

特高级教师

点拨

用科学的CETC差距理念策划创作

荣德基 总主编

YES,

I CAN!

赠教材习题答案

八年级数学

内蒙古少年儿童出版社

下 配北师

点拨差距 锻造优秀 教材大突围 讲解新革命

2011-2012

与拔

2011-2012



2011-2012

2011-2012

荣德基
初中系列

特高级教师

®

点拨

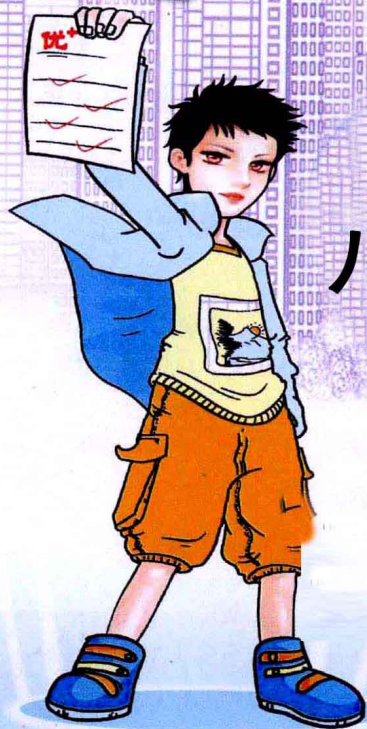
八年数学下
(下)

(配北师)

总主编:荣德基

本册主编:单勇

内蒙古少年儿童出版社





第1章 一元一次不等式和一元一次不等式组

第1节 不等关系	1
第2节 不等式的基本性质	6
第3节 不等式的解集	12
第4节 一元一次不等式	18
第5节 一元一次不等式与一次函数	25
第6节 一元一次不等式组	33
本章复习	41
第1章过关检测题	44

第2章 分解因式

第1节 分解因式	48
第2节 提公因式法	52
第3节 运用公式法	56
本章复习	63
第2章过关检测题	66

第3章 分式

第1节 分式	68
第2节 分式的乘除法	75
第3节 分式的加减法	81
第4节 分式方程	87
本章复习	95
第3章过关检测题	97

第4章 相似图形

第1节 线段的比	100
第2节 黄金分割	106
第3节 形状相同的图形	113
第4节 相似多边形	119
第5节 相似三角形	125
第6节 探索三角形相似的条件	130
第7节 测量旗杆的高度	140
第8节 相似多边形的性质	149
第9节 图形的放大与缩小	157
本章复习	165
第4章过关检测题	168

第5章 数据的收集与处理

第1节 每周干家务活的时间	171
第2节 数据的收集	176
第3节 频数与频率	183
第4节 数据的波动	192
本章复习	200
第5章过关检测题	203

第6章 证明(一)

第1节 你能肯定吗	207
第2节 定义与命题	212
第3节 为什么它们平行	217
第4节 如果两条直线平行	223
第5节 三角形内角和定理的证明	230
第6节 关注三角形的外角	236
本章复习	243
第6章过关检测题	246
参考答案及点拨	249

第1章

一元一次不等式和一元一次不等式组

第1节 不等关系

I 知识探究 消灭差距

一 自主学习 导思导学

(一) 预习导学思考题

1. 什么样的式子叫做不等式?
2. 你能说说列不等式表示不等关系的一般步骤吗?

(二) 预习导学评估题

3. 下列各式① $a^2 \geq 0$; ② $x = 2$; ③ $x \geq 2$; ④ $-1 < 0$; ⑤ $x^2 + 2xy + y^2$ 中是不等式的有()

- A. ①②③ B. ①③④ C. ①③④⑤ D. ①②③④

4. x 与 $3x$ 的大小关系为()

- A. $x > 3x$ B. $x < 3x$ C. $x \leq 3x$ D. 不能确定

(三) 预习效果自主反馈

1. 一般地, 用符号“ $<$ ”(或“ $\leq$ ”), “ $>$ ”(或“ $\geq$ ”)连接的式子叫做不等式.
2. (1)分析题意, 重点找出题中的各种量; (2)寻找各种量之间的相等或不等关系;
- (3)用代数式表示各量; (4)弄清关键字词的含义, 用适当的符号将存在不等关系的量连接起来.

