高中数学 新课程

学习指导

1 必修

北师大版

与北师大版普通高中课程标准
实验教科书配套

河南省基础教育教学研究室 编

大象出版社

高中数学 新课程

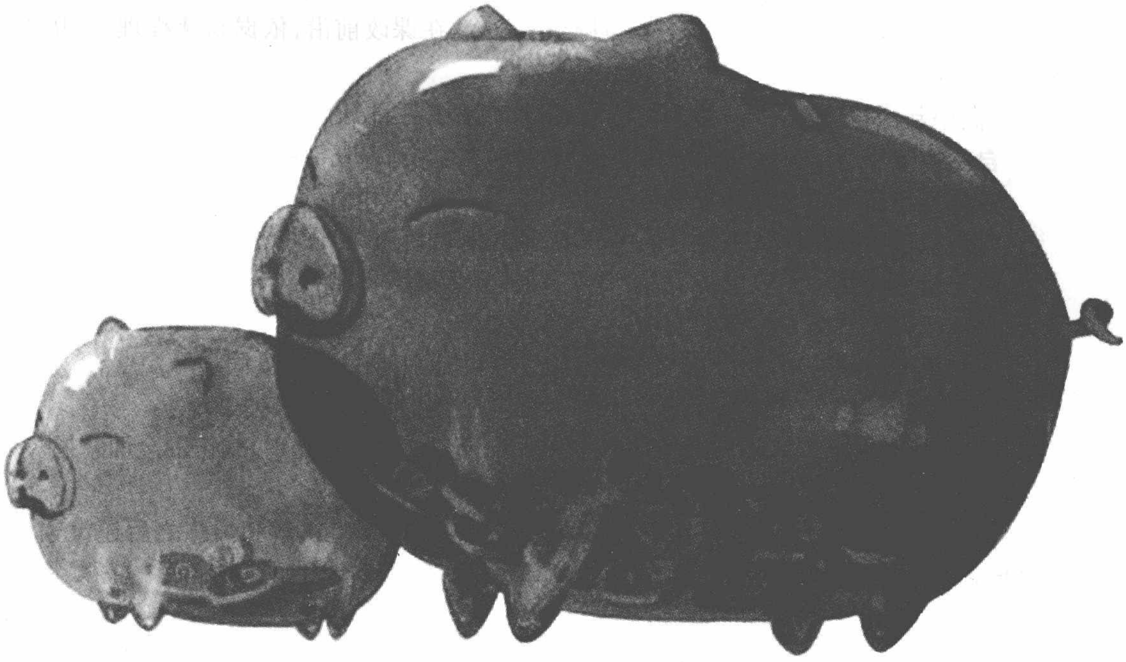
学习指导 1 必修

北师大版

与北师大版普通高中课程标准实验教科书配套

河南省基础教育教学研究室 编

大象出版社



欢迎登录大象教育资源网

大象出版社是我省唯一一家专业教育出版机构，也是我省唯一一家全国优秀出版社。大象教育资源网是大象出版社为全省师生提供的数字化时代产品服务平台。旨在为教师、学生、家长提供便捷、互动、多层次的立体服务。

登录“大象教育资源网”，您可获得：

1.海量的试题资源

海量的优质试卷、专业的试题搜索引擎，使教师的课堂教学和学业评价更方便。

2.便捷的电子化服务

为节省学生的学习成本，大象版教学辅导类图书的参考答案将逐步上网公布。同时，为实现教学辅导的多层次、全方位，网站还会加大网络产品开发力度，满足读者的不同需求。

3.强大的驻站专家阵容

网站将陆续邀请一批省内外特高级教师进站，加强网站内容建设，为教师、学生提供高质量、高品位的服务。

4.丰富的网上网下活动

专家视频讲座，使学生的学习变得更轻松；驻站专家深入教学一线作有针对性的专题报告，名师与学生零距离接触，面对面解决疑难问题。

5.权威的中高考指导

利用网络快捷、便利的优势，对学生的中考和高考复习作动态指导。

6.周到的个性化服务

驻站专家会及时为学生和教师答疑解惑。学习的困惑，教学的困扰，都会在这里得到专家的点拨。

7.及时的考试信息

网站会为教师、学生、家长搜集整理最新的中高考信息，并提供详细的政策解读。

8.家庭教育服务

专家解读家庭教育细节，为孩子量身定做成长方案，和家长共同关注孩子的健康成长。

欢迎您登录大象教育资源网一展风采

网址：www.daxiang.cn

编写说明

从2008年秋季开始，河南省全面进入普通高中新课程改革。为了新课程实验在我省的顺利实施，为了更好地服务于高中教学，河南省基础教育教学研究室和大象出版社在深入调研、充分论证的基础上，对传统品牌教辅“高中学习指导”进行重新定位，重新组织开发了“高中新课程学习指导”丛书。这套丛书已于2008年秋季开始在全省推广使用，并于2009年秋季至2010年春季对高中一年级用书进行全面修订。

遵循推进课改、利于教学的原则，树立以学生发展为本的教育理念，由省内外教研专家和高中一线名师倾力打造的“高中新课程学习指导”具有以下特色：**基础性**——体现基础教育教学改革的精神，为学生的终身发展奠定基础；**选择性**——提供个性化、多样化的学习资源，为促进学生全面而有个性的发展创造广阔的自主学习空间；**适用性**——为河南省高中学生量身定做；**创新性**——站在课改前沿，依据新课程理念，培养学生创新精神。

