\}$ 。自变量 n 表示第 n 个点， $n = \{\dots, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ 。信号 $x(n)$ 称为时域离散信号，其波形如图 1.1(b)所示。如果用 4 位二进制数表示 $x(n)$ 的幅度，二进制数第一位表示符号位，该二进制编码形成的信号用 $x[n]$ 表示。那么有 $x[n] = \{\dots, 0, 0.101, 0.111, 0.101, 0, 1.101, 1.111, 1.101, 0, \dots\}$ ，这里 $x[n]$ 称为数字信号。由以上可明显看出三种信号的不同。下面再进一步分析时域离散信号和数字信号之间的不同。

如果将上面的 $x[n]$ 再换算成十进制，则 $x[n] = \{\dots, 0, 0.625, 0.875, 0.625, 0, -0.625, -0.875, -0.625, 0, \dots\}$ 。比较 $x(n)$ 和 $x[n]$ ，有两点不同：一是数字信号是用有限位二进制编码表示，时域离散信号则不是；二是都用十进制表示时，数值有差别，这种差别和表示二进制编码的位数有关系。如果用 8 位二进制编码表示 $x(n)$ ，则有 $x[n] = \{\dots, 0, 0.1010001, 0.1110011, 0.1010001, 0, 1.1010001, 1.1110011, 1.1010001, 0, \dots\}$ ，再换算成十进制有 $x[n] = \{\dots, 0, 0.6328, 0.8884, 0.6328, 0, -0.6328, -0.8884, -0.6328, 0, \dots\}$ 。很清楚，用 8 位二进制编码的数字信号比用 4 位二进制编码的数字信号更接近于时域离散信号。显然，随着

二进制编码位数增加, 两者的差别愈来愈小。如果采用 32 位二进制编码, 则数字信号和时域离散信号的幅度值会在数值上相差无几, 误差可以忽略, 认为是相等的, 只是信号形式不同。由于现在计算机的精度很高, 位数可以高达 32 位、64 位, 因此分析研究数字信号处理的基本原理时, 都是针对时域离散信号进行的。

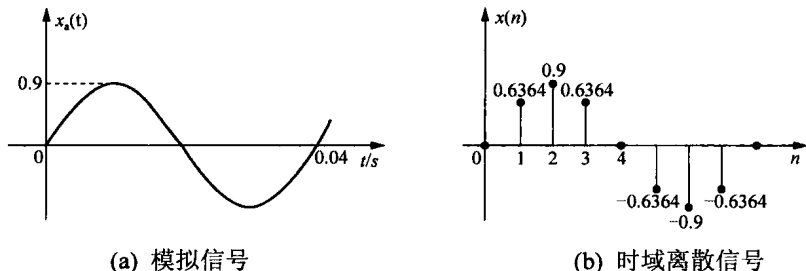


图 1.1 模拟信号和时域离散信号

1.2 时域离散信号——序列

由 1.1 节知道, 时域离散信号的特点是自变量取离散值, 信号幅度可取连续值。在理论研究中, 无论是通过观测得到的一组离散数据, 还是对模拟信号采样得到的一串有序离散数据, 都可以称为时域离散信号。用 $x(n)$ 表示, 这里 n 具体代表第 n 个数据, 规定自变量 n 只能取整数, 非整数无定义, 此时 $x(n)$ 称为时域离散信号, 又因时域离散信号是一串有序的数据序列, 因此也可以称为序列。要说明的是, 实际中, 大多数时域离散信号是由模拟信号产生的。

1.2.1 序列的表示方法

一个具体的序列可以有三种表示方法。

1. 用集合符号表示序列

对于数的集合, 可用集合符号 $\{\bullet\}$ 表示, 时域离散信号是一个有序的数的集合, 因此也可以用集合符号表示。例如当 $n = \{\dots, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ 时, $x(n) = \{\dots, \underline{0.12}, 0.15, 0.18, 0.15, 0.12, \dots\}$ 就是用集合符号表示的时域离散信号。