3. B 4. D



豆点
温馨
提示

你都过关了吗? 有些结果还不能准确说出来吧! 没关系! 带上疑问进入下面不等式的天地吧, 这里除了有你想要的答案, 还会有更大的收获和乐趣哦!

二 知识点探究 夯实双基

知识点 1: 不等式的概念(重点)

◆问题情境: 某公园进入迷宫的票价是每人 5 元, 一次性购票 30 张, 每张票可少收 1 元, 某班共有 27 名团员到这一公园春游, 想进迷宫. 当领队王华准备好钱到售票处买 27 张票时, 同学们发生了争议. 李明: “我想应该买 30 张票.” 张辉: “明明我们只有 27 人, 买 30 张票岂不是浪费吗?” (1) 李明的提议对不对? 是否真的浪费呢? 你能解释其中的道理吗? (2) 你还有其他更省钱的办法吗?

◆探究发现: (1) 买 27 张票时, 要付款 $5 \times 27 = 135$ (元), 买 30 张票要付款 $4 \times 30 =$

120(元), 135元 $>$ 120元, 所以买30张票划算. 因此李明的提议是正确的, 不会浪费.

(2) 从来春游的游客中拉3人, 这样凑足30人, 再去购票. 此时只需付款 $4 \times 27 = 108$ (元), $108 \text{元} < 120 \text{元}$, 所以这样购票更省钱.

生活中的各类量之间既存在等量关系, 又存在不等关系, 依据等量关系我们可以列出恒等式、方程或函数, 依据不等关系可以列出不等式, 如上例. 一般地, 用符号“ $<$ ”(或“ $\leq$ ”), “ $>$ ”(或“ $\geq$ ”)连接的式子叫做不等式. 例如 $135 \text{元} > 120 \text{元}$, $108 \text{元} < 120 \text{元}$, $a+2 \leq 1$ 等都是不等式.

◆名师归纳: 判断式子是否为不等式, 关键是看所给式子中是否含有不等号(不等号有: “ $<$ ”、“ $>$ ”、“ $\leq$ ”、“ $\geq$ ”、“ $\neq$ ”). (掌握)

【例】 在下列式子中: ① $\pi > 3$; ② $2 > 1$; ③ $a \geq 20$; ④ $a^2 + 1 \geq 1$; ⑤ $6 \geq 6$; ⑥ $2 < x$; ⑦ $x^2 > y^2$; ⑧ $2x > 3x$; ⑨ $2x - 1$; ⑩ $x + 1 = y$. 不等式的个数是()

A. 8

B. 9

C. 10

D. 7

解: A 点拨: 依据不等式的概念判断, 只有⑨⑩不是不等式. ⑨是代数式, ⑩是方程(也可以认为是函数关系式).

知识点2: 列不等式(难点、易错点)

◆问题情境: 列不等式类似于列方程, 可类比列方程的方法列出不等式. 我们一起通过下面的实际例子来探究这个问题: 一件商品按成本价 x (元)提高20%标价, 又以9折销售, 此时售价仍不低于270元, 请写出该商品的成本价应满足的不等式.

◆探究发现: 商品按成本价 x (元)提高20%后标价是 $x(1+20\%)$ (元), 再按它的90%销售, 其售价为 $x(1+20\%) \cdot 90\%$ (元), 而 $x(1+20\%) \cdot 90\%$ (元)不低于(大于或等于)270(元), 根据这个不等关系可以列出不等式: $(1+20\%) \cdot x \cdot 90\% \geq 270$.

可见列方程与列不等式的不同点是: 列方程的关键是寻找等量关系; 列不等式的关键是正确确定不等关系.