“高中新课程学习指导”按课时编写，设置的主要栏目有：

自主探究学习 学生是学习的主体，通过自主学习、探究学习，不断提高学习能力。

名师要点解析 名师解析学习中的重点、难点、盲点和易错点。

课堂基础自测 课堂是学习的主战场，通过基础练习，巩固课堂所学知识。

综合能力拓展 发散思维、凝聚要点，培养学生的综合能力。

每单元(章)设置的主要栏目有：

知识要点归纳 对本单元(章)知识的整合和提炼，帮助学生巩固学习要点。

高考同步链接 为学生打开高考的一面窗，让他们走进高考、感悟高考。

单元(本章)综合测试 通过综合性的训练，促进对本单元(章)知识的全面掌握。

(上述各栏目的设置，个别学科因为教材特点略有不同)

为方便同学们对所学知识进行自我检验，在各单元(章)讲解和训练之后还设置了“**阶段评价测试**”；在全书最后附有“**习题详解点拨**”，对所有习题提供详尽的答案和解题思路。

本套丛书包括思想政治、语文、数学、英语、物理、化学、历史、地理、生物九个学科，涉及在我省实验的各种教材版本。

参加本册编写的作者是江振晓、王瑛、姬翠萍、唐明伟、焦金安、周云涛、马艳玲同志，参加2010年版修订工作的作者是崔国兴、王存杰同志，最后由骆传枢、张海营、刘志凤同志统稿。

对使用中发现的错谬缺漏之处，恳请广大师生批评指正。

河南省基础教育教学研究室

大象出版社出版的高中《实验报告册》紧扣配套教材，包括物理、化学、生物三个学科，各册内容主要由三大部分构成：实验规则、各个具体实验内容、实验习题参考答案。

这套书有以下特色：

一、高效。打破了以往教师先讲解，学生再模拟操作的低效实验模式，在探究式的实验中，可以培养学生主动实验的兴趣，提高其实践能力，并加强交流与合作。

二、合理。真正做到了引导学习，让学生知道在实验中应该做什么、怎样做，并积极、主动地参与进去。同时，注重培养学生的实验探究意识。

三、科学。在实验的环节设置上，除了基本的探究过程以外，还增设了“实验指导”、“实验预习”、“问题思考”等环节，帮助学生更好地准备实验和巩固实验。可以说这套《实验报告册》能够引导学生自主完成相关实验，并很好地掌握实验。

四、新颖。在实验环节中，设计了很多新的亮点，比如：选择实验器材时，给学生一个表格，表格中列有与实验有关和无关的器材，要求学生自己选择合适的器材，这样，在做实验的同时也对学生能力进行了考查。

五、贴心。实验之后的“问题思考”，选取的都是高考的热点问题，是参考新课改地区的高考题精心编制的，为学生掌握实验的重点提供切实的服务。

全书内容丰富、全面，贴近高考，美观实用。

序号	书　　名	配套教材	估价（元）
1	高中物理实验报告册（新课标必修1）	人教版	6.00
2	高中物理实验报告册（新课标必修2）	人教版	6.00
3	高中化学实验报告册（新课标必修1）	人教版	6.50
4	高中化学实验报告册（新课标必修2）	人教版	8.00
5	高中生物实验报告册（新课标必修1）	人教版	6.00
6	高中生物实验报告册（新课标必修2）	人教版	5.50
7	高中生物实验报告册（新课标必修3）	人教版	7.50

高中《实验报告册》

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一章　集合

1　集合的含义与表示

自主探究学习

1. 集合的表示法

集合的常用表示法有________、________、图示法(Venn 图法).

2. 集合的分类

按照集合所含元素个数的多少，将集合分为________、________、空集.

3. 元素与集合的关系

元素与集合间具有从属关系，任一元素 a 或者属于集合 A(记作________)，或者不属于集合 A(记作________). 两者只具其一，且必具其一.

4. 常用数集及其表示

①自然数集，记作________；②正整数集，记作________；③整数集，记作________；④有理数集，记作________；⑤实数集，记作________.

5. 集合中元素的特性

集合中的元素具有确定性、________、无序性.

名师要点解析

【要点导学】

1. 集合的表示方法

(1)列举法：把集合中的元素一一列举出来写在大括号内的方法.

例如：小于 5 的自然数集可表示为 $\{0,1,2,3,4\}$.

(2)描述法：用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法.

例如：小于 5 的自然数集表示为 $\{x \mid x<5, x \in \mathbf{N}\}$.

(3)图示法(Venn 图法)：画一条封闭的曲线，将元素写在它的内部表示一个集合的方法.

例如：小于 5 的自然数集表示为

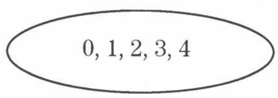


图 1－1

2. 列举法与描述法的区别与联系

(1)两种方法的适用情况：一般情况下，有限集适合用列举法表示，无限集适合用描述法表示，但并不是绝对的. 例如：正整数集也能用列举法表示为 $\{1,2,3,4,\cdots\}$. 当有限集的元素具有某一明显特性时也可以用描述法表示，如不大于 10 的正偶数集就可以表示为 $\{x \mid x=2n, 0<n \leqslant 5, n \in \mathbf{Z}\}$.