集合中有下划线的元素表示 $n=0$ 时刻的采样值。

2. 用公式表示序列

对于那些有规律的离散序列, 也可用公式表示。

例如
$$x(n) = a^{|n|} \quad 0 < a < 1 \quad -\infty < n < \infty \quad (1-1)$$

3. 用图形表示序列

这是一种很直观的表达方法, 如图 1.1(b)所示的信号就是用图形表示的时域离散信号。



为了醒目，常常在每条竖线的顶端加一个小黑点。

这三种表示方法根据具体情况可以灵活运用，对于一般序列，包括由实际信号采样得到的序列，或者是一些没有明显规律的数据序列，可以用集合符号或波形图表示。

下面介绍 MATLAB 语言中序列的表示。

MATLAB 用两个参数向量 x 和 n 表示有限长序列 $x(n)$ ， x 是 $x(n)$ 的样值向量， n 是位置向量(相当于图形表示法中的横坐标 n)， n 与 x 长度相等，向量 n 的第 m 个元素 $n(m)$ 表示样值 $x(m)$ 的位置。位置向量 n 一般都是单位增向量，产生语句为 $n=ns:nf$ ；其中 ns 表示序列 $x(n)$ 的起始点， nf 表示序列 $x(n)$ 的终止点。这样将有限长序列 $x(n)$ 记为： $\{x(n); n=ns:nf\}$ 。

例如：

```
n=-5:5;  
x=[-0.0000,-0.5878,-0.9511,-0.9511,-0.5878,0.0000,-0.5878,-0.9511,-0.9511,  
1,-0.5878,0.0000];
```

这里 $x(n)$ 的 11 个样值是正弦序列的采样值，即

$$x(n) = \sin(\pi n/5), n = -5, -4, \dots, 0, \dots, 4, 5$$

所以也可以用计算的方法产生序列的样值向量，即

```
n=-5:5; x=sin(pi*n/5);
```

这样用 MATLAB 表示 $x(n)$ 的程序如下：

```
n=-5:5;  
x=sin(pi*n/5);  
subplot(3,2,1);stem(n,x,'.');  
axis([-5,6,-1.2,1.2]);xlabel('n'); ylabel('x(n)')
```

运行程序，输出波形如图 1.2 所示。

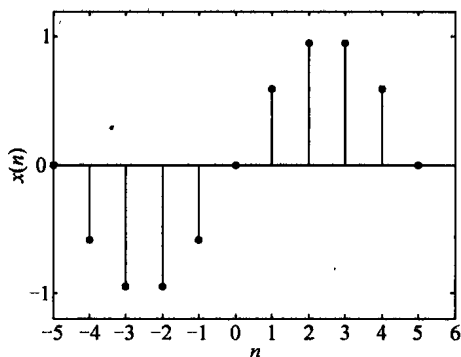


图 1.2 正弦序列

1.2.2 常用的典型序列

1. 单位采样序列 $\delta(n)$

单位采样序列 $\delta(n)$ 的表达式为

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

单位采样序列也可以称为单位脉冲序列，特点是仅在 $n=0$ 处取值为 1，其他均为 0。单位采样序列如图 1.3(a) 所示。

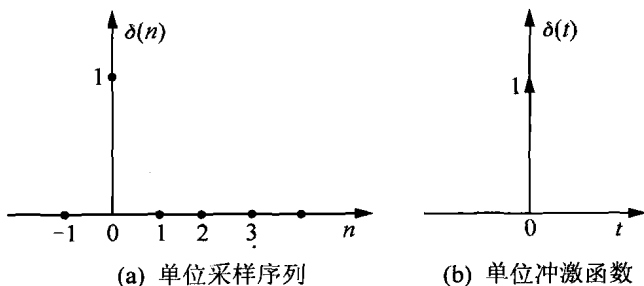


图 1.3 单位采样序列和单位冲激函数

$\delta(n)$ 类似于连续时间信号与系统中的单位冲激函数 $\delta(t)$ (见图 1.3(b))。但是 $\delta(t)$ 是在 $t=0$ 点脉宽趋于 0，幅值趋于无限大，面积为 1 的信号，是极限概念的信号。