◆名师归纳: 列不等式表示不等关系的一般步骤可归纳为: (1) 分析题意, 找出题中的各种量; (2) 寻找各种量之间的相等或不等关系; (3) 用代数式表示各量; (4) 弄清关键字词的含义, 用适当的符号将存在不等关系的量连接起来. (理解并掌握)

◆差距指示灯: 不能准确选用不等号列不等式.

【例】 如果 x 的7倍与2的和不超过-11, 则 x 应满足的不等式是()

A. $7x+2 < -11$ B. $7x+2 \leq -11$ C. $7x+2 > -11$ D. $7x+2 \geq -11$

掌握不等式的概念

注意以下几个符号:
①“ $>$ ”读作“大于”, 表示左边的量比右边的量大;
②“ $<$ ”读作“小于”, 表示左边的量比右边的量小;
③“ $\geq$ ”读作“大于或等于”, 它的意思是“不小于”;
④“ $\leq$ ”读作“小于或等于”, 它的意思是“不大于”.

常见的不等关系

有: ① x 是正数, 则 $x > 0$; ② x 是负数, 则 $x < 0$; ③ x 是非负数, 则 $x \geq 0$; ④ x 是非正数, 则 $x \leq 0$; ⑤ x 大于 y , 则 $x - y > 0$ 或 $x > y$; ⑥ x 小于 y , 则 $x - y < 0$ 或 $x < y$; ⑦ x 不小于 y , 则 $x \geq y$; ⑧ x 不大于 y , 则 $x \leq y$. “预习导学评估题”4题中, 字母 x 可以表示0、正数、负数, 所以 x 与 $3x$ 的大小比较要分三种情况, 所以选D. 不要错选成B.

错解:A 错解分析:“不超过”就是“小于或等于”的意思,应该用不等号“ $\leq$ ”来表示,而错解中忽略了“ $=$ ”,导致错误. 正解:B

三 随堂基础达标练习 (249)

1. (知识点 1) 有下列式子: $3 > 0$; $4x + y > 1$; $x + 5 > 0$; $x - 1$; $m - 2.5 < 2$. 其中不等式的个数是()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. (知识点 2) x 与 3 的和的一半是负数, 用不等式表示为()

- A. $\frac{1}{2}x + 3 > 0$ B. $\frac{1}{2}x + 3 < 0$ C. $\frac{1}{2}(x + 3) > 0$ D. $\frac{1}{2}(x + 3) < 0$

3. (知识点 1) 四个小朋友玩跷跷板, 他们的体重分别为 P 、 Q 、 R 、 S . 如图 1-1-1 所示, 则他们体重的大小关系是()



图 1-1-1

- A. $P > R > S > Q$ B. $Q > S > P > R$ C. $S > P > Q > R$ D. $S > P > R > Q$
4. (知识点 1, 2) 用不等式表示下列数量关系: (1) x 的 3 倍与 1 的相反数的和大于 2; (2) a 与 b 的差是一个非负数; (3) $y + 2x$ 的最大值是 4.
5. (知识点 1, 2, 一题多解题) 一个两位数的十位数字比个位数字小 3, 已知这个两位数小于 50, 求这个两位数. (只列不等式)

II 能力养成 综合培优

一 题型展示 培养能力

(一) 综合能力培养

综合角度 1: 不等关系与体积公式的综合

【典例】(学科内综合题) 某圆柱形容器的底面半径为 5 cm, 高为 50 cm, 容器内原有水的高度为 10 cm, 现准备继续加水, 用 $V \text{ cm}^3$ 表示新注入水的体积, 求出 V 的取值范围.

解: 容器上部空的部分的体积为 $5^2 \pi \times (50 - 10) = 1000 \pi (\text{cm}^3)$, 所以新注入水的体积的取值范围是 $0 \leq V \leq 1000 \pi$.

点拨: 新注入水的体积的最大值为容器上部空的部分的体积.