(2)书写格式要规范. 从形式上来说，列举法和描述法的共同点是都用大括号表示. 大括号是集合的代号，用上述两种方法表示集合时，大括号内部均不能出现“所有”、“全体”、“集”等词语. 不同之处在于，对于列举法，大括号内部出现的是该集合的各个元素，而描述法出现的是用来描述该集合中元素所具有的共同特性的语句. 描述法有两种形式，一种是文字描述，如{实数}；另一种是符号语言描述，即在大括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值(或变化)范围，再画一条竖线，在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征，如 $\{x \in \mathbf{R} \mid 0<x<2\}$.

3. 集合中元素的特性

(1)确定性：任何一个对象都能确定它是不是某一集合的元素，这是集合的最基本特征. 没有确定性就不能成为集合，例如“很小的数”、“个子较高的同学”都不能构成集合.

(2)互异性：集合中的任何两个元素都是不同的对象，即在同一集合里不能重复出现同一个元素，如方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的解集不能写成 $\{2,1,1\}$，应写成 $\{2,1\}$.

(3)无序性：在同一集合中，通常不考虑元素之

间的顺序. 如集合$\{a,b,c\}$与集合$\{b,c,a\}$是相同的集合.

4. 关于空集

空集中不含有任何元素，它既不是有限集，也不是无限集，不能认为$\varnothing=\{0\}$，也不能认为$\{\varnothing\}=\varnothing$，$\{0\}$是由数0组成的单元素集，所以$0\in\{0\}$，但$0\notin\varnothing$.

【经典例题】

【例1】下列各组对象不能构成集合的是____________.

(1)著名的数学家；

(2)某校2008年在校的所有身高超过1.80米的同学；

(3)直角坐标平面内第一象限的一些点；

(4)小于10的偶数；

(5)某校2008年在校的所有高个子同学；

(6)方程$x^2=-1$的解；

(7)1,3,2,3.

【分析】集合是一组对象的全体，因此观察一组对象能否构成集合，关键是看这组对象是否符合集合中元素的特性.

【解】(1)不能构成集合，因为“著名的数学家”无明确的标准，对于某个数学家是否“著名”无法客观地判断，因此“著名的数学家”不能构成一个集合，同理(5)也不能构成集合；对于(3)，“一些点”无明确的标准，对于某个点是否在“一些点”中无法确定，因此“直角坐标平面内第一象限的一些点”不能构成集合；对于(7)，虽然其对象具备确定性，但有两个元素3相同，不符合元素的互异性，所以不能构成集合. 故应填(1)(3)(5)(7).

【点拨】判断指定的对象是否能构成集合，关键是看这组对象是否符合集合中元素的三个特性，即看其是否具有确定性、互异性、无序性.

变式训练：

下列各项中，可以组成集合的是　【　　】

A. 所有的正数　　B. 老年人

C. 班上个子高的同学　　D. 成绩好的同学

【答案】A

【例2】已知$A=\{a-2,2a^2+5a,23\}$，且$-3\in A$，求实数a的值.

【分析】已知$-3\in A$，可以判断出$a-2=-3$，或$2a^2+5a=-3$，求出实数a的值. 需要注意，由于集合中的元素具有互异性，一定要检验.

【解】$\because\ -3\in A$，$\therefore\ a-2=-3$或$2a^2+5a=-3$. $\therefore\ a=-1$或$a=-\dfrac{3}{2}$.

但当$a=-1$时，$a-2=-3$，$2a^2+5a=-3$，与集合中元素的互异性矛盾，

$\therefore\ a=-\dfrac{3}{2}$.

【点拨】解集合题目时一定不要忽略元素的互异性.

变式训练：

设A表示集合$\{2,3,a^2+2a-3\}$，B表示集合$\{|a+3|,2\}$，若已知$5\in A$且$5\notin B$，求实数a的值.

【答案】-4

【例3】用列举法表示集合$A=\left\{x\in\mathbf{Z}\,\middle|\,\dfrac{6}{2-x}\in\mathbf{Z}\right\}$.

【分析】认清代表元素的属性及范围是解答本题的关键.

【解】要使x，$\dfrac{6}{2-x}$都为整数，则$|2-x|$必是6的约数，即$2-x=\pm1,\pm2,\pm3,\pm6$.

当x取$-4,-1,0,1,3,4,5,8$时符合题意.

$\therefore\ A=\{-4,-1,0,1,3,4,5,8\}$.

变式训练：

用列举法表示集合$A=\left\{a\in\mathbf{Z}\,\middle|\,\dfrac{6}{5-a}\in\mathbf{Z}_+\right\}$.

【答案】$A=\{-1,2,3,4\}$

课堂基础自测

1. 下列各组对象不能构成集合的是　【　　】

A. 某校高一全体学生

B. 全体无理数

C. 大于$-\sqrt{3}$的所有整数

D. 校园内的所有大树

2. 给出下列关系式：

①$\dfrac{1}{2}\in\mathbf{R}$；　②$\sqrt{2}\notin\mathbf{Q}$；　③$|-3|\notin\mathbf{N}_+$；　④$|-\sqrt{3}|\in\mathbf{Q}$.

其中正确的个数为　【　　】

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 已知集合$M=\{0,2,x^3\}$，则x满足　【　　】

A. $x\neq0$　　B. $x\neq\sqrt[3]{2}$

C. $x\neq0$，且$x\neq\sqrt[3]{2}$　　D. $x\neq0$，或$x\neq\sqrt[3]{2}$

4. 有下列四个命题：

①集合 $\mathbf{N}$ 中最小的数是 1；　②若 $-a \notin \mathbf{N}$，则 $a \in \mathbf{N}$；　③若 $a \in \mathbf{N}, b \in \mathbf{N}_+$，则 $a+b$ 的最小值是 2；　④$x^2+4=4x$ 的解集是 $\{2,2\}$.