2. 单位阶跃序列 $u(n)$

单位阶跃序列 $u(n)$ 的表达式为

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

单位阶跃序列如图 1.4 所示。其特点是只有在 $n \geq 0$ 时，才取非零值 1，当 $n < 0$ 时均取零值。

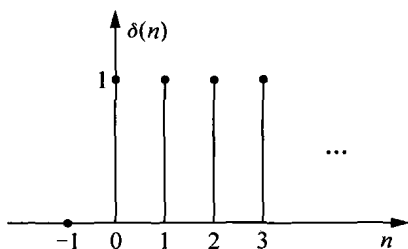


图 1.4 单位阶跃序列

$u(n)$ 与单位采样序列 $\delta(n)$ 之间的关系如下列公式所示：

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

$$u(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k)$$

3. 矩形序列 $R_N(n)$

矩形 $R_N(n)$ 的表达式为

$$R_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1-4)$$

式中的下标 N 称为矩形序列的长度。例如当 $N=4$ 时, 矩形序列 $R_4(n)$ 的波形如图 1.5 所示。矩形序列的特点是只有在 $0 \leq n \leq N-1$ 时, 才取非零值 1, 其他均取零值。

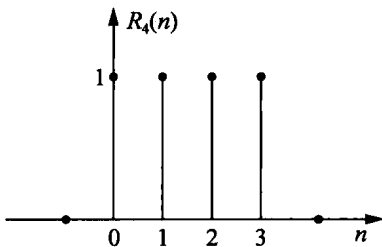


图 1.5 矩形序列

4. 实指数序列

实指数序列的表达式为

$$x(n) = a^n u(n) \quad a \text{ 为实数} \quad (1-5)$$

式中, $u(n)$ 起着使 $x(n)$ 在 $n < 0$ 时幅度值为 0 的作用; a 的大小直接影响序列波形。如果 $0 < a < 1$, $x(n)$ 的幅度值随着 n 的加大会逐渐减少, 称为收敛序列, 其波形如图 1.6(a) 所示; 如果 $a > 1$, $x(n)$ 的幅度值则随着 n 的加大而增大, 称为发散序列, 其波形如图 1.6(b) 所示。

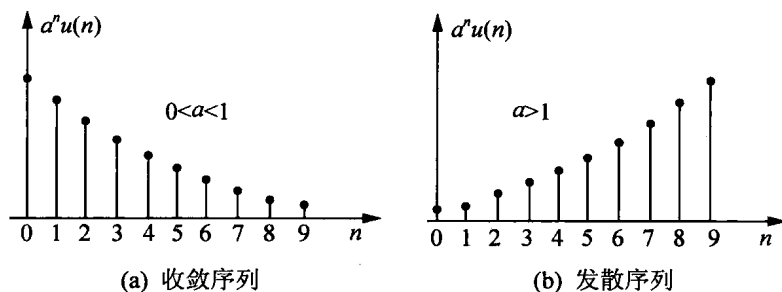


图 1.6 实指数序列

5. 正弦序列

正弦序列的表达式为

$$x(n) = \sin(\omega n) \quad (1-6)$$

式中, ω 称为数字频率, 单位是弧度(rad), 它表示序列变化的速率, 或者说表示相邻两个序列值之间相位变化的弧度数。

假设正弦序列是由模拟正弦信号 $x_a(t)$ 采样得到的, 设采样周期为 T , 采样频率为 F_s , 模拟角频率和模拟频率分别为 Ω 和 f , 那么

$$\begin{aligned} x_a(t) &= \sin(\Omega t) = \sin(2\pi f t) \\ x(n) &= x_a(t)|_{t=nT} = \sin(\Omega n T) = \sin(\omega n) \end{aligned}$$

因此得到数字频率与模拟频率之间的关系为

$$\omega = \Omega T = \frac{\Omega}{F_s}$$