综合角度 2: 不等关系与物理学科中的天平知识的综合

【典例】(跨学科综合题) “●”、“■”、“▲”表示三种不同的物体, 用天平比较它们质量的大小, 两次比较的情况如图 1-1-2 所示, 将“●”、“■”、“▲”这三种物体按质量从大到小的顺序排列, 应是什么?

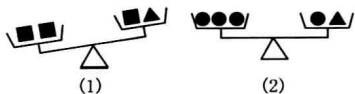


图 1-1-2

解: 按质量从大到小的顺序排列为“■”、“▲”、“●”.

冰岛火山: 是指位于冰岛首都雷克雅未克以东 125 公里的艾雅法拉火山. 该火山于当地时间 2010 年 4 月 14 日凌晨 1 时(北京时间 9 时)开始喷发.

Hot 点

点拨:图(1)中“■”>“▲”;图(2)中“▲”=“●●”.

(二)应用能力培养

◆应用领域:在日常生活和社会实践中,例如经济增长、利润、储蓄利息、工程预算等问题中若反映各量之间的关系是不等关系,则需列不等式加以解决.

【典例】某商店先从广州以每件15元的价格购进某种商品10件,后来又深圳以每件12.5元的价格购进同一种商品40件,如果商店销售这些商品时,每件定价 x 元,获得大于12%的利润,用不等式表示上述问题中的不等关系,并检验 $x=14$ 是否能使不等式成立?

解:根据题意可列出不等式为: $\frac{50x-650}{650} \times 100\% > 12\%$,把 $x=14$ 代入左边得

$$\frac{700-650}{650} = \frac{50}{650} = \frac{1}{13} \approx 7.7\%, \text{因为 } 7.7\% \text{ 不大于 } 12\%, \text{ 故 } x=14 \text{ 不能使不等式成立.}$$

点拨:通过本例可以看出,在处理实际问题中的不等关系时,应根据题意先找出它们的数量关系式,然后按题目要求确定相应不等式,此类题既考查了我们的读题能力,又考查了我们分析问题的能力,体现了数学在实际问题中的价值.

差距点睛:解答这类题目,找数量关系式是同学们的易错点,认真审题、掌握基本公式是解决问题的关键.本题的数量关系:商品的销售利润率 = $\frac{\text{销售价格} - \text{成本价格}}{\text{成本价格}} \times 100\%$.当销售价格为 x 元/件时,销售利润率应为

$$\frac{50x - 10 \times 15 - 40 \times 12.5}{10 \times 15 + 40 \times 12.5} \times 100\% = \frac{50x - 650}{650} \times 100\%.$$

(三)创新能力培养

【典例】(新定义型题)现规定一种新运算: $a \triangle b = a \cdot b - a + b + 1$,如 $3 \triangle 4 = 3 \times 4 - 3 + 4 + 1$.请比较下列两式的值的大小: $(-3) \triangle 4$ _____ $4 \triangle (-3)$ (填“<”、“=”或“>”).

思维点击:认真理解题意,弄清新运算“ $\triangle$ ”的运算法则是解题的关键.解答这类题目有利于培养同学们的发散思维能力.

解: > 点拨:先将两式化简,然后进行大小比较. $(-3) \triangle 4 = (-3) \times 4 - (-3) + 4 + 1 = -12 + 3 + 4 + 1 = -4$, $4 \triangle (-3) = 4 \times (-3) - 4 + (-3) + 1 = -12 - 4 - 3 + 1 = -18$,而 $-4 > -18$,故 $(-3) \triangle 4 > 4 \triangle (-3)$.

差距点睛:本题在化简两式时,要用到新运算法则和一般运算法则,因此同学们易出现混淆.解题时应注意:先用新运算法则转化掉“ $\triangle$ ”后,再利用一般运算法则进行化简即可.

(四)中考能力培养

中考点击:中考对本节内容主要考查用不等式表示取值范围和列不等式,多以选择题、填空题的形式出现,难度不大,分值为3~4分,掌握表示不等关系的关键词的含义,如“非负数”、“至多”、“不大于”、“不小于”、“不超过”等,是解决此类问题的关键所在.