其中正确命题的个数是　【　】

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

5. 集合 $A=\{(x,y) \mid y=-x^2+6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$，用列举法表示这个集合为________.

6. 对于集合 $A=\{2,4,6\}$，若 $a \in A$，则 $6-a \in A$，那么 a 的值为________.

7. 已知集合 $A=\{x \mid x^2+ax+b=0\}$ 中仅有一个元素 1，则 $a=$________，$b=$________.

8. 集合 $\{1,a,b\}$ 与 $\{-1,-b,1\}$ 是同一个集合，则实数 a,b 分别为________.

9. 已知 $a \notin \{2,a^2+a\}$，求实数 a 的取值范围.

10. 选择合适的方法表示下列集合：

(1) 不等式 $3x-5<7$ 的解集：________；

(2) 大于 -2 且小于 3 的整数：________；

(3) 直线 $y=x+4$ 上的点集：________；

(4) 被 3 除余 1 的整数集：________.

综合能力拓展

11. 设 $x \in \mathbf{R}$，将对象 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}, -\sqrt[4]{x^4}, \sqrt{x^4}$ 集合在一起，得到集合 M，则这一集合中的元素最多有　【　】

A. 3 个　B. 4 个　C. 6 个　D. 7 个

12. 定义集合运算：$A \otimes B=\{z \mid z=xy(x+y), x \in A, y \in B\}$. 设集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，则集合 $A \otimes B$ 的所有元素之和为　【　】

A. 0　B. 6　C. 12　D. 18

13. 设 $A=\left\{x \,\middle|\, x=\dfrac{a}{b}, a+b=5, a \in \mathbf{N}, b \in \mathbf{N}_+\right\}$，则 $A=$________.（用列举法表示）

14. 计算集合 $A=\{x \mid x^2+(m+2)x+m+1=0, m \in \mathbf{R}\}$ 中的所有元素之和 T.

15. 已知集合 $A=\{x \in \mathbf{R} \mid ax^2-3x+2=0\}$.

(1) 若 $A=\varnothing$，求实数 a 的取值范围；

(2) 若 A 是单元素集，求 a 的值及集合 A；

(3) 求集合 $P=\{a \in \mathbf{R} \mid a$ 使得 $A \neq \varnothing\}$.

16. 集合 $A=\{x\mid x=\sqrt{2}m+n, m\in\mathbf{Z}, n\in\mathbf{Z}\}$，判断 $x_1=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$，$x_2=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 是否属于集合 A.

17. 含有三个实数的集合 A，既可以表示成 $\left\{a,\dfrac{b}{a},1\right\}$，又可以表示成 $\{a^2,a+b,0\}$，求 $a^{2008}+b^{2009}$ 的值.

18. 某集合 $S=\{2,3,7,8\}$ 具有以下两个特点：①它的元素都是整数；②若 $x\in S$，则 $10-x\in S$. 我们把这样的集合称作 10 的兑换集合. 根据以上叙述解答下列问题.

(1)除了上述集合外，写出两个 10 的兑换集合；

(2)10 的兑换集合中存在元素个数为 5 的集合吗？存在元素个数为 6 的集合吗？试举例说明；

(3)从上述过程中，我们能发现怎样的结论？试用该结论描述 8 的兑换集合的性质.

2 集合的基本关系

自主探究学习

1. 子集

自然语言：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 中的________一个元素都是集合 B 中的元素，即若 $a\in A$，则 $a\in B$，就说集合 A ________集合 B，或集合 B ________集合 A，记作________（或 $B\supseteq A$），此时，称集合 A 是集合 B 的________.

集合语言：若 $x\in A\Rightarrow x\in B$，则 $A\subseteq B$.

当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，记作________（或________）.

空集是任何集合的________.

2. Venn 图

为了直观地表示集合间的关系，常用________曲线的内部表示集合，称为________.

3. 相等集合

自然语言：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 中的________一个元素都是集合 B 中的元素，同时集合 B 中的任何一个元素都是集合 A 中的元素，这时，就说集合 A 与集合 B ________，记作________.

集合语言：若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则 $A=B$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

4. 真子集

自然语言：对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，并且________，就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作________（或________）.

集合语言：若 $A\subseteq B$，且 $A\neq B$，则 $A\subsetneqq B$.

空集是任何非空集合的________.

名师要点解析

【要点导学】

1. 集合的包含关系

(1)两个集合之间具有“包含”与“不包含”两种关系，其中“包含于”又有“相等”与“真包含于”两种情况.

(2)$A\subseteq B$ 用 Venn 图表示为

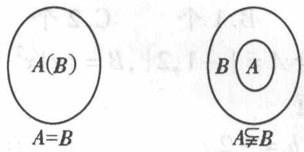


图 1－2

(3)$A\nsubseteq B$ 包含以下三种情形

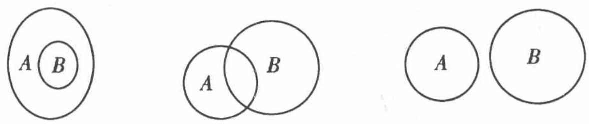


图 1－3

2. 两个集合 A 与 B 之间的关系

$$\begin{cases} A\subseteq B\begin{cases} A=B\Leftrightarrow A\subseteq B \text{ 且 } B\subseteq A \\ A\neq B\Rightarrow A\subsetneqq B \end{cases} \\ A\nsubseteq B \end{cases}$$

3. 子集具有以下性质

(1)$A\subseteq A$；

(2)如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq A$，那么 $A=B$；

(3)如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么 $A\subseteq C$；

(4)如果 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，那么 $A\subsetneqq C$.