倒春寒:是指初春(一般指3月)气温回升较快,而在春季后期(一般指4月或5月)气温较正常年份偏低的天气现象.

【考题1】(2010, 南宁, 3分)图1-1-3中, 每个小正方形的边长为1, $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 的大小关系是()

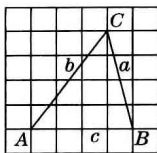


图1-1-3

A. $a < c < b$

B. $a < b < c$

C. $c < a < b$

D. $c < b < a$

解:C 点拨:由图形知 $c = AB = 4 = \sqrt{16}$, $a = BC = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$, $b = AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25}$, 所以 $c < a < b$.

【考题2】(2009, 常德, 3分)设 $a = 2^0$, $b = (-3)^2$, $c = \sqrt[3]{-9}$, $d = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$, 则 a, b, c, d 按从小到大的顺序排列正确的是()

A. $c < a < d < b$

B. $b < d < a < c$

C. $a < c < d < b$

D. $b < c < a < d$

解:A 点拨:因为 $a = 2^0 = 1$, $b = (-3)^2 = 9$, $c = \sqrt[3]{-9} < 0$, $d = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{2} = 2$, 所以

以 $c < a < d < b$.



能力提升训练 (249)

- (创新题) 比一比谁更聪明: 找一个小伙伴, 两个人轮流问答, 其中一人口述反映不等关系的题目, 另一人写出相应的不等式.
- (探究题) (1) 通过计算比较下列每组数中的两个数的大小, 在横线上填写“>”、“=”或“<”. ① 1^2 2^1 ; ② 2^3 3^2 ; ③ 3^4 4^3 ; ④ 4^5 5^4 ; ⑤ 5^6 6^5 .
(2) 通过归纳第(1)题的结果, 可以猜想 n^{n+1} 与 $(n+1)^n$ (n 为正整数) 的大小关系是什么?
(3) 根据上面的归纳猜想得到的一般结论, 可以得到 2009^{2010} 2010^{2009} (填“>”、“=”或“<”).
- (应用题) 为迎接第十九届世界水日, 积极推进水费改革, 2010年下半年某市自来水公司按如下标准收取水费: 若每户每月用水不超过 10 m^3 , 则每立方米收费 1.6 元, 若每户每月用水超过 10 m^3 , 则超过的部分每立方米收费 3 元, 小红家某月的水费不少于 25 元, 那么她家这个月的用水量 $x \text{ m}^3$ 至少是多少? 请列出不等式.

荣德基 CETC 差距学习法之第1节错误反思录

题号	错误分析	正确解法或答案	所属知识点	总结反思

午美族: 该词源于美国, “午美”, 顾名思义就是中午美容, 是指利用中午的时间去医疗美容机构美容, 以达到保养身心的目的. “午美族”取代“偷菜族”成了新流行.

Hot 点

第2节 不等式的基本性质

I 知识探究 消灭差距

一 自主学习 导思导学

(一) 预习导学 思考题

1. “不等式的两边都加上(或减去)同一个整式,不等号的方向不变”.在这个性质中关键词语“两边”是指的什么?“都”又是什么意思?“同一个”呢?

2. 你能叙述不等式的基本性质3吗?

(二) 预习导学 评估题

3. 下列变形中正确的是()

A. 由 $a < b$, 得 $\frac{1}{3}a > \frac{1}{3}b$

B. 由 $m < n$, 得 $mx < nx$

C. 由 $a > b$, 得 $-2 + 3a > -2 + 3b$

D. 由 $7x > 3x - 2$, 得 $x < -2$

4. 若 $m > n$, 则下列各式正确的是()

A. $ma^2 > na^2$

B. $\frac{m}{a^2} > \frac{n}{a^2}$

C. $-(a^2 + 1)m < -(a^2 + 1)n$

D. $m^2 > n^2$

(三) 预习效果 自主反馈

1. 不等式的基本性质1中关键词语:“两边”是指不等式的左右两边;“都”是指不等式的两边必须进行同加(或同减);“同一个”则是指所加减的整式必须相同.