4. 有限集合的子集个数

(1)含 n 个元素的集合有 2^n 个子集；

(2)含 n 个元素的集合有 2^n-1 个真子集；

(3)含 n 个元素的集合有 2^n-1 个非空子集；

(4)含 n 个元素的集合有 2^n-2 个非空真子集.

5. 韦恩图(Venn 图)的应用

韦恩图是数形结合思想在集合中的重要体现，它可以把一些不明确的数量关系明显地表示出来，起到化繁为简的作用.

6. 容易混淆的几个知识点

(1)“$\in$”与“$\subseteq$”的区别

“$\in$”表示的是元素与集合之间的关系，“$\subseteq$”表示的是集合与集合之间的关系.

例如：$2\in\{2,3,4\}$，$0\in\{0\}$，$\{2\}\subseteq\{2,3,4\}$，不能写成 $2\subseteq\{2,3,4\}$，$0=\{0\}$，$\{2\}\in\{2,3,4\}$.

(2)元素与集合间的关系是相对的，集合在特定的环境下也可以是元素.

如：$\{1,2\}\in\{\{1,2\},\{2,3\}\}$.

(3)数 0，集合 $\{0\}$，$\varnothing$，$\{\varnothing\}$ 的区别

数 0 不是集合，$\{0\}$ 是含有一个元素 0 的集合，$\varnothing$ 是不含任何元素的集合，即空集；$\{\varnothing\}$ 是含有一个元素 $\varnothing$ 的集合.

在 $\varnothing$ 与 $\{\varnothing\}$ 之间，可用四个符号 $\in$、$\neq$、$\subseteq$、$\subsetneqq$ 中的任意一个把它们连结起来，但不能用“$=$”连结.

(4)数集与点集的区别

以数或点为元素的集合分别叫作数集或点集，要防止错误地把点集 $\{(3,1)\}$ 写成 $\{3,1\}$. 解决该问题的关键是认清大括号内竖线前代表元素的形式.

例如：

集合 $A=\{x\mid y=\sqrt{x^2-1}\}$，$B=\{y\mid y=\sqrt{x^2-1}\}$，$C=\{(x,y)\mid y=x^2+2x-3\}$，其中 A，B 都是数集，但 A 表示的是 x 的取值范围 $A=\{x\mid x\leqslant -1$，或 $x\geqslant 1\}$，B 表示的是 y 的取值范围 $B=\{y\mid y\geqslant 0\}$，C 表示的是抛物线 $y=x^2+2x-3$ 上的所有点的集合.

【经典例题】

【例 1】写出满足 $\{a\}\subsetneqq A\subseteq\{a,b,c,d\}$ 的所有集合 A.

【解】集合 A 是集合 $\{a,b,c,d\}$ 的至少含有两个元素且必须含有 a 的所有子集，即 A 分别为 $\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{a,d\}$，$\{a,b,c\}$，$\{a,b,d\}$，$\{a,c,d\}$，$\{a,b,c,d\}$.

【点拨】如果混淆了真子集与子集的区别，就容易认为符合题意的集合有 8 个，即认为 $A=\{a\}$ 也满足条件.

变式训练：

已知集合 M 满足 $\{1,2\}\subseteq M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，则这样的集合 M 有几个？

【答案】8 个

【例 2】已知集合 $\{1,a,b\}=\{a,a^2,ab\}$，求 a，b 的值.

【分析】根据集合相等的定义及集合的性质列出关于 a,b 的方程组，解方程组可求出 a,b 的值.

【解】∵ $\{1,a,b\}=\{a,a^2,ab\}$，

∴ $\begin{cases}a^2=1,\\ ab=b,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a^2=b,\\ ab=1.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=1,\\ b\in\mathbf{R},\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-1,\\ b=0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=1,\\ b=1.\end{cases}$

但当 $a=1$ 时，$a^2=a$，根据集合中元素的互异性，不合题意，故舍去.

当 $a=-1,b=0$ 时，两个集合分别为 $\{1,-1,0\}$ 与 $\{-1,1,0\}$，根据集合中元素的无序性，这两个集合相等. 故所求 $a=-1,b=0$.

【点拨】当集合中的元素含有字母时，应注意验证其是否符合元素的三个性质.

变式训练：

已知 $M=\{2,a,b\}$，$N=\{2a,2,b^2\}$，且 $M=N$，求 a,b 的值.

【答案】$\begin{cases}a=0,\\ b=1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

【例3】已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 m 的取值范围.

【分析】利用数形结合、分类讨论的思想及解简单不等式组的知识.

【解】(1) 若 $B\neq\varnothing$，由 $m+1\leqslant 2m-1$，得 $m\geqslant 2$.

又由 $B\subseteq A$（如图 1－4），得 $\begin{cases}m\geqslant 2,\\ m+1\geqslant -2,\\ 2m-1\leqslant 5.\end{cases}$

解得 $2\leqslant m\leqslant 3$.

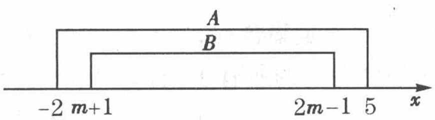


图 1－4

(2) 若 $B=\varnothing$，则 $m+1>2m-1$，即 $m<2$，此时，$B\subseteq A$ 也成立.

由(1)和(2)，得 $m\leqslant 3$.

∴ m 的取值范围是 $\{m\mid m\leqslant 3\}$.

【点拨】本题属于根据数集之间的包含关系求参数范围的题型，通常解法是数形结合，建立参数的不等式组求解. 漏掉空集是解这类题常见的错误. 在处理有关子集的问题时，要特别注意空集是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集，这就需要运用分类讨论的方法.

变式训练：

已知集合 $A=\{x\mid 3<x<5\}$，$B=\{x\mid a-1\leqslant x\leqslant a+2\}$，若 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

【答案】$\{a\mid 3\leqslant a\leqslant 4\}$

课堂基础自测

1. 集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$ 的真子集的个数为　　【　　】

A. 32　　B. 31　　C. 30　　D. 29

2. 下列命题：①空集没有子集；②任何集合至少有两个子集；③空集是任何集合的真子集；④若 $\varnothing\subsetneqq A$，则 $A\neq\varnothing$；⑤若 $B\subseteq A$，则不属于 A 的元素必不属于 B；⑥若 $A\nsubseteq B$，则 $B\nsubseteq A$. 其中正确的有　　【　　】

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

3. 若集合 $A=\{-1,2\}$，$B=\{x\mid x^2+ax+b=0\}$，且 $A=B$，则有　　【　　】

A. $a=1,b=-2$　　B. $a=2,b=2$

C. $a=-1,b=-2$　　D. $a=-1,b=2$

4. 已知 $A=\{0,1\}$，$B=\{X\mid X\subseteq A\}$，则 A 与 B 的关系表述正确的是　　【　　】

A. $A\subseteq B$　　B. $A\subsetneqq B$　　C. $B\subsetneqq A$　　D. $A\in B$

5. 已知集合 $M=\{x\mid y^2=2x,y\in\mathbf{R}\}$ 和集合 $P=\{(x,y)\mid y^2=2x,y\in\mathbf{R}\}$，则两个集合间的关系是　　【　　】

A. $M\subseteq P$　　B. $P\subseteq M$

C. $M=P$　　D. M,P 互不包含

6. 设 $A=\{$正方形$\}$，$B=\{$平行四边形$\}$，$C=\{$四边形$\}$，$D=\{$矩形$\}$，$E=\{$多边形$\}$，则 A、B、C、D、E 之间的关系是____________.

7. 已知 $A=\{x\mid x<3\}$，$B=\{x\mid x<a\}$.

(1) 若 $B\subseteq A$，则 a 的取值范围是________.

(2) 若 $A\subsetneqq B$，则 a 的取值范围是________.

8. 若 $A=\{x\mid x=6a+8b,a,b\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=2m,m\in\mathbf{Z}\}$，求证：$A=B$.

9. 已知集合 $A=\{-1,3,2m-1\}$，集合 $B=\{3,m^2\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 m 的值.

10. 已知 $A=\{1,1+x,1+2x\}$，$B=\{1,y,y^2\}$，且 $A=B$，求 x,y 的值.

综合能力拓展

11. 已知集合 $A\subseteq\{1,2,3\}$，且 A 中至少含有一个奇数，则这样的集合 A 有 【 】

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

12. 下列关系：①$\varnothing\subseteq\{0\}$，②$\varnothing\subseteq\varnothing$，③$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$，④$\varnothing\subsetneqq\{\varnothing\}$，⑤$\varnothing\subsetneqq A$，⑥$\varnothing\in\{\varnothing\}$ 中，正确的个数是 【 】

A. 5 B. 4 C. 3 D. 1

13. 设集合 $M=\{(x,y)\mid xy>0,且\ x+y<0\}$，$N=\{(x,y)\mid x<0,且\ y<0\}$，则 M 与 N 之间的关系是 【 】

A. $M\subsetneqq N$ B. $N\subsetneqq M$

C. $M=N$ D. M,N 互不包含

14. 若集合 $A=\{0,3,4\}$，$B=\{x\mid x=a\cdot b,a\in A,b\in A,a\neq b\}$，则 B 的子集个数为 【 】

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

15. 定义 $A-B=\{x\mid x\in A,且\ x\notin B\}$，若 $A=\{2,4,6,8,10\}$，$B=\{1,4,8\}$，则 $A-B$ 等于 【 】

A. $\{4,8\}$ B. $\{1,2,6,10\}$

C. $\{1\}$ D. $\{2,6,10\}$

16. 集合 $A=\{a\mid a=2k,k\in\mathbf{N}\}$，集合 $B=\left\{b\,\middle|\,b=\frac{1}{8}[1-(-1)^n]\cdot(n^2-1),n\in\mathbf{N}\right\}$，那么 A,B 之间的关系是 【 】

A. $A\subsetneqq B$ B. $B\subsetneqq A$

C. $A=B$ D. 以上都不对

17. 设集合 $A=\{x\mid x^2+4x=0\}$，$B=\{x\mid x^2+2(a+1)x+a^2-1=0,a\in\mathbf{R}\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 a 的值.

18. 已知集合 $A=\{1,3,x^2\}$，$B=\{1,x+2\}$，是否存在实数 x，使得集合 B 是集合 A 的子集？若存在，求出集合 A，B；若不存在，请说明理由.