2. 不等式的基本性质3:不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数,不等号的方向改变.

3. C 4. C

二 知识点探究 夯实双基

知识点1:不等式的基本性质1(重点)

◆问题情境:2003年8月3日晚8点30分,激动人心的时刻到了,“中国印·舞动的北京”正式成为第29届奥运会会徽.兴奋的王小伟连夜奋战,迅速按会徽式样画了两幅矩形宣传画,第一幅画的邻边长分别为 $3m+5$ 和 6,第二幅画的邻边长分别为 $6m+11$ 和 3,哪幅画的面积较大?

◆探究发现:第一幅画的面积为 $(3m+5) \times 6 = 18m + 30$,第二幅画的面积为 $(6m+11) \times 3 = 18m + 33$. 因为 $33 > 30$, 所以 $18m + 33 > 18m + 30$, 即第二幅画的面积大. 由以上推理可见:不等式的两边都加上(或减去)同一个整式,不等号的方向不变,这是不等式的基本性质1. 用式子表示为:如果 $a > b$, 那么 $a \pm c > b \pm c$. 不等式的基本性质1与等式的基本性质相类似,可对比等式的基本性质进行

掌握不等式的基本性质1时要注意几个关键词语:“两边”是指不等式的左右两边;“都”是指不等式的两边必须进行同加(或同减);“同一个”则是指所加减的整式必须相同.

毒筷子:央视3·15晚会曝光的毒筷子是指从生产厂家到销售商中间没有经过消毒而流向消费者的筷子.它的制作中,不但不消毒而且还使用一些工业上的化学物质来进行漂白、去污等,根本达不到国家的标准.

掌握.

◆名师归纳:不等式的基本性质1主要涉及了加、减运算,应注意不等式的两边要同时进行加减运算,而且不等式两边加上或减去的必须是同一个整式.不等式的基本性质1提供了一种对不等式进行变形的方法,是解不等式的理论依据之一.(理解并掌握)

【例】判断下列式子对不对,为什么?

(1)若 $a < b$, 则 $a - 1 < b + 1$; (2)若 $a + 3 > b + 3$, 则 $a > b$; (3)若 $a > b$, 则 $a + 1 > b + 2$; (4)若 $a - b < 0$, 则 $a < b$.

解: (1)根据不等式的基本性质1, 在不等式的两边都加上(或减去)1, 不等号的方向不变, 故 $a - 1 < b - 1$, 而 $b - 1 < b + 1$, 所以 $a - 1 < b + 1$, 所以(1)是正确的; (2)根据不等式的基本性质1, 在不等式的两边都减去3, 不等号的方向不变, 所以(2)是正确的; (3)根据不等式的基本性质1, 在不等式的两边都加上(或减去)一个数时, 不等号的方向不变, 这个数应该相同, 所以(3)不正确; (4)根据不等式的基本性质1, 在不等式的两边都加上 b , 不等号的方向不变, 所以(4)是正确的.

点拨: 不等式的基本性质1是解决此题的关键.

知识点2: 不等式的基本性质2(重点)

◆问题情境: 某商场有A、B两种服装, A种服装的标价为 x 元, 高于B种服装的标价 y 元, 后因服装积压, 都进行打八折出售, 那么哪种服装价格高? 为什么?

◆探究发现: 我们知道 $2 > 1$, $2 \times 3 > 1 \times 3$, $2 \div 3 > 1 \div 3$, 由此我们可以得出: 因为 $x > y$, 所以 $80\%x > 80\%y$, 所以都打八折后A种服装价格高, 可见, 不等式的两边都乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变, 这是不等式的基本性质2. 这个性质用式子表示为: 如果 $a > b$, $c > 0$, 那么 $ac > bc$ (或 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$).

◆名师归纳: 不等式的基本性质2是通过在不等式两边同乘以(或除以)同一个正数对不等式进行变形, 变形的结果是不等号的方向不改变, 它也是解不等式的理论依据之一.(灵活运用)

【例】判断下列式子对不对, 为什么?

(1)若 $\frac{1}{2}x < 3$, 则 $x < 6$; (2)若 $2x > 5$, 则 $x > \frac{5}{2}$; (3)若 $2x > y$, 则 $2x > 3y$; (4)若 $\frac{1}{a} > -3$, 则 $1 > -3a$.

解: (1)根据不等式的基本性质2, 不等式的两边都乘以2, 不等号的方向不变, 所以(1)是正确的; (2)根据不等式的基本性质2, 不等式的两边都除以2, 不等号的方向不变, 由于 $5 \div 2 = \frac{5}{2}$, 所以(2)不正确; (3)根据不等式的基本性质2, 不等式的两边都乘以3, 不等号的方向不变, 由于左边没有乘以3, 所以(3)不正确; (4)根据不等式的基本性质2, 不等式的两边同乘以(或除以)同一个正数时, 不等号不改变方向, 而题中的 a 可

学习性质2时, 首先要注意它的“两同”要求, 即(1)同时乘以(或除以); (2)同一个正数. 其次要正确理解“不等号方向不变”的含义, 它是指如果原来是“ $>$ ”, 那么变化后仍是“ $>$ ”; 如果原来是“ $<$ ”, 那么变化后仍是“ $<$ ”.

正可负,所以(4)不正确.

点拨 根据不等式的基本性质2解答问题,应注意:将不等式的两边都乘以(或除以)含有字母的式子,一定要考虑含字母的式子的取值范围.

知识点3:不等式的基本性质3(难点、易错点)

◆名师归纳: 不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数,不等号的方向改变.这是不等式的基本性质3.用式子表示为:如果 $a > b, c < 0$, 那么 $ac < bc$ (或 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$). 性质3是通过在不等式两边同乘以(或除以)同一个负数对不等式进行变形,变形的结果是不等号的方向发生改变,它同样也是解不等式的理论依据之一.(理解并掌握)

◆知识点拓展 不等式除具有上述三条基本性质外,还具有:(1)互逆性:若 $a > b$, 则 $b < a$; 若 $b < a$, 则 $a > b$. (2)传递性:若 $a > b, b > c$, 则 $a > c$.

◆差距指示灯: 运用不等式的基本性质3时忘记改变不等号的方向而出错误.

【例】 若 $a > b$, 当不等式两边都乘以 c , 则结果怎样?

错解 由于 $a > b$, 根据不等式的性质, 两边都乘以 c 得 $ac > bc$.

错解分析 本题的错解之处是直接吧 c 理解为正数, 运用了不等式的基本性质2, 由于 c 可能是正数, 也可能是0或负数, 所以上述解法是片面的, 应分三种情况进行讨论.

正解 当 $c > 0$ 时, 根据不等式的基本性质2, 两边都乘以 c , 得 $ac > bc$; 当 $c = 0$ 时, 左边 $ac = 0$, 右边 $bc = 0$, 所以 $ac = bc$; 当 $c < 0$ 时, 根据不等式的基本性质3, 两边都乘以 c , 得 $ac < bc$.

知识点4:运用不等式的基本性质对不等式进行变形(重点)

◆名师归纳 在不等式的变形中, 经常将不等式化为最简形式, 即 $x > a (x \geq a)$ 或 $x < a (x \leq a)$ 的形式. 不等式变形的一般步骤:(1)先确定原不等式;(2)观察出变形是在原不等式两边如何变换而得到的(主要分析是同加減或同乘除一个什么整式);(3)若是同加減某一整式, 可不考虑此整式的符号, 直接应用基本性质1; 若是同乘除某一整式, 应先判断出整式的符号(作为除数时, 此整式不能为0). 当整式为正时, 用基本性质2; 当整式为负时用基本性质3.(灵活应用)

◆知识点拓展 “移项”是等式的一种变形, 其依据是等式的基本性质1; 不等式依据它的基本性质1可以进行移项, 比如 $x - 1 > 0$ 中的“-1”可以“移项”至不等式的右边变为“1”, 即 $x - 1 > 0$ 可变形为 $x > 1$.