3 集合的基本运算

自主探究学习

1. 交集的定义

(1) 自然语言：由______组成的集合，叫作 A 与 B 的交集，记作______（读作“A 交 B”）.

(2) 集合语言：$A\cap B=$______.

(3) 图形语言：如图 1－5 所示.

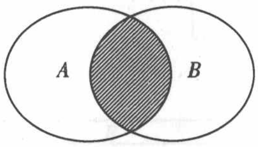


图 1－5

2. 交集的性质

(1) 若集合 A 与 B 无公共元素，则 $A\cap B=$______；

(2) $(A\cap B)$______A，$(A\cap B)$______B；

(3) $A\cap A=$______，$A\cap\varnothing=$______，$A\cap B=B$______A.

3. 并集的定义

(1) 自然语言：由______组成的集合，叫作 A 与 B 的并集，记作______（读作“A 并 B”）.

(2) 集合语言：$A\cup B=$______.

(3) 图形语言：如图 1－6 所示.

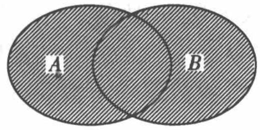


图 1－6

4. 并集的性质

(1) $(A\cup B)$______A，$(A\cup B)$______B；

(2) $A\cup A=$______，$A\cup\varnothing=$______，$A\cup B=$______.

5. 全集的定义

如果一个集合含有所要研究的各个集合的______元素，这个集合就可以看作一个全集，全集通常用______表示.

6. 补集的定义

(1) 自然语言：设 U 是全集，A 是 U 的一个子集（即 $A\subseteq U$），则由 U 中______的元素组成的集合，叫作 U 中子集的补集（或______），记作 $\complement_U A$.

(2) 集合语言：$\complement_U A=$______.

(3) 图形语言：如图 1－7 所示.

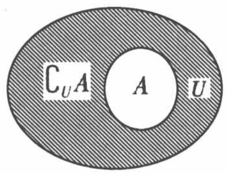


图 1－7

7. 交集、并集、补集的关系

(1) $A\cap\complement_U A=$______；$A\cup\complement_U A=$______；$\complement_U(\complement_U A)=$______.

(2) $\complement_U(A\cap B)=\complement_U A$______$\complement_U B$；$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A$______$\complement_U B$.

名师要点解析

【要点导学】

1. 交集与并集的深入理解

在交集与并集的定义中仅一字（且与或）之差，既显示了交集与并集的个性，又展示了二者之间的关系. 交集概念中的“且”表示同时具备，并集概念中的“或”与生活用语中的“或”含义不同，并集概念中的“或”源于生活，但又高于生活. 生活用语中的“或”是“或此”、“或彼”，二者只取其一，并不兼有. 而并集概念中的“或”是“或此”，“或彼”“或彼此”，可以兼有，但不必须兼有. 即它有三层含义：①$x\in A$ 且 $x\notin B$；②$x\notin A$ 且 $x\in B$；③$x\in A$ 且 $x\in B$.

此外,还应注意对“所有”一词的理解. 如交集是指两个集合所有公共元素所组成的集合,忽略了概念中的“所有”两个字就会错误地认为“若 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3,4\}$,则 $A\cap B=\{2\}$”.

2. 交集与并集的补充性质

(1)$A\cap B\subseteq A\subseteq A\cup B$,$A\cap B\subseteq B\subseteq A\cup B$;

(2)$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$;$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$;

(3)$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$;$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

(4)$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A$,$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cup B=B$.

3. 全集和补集的相对性

补集既是集合之间的一种关系,又是集合的一种运算,利用定义可直接求出已知集合的补集. 从全集 U 中去掉属于集合 A 的元素后,由所有剩下的元素组成的集合是 U 中子集 A 的补集.

对于求一个给定集合补集的问题,一定要注意它是在哪一个全集内求补集,也就是说同一集合在不同的全集中补集是不相同的.

【经典例题】

【例1】设集合 $A=\{(x,y)\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{(x,y)\mid y=5-x^2,x\in\mathbf{R}\}$,求 $A\cap B$.

【分析】本题实质是求抛物线 $y=x^2+1$ 与 $y=5-x^2$ 的交点坐标,即解二元二次方程组.

【解】解方程组$\begin{cases}y=x^2+1,\\y=5-x^2,\end{cases}$得$\begin{cases}x=\pm\sqrt{2},\\y=3.\end{cases}$

于是 $A\cap B=\{(x,y)\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}\cap\{(x,y)\mid y=5-x^2,x\in\mathbf{R}\}$

$=\{(x,y)\mid y=x^2+1,且\ y=5-x^2,x\in\mathbf{R}\}$

$=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}x=\pm\sqrt{2},\\y=3\end{cases}\right.\right\}$

$=\{(-\sqrt{2},3),(\sqrt{2},3)\}$.

【点拨】集合之间的包含关系以及运算关系,实质是集合的元素与集合的关系. 可见,元素分析法是解决集合问题的通性通法. 为此,应本着“先定元,再定性”的原则灵活转换符号语言的数学意义与几何意义.

变式训练:

设 $U=\{(x,y)\mid x,y\in\mathbf{R}\}$,$A=\left\{(x,y)\left|\dfrac{y-3}{x-2}=1\right.\right\}$,$B=\{(x,y)\mid y=x+1\}$. 求$\complement_U A\cap B$.

【答案】$\{(2,3)\}$

【例2】已知全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$,$A=\{|2a-1|,2\}$,$\complement_U A=\{5\}$,求实数 a 的值.

【分析】由$\complement_U A=\{5\}$知 $5\in U$ 且 $5\notin A$ 即可求得.

【解】$\because$ $\complement_U A=\{5\}$,$\therefore$ $5\in U$ 且 $5\notin A$,

$\therefore$ $a^2+2a-3=5$,

即 $a=2$ 或 $a=-4$.

当 $a=2$ 时,$|2a-1|=3\neq5$,符合题意.

当 $a=-4$ 时,$|2a-1|=9$,但 $9\notin U$,不符合题意.

综上可知,所求实数 a 的值为 2.

变式训练:

设 $U=\{3,2,a^2+2a-3\}$,$A=\{b,2\}$,$\complement_U A=\{5\}$,求实数 a 和 b 的值.

【答案】$a=2,b=3$ 或 $a=-4,b=3$.

【例3】已知集合 $A=\{x\mid x^2-4x+2m+6=0\}$,$B=\{x\mid x<0\}$,若 $A\cap B\neq\varnothing$,求实数 m 的取值范围.

【分析】经观察分析知本题若直接从正面着手,情况较多,容易出错,因此考虑从反面着手解答该题.

【解】设全集 $U=\{m\mid\Delta=(-4)^2-4(2m+6)\geqslant0\}=\{m\mid m\leqslant-1\}$.

若方程 $x^2-4x+2m+6=0$ 的两根 x_1,x_2 均非负,则

$\begin{cases}m\in U,\\x_1+x_2=4\geqslant0,\\x_1x_2=2m+6\geqslant0,\end{cases}$ 解得 $-3\leqslant m\leqslant-1$.

$\therefore$ $\{m\mid-3\leqslant m\leqslant-1\}$关于 U 的补集为$\{m\mid m<-3\}$,

$\therefore$ 实数 m 的取值范围为$\{m\mid m<-3\}$.

【点拨】本题运用的“正难则反”的解题策略,正是运用了“补集思想”. 对于一些较复杂、比较抽象、条件和结论之间关系不明朗、难于从正面入手的数学问题,在解题时,不妨调整思路,从问题的反面着手,探求已知和未知的关系,这时能起到化难为易,化隐为显的作用. 这就是“正难则反”的解题策略,也是处理问题的间接化原则的体现.

课堂基础自测

1. 已知 $A=\{x\mid x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x\mid x=k-1,k\in\mathbf{Z}\}$,则 $A\cap B$ 等于 【　】

A. B　　B. A

C. $\varnothing$　　D. $\mathbf{R}$

2. 已知集合 $A=\{x\mid y=\sqrt{x+1}\}$,$B=\{y\mid y=x^2\}$,则 $A\cup B$ 等于 【　】

A. $\{x\mid x\geqslant0\}$　　B. $\{x\mid x>-1\}$

C. $\{x|x>0\}$ D. $\{x|x\geq -1\}$

3. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$P=\{3,4,5\}$，$Q=\{1,3,6\}$，则集合 $\{2,7,8\}$ 等于 【 】

A. $P\cup Q$ B. $P\cap Q$

C. $(\complement_U P)\cup(\complement_U Q)$ D. $\complement_U(P\cup Q)$

4. 集合 $A=\{(x,y)|x+y=0\}$，$B=\{(x,y)|x-y=2\}$，则 $A\cap B$ 是 【 】

A. $(1,-1)$ B. $\begin{cases}x=1,\\ y=-1\end{cases}$

C. $\{(1,-1)\}$ D. $\{1,-1\}$

5. 下列四个命题：

①$a\in(A\cup B)\Rightarrow a\in A$；②$a\in(A\cap B)\Rightarrow a\in(A\cup B)$；③$A\subseteq B\Rightarrow A\cup B=B$；④$A\cup B=A\Rightarrow A\cap B=B$.

其中正确的个数为 【 】

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

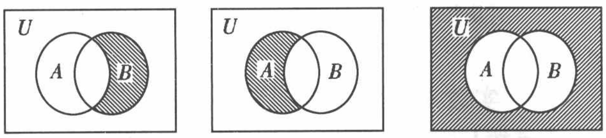
6. 给出下列命题：

①$\complement_U A=\{x|x\in U$ 且 $x\notin A\}$；②$\complement_U\varnothing=U$；③若 $S=\{$实数$\}$，$A=\{$正实数$\}$，则$\complement_S A=\{$负实数$\}$；④若 $U=\{1,2,3\}$，$A=\{2,3,4\}$，则$\complement_U A=\{1\}$.

其中正确命题的序号是________.

7. 设 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|a\leq x\leq b\}$，$\complement_U A=\{x|x>4$，或 $x<3\}$，则 $a=$________，$b=$________.

8. 图 1－8 中，U 是全集，A、B 是 U 的两个子集. 用集合的交集和补集表示图中的阴影部分：



(1)________ (2)________ (3)________

图 1－8

9. 已知 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|ax-2=0\}$，若 $A\cup B=A$，求实数 a 的值.

10. 已知非空集合 $A=\{x|2a+1\leq x\leq 3a-5\}$，$B=\{x|3\leq x\leq 22\}$，则能使 $A\subseteq(A\cap B)$ 成立的所有 a 值构成的集合是什么？

11. 已知集合 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0,a\in\mathbf{R}\}$，集合 $B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，若 $A\cap B=A\cup B$，求实数 a 的值.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com