【例】 根据不等式的基本性质, 把下列不等式化为 $x > a (x \geq a)$ 或 $x < a (x \leq a)$ 的

性质3与性质2 一样, 主要涉及了乘除运算, 但两者是有区别的, 性质2是同时乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变; 性质3是同时乘以(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变. 同学们可将性质3与性质2进行对比记忆. “预习导学评估题”4题在A、B中, 若 $a = 0$, 都不成立; C中, 因 $-(a^2 + 1) < 0$ 所以在 $m > n$ 两边都乘以 $-(a^2 + 1)$ 后不等号的方向改变, 得 $-(a^2 + 1)m < -(a^2 + 1)n$, 这是易出错的地方; D中, 如当 $-1 > -2$ 时, 两边平方后为 $1 < 4$, 故应选C.

玉树地震: 是指青海省玉树县2010年4月14日发生的地震, 最高震级7.1级, 地震震中位于县城附近.

形式: (1) $\frac{1}{2}x \leq \frac{1}{2}(6-x)$; (2) $-3x+2 < 2x+3$.

解: (1) 根据不等式的基本性质 1, 两边都加上 $\frac{1}{2}x$, 得 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x \leq \frac{1}{2}(6-x) + \frac{1}{2}x$, 即 $x \leq 3$; (2) 根据不等式的基本性质 1, 两边都减去 $(2x+2)$, 得 $-3x+2-2x-2 < 2x+3-2x-2$, 即 $-5x < 1$. 再根据不等式的基本性质 3, 两边都除以 -5 , 得 $x > -\frac{1}{5}$.

点拨: 在不等式的变形中, 变形中的每一步都必须符合不等式的基本性质, 其中不等式的基本性质 3 是三个性质中的重中之重. 在运用时一定要注意改变不等号的方向.



随堂基础达标练习 (249)

1. (知识点 1) 若 $x < y$, 则下列四个不等式中正确的是 ()

A. $x + \frac{1}{5} < y - \frac{1}{5}$ B. $x - \frac{1}{2} < y - \frac{1}{2}$ C. $x - \frac{1}{2} > y - \frac{1}{2}$ D. $x + \frac{1}{3} > y + \frac{1}{3}$

2. (知识点 1、3) 若 $a-b < 0 (a \neq 0, b \neq 0)$, 则下列各式中一定成立的是 ()

A. $a > b$ B. $ab > 0$ C. $\frac{a}{b} < 0$ D. $-a > -b$

3. (知识点 1、2、3) 如果 $a > b$, 那么下列结论中, 错误的是 ()

A. $a-3 > b-3$ B. $3a > 3b$ C. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ D. $-a > -b$

4. (知识点 1、2) 当 x _____ 时, 代数式 $5x-1$ 小于 $3x+2$.

5. (知识点 4) 将下列各式化为“ $x < a (x \leq a)$ ”或“ $x > a (x \geq a)$ ”的形式:

(1) $x-3 < -5$; (2) $6x > 5x+7$; (3) $-\frac{7}{2}x-3 < 4$; (4) $-7x-5 > -9x+3$; (5) $mx-1 \leq 0$ (其中 $m < 0$).

6. (知识点 2、3, 一题多变题) 若 $m+5 > n+5$, 则 $-m$ _____ $-n$ (填“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”号).

(1) 一变: 已知 $ac > bc$, 且 $c < 0$, 则 a _____ b .

(2) 二变: 若 $m+5 > n+5$, x 为任意有理数, 则下列不等式一定成立的是 ()

A. $mx > nx$ B. $mx^2 > nx^2$ C. $m+x > n$ D. $8m > 8n$

II 能力养成 综合培优



题型展示 培养能力

(一) 综合能力培养

综合角度 1: 不等式的基本性质与方程组的综合

【典例】(学科内综合题) 已知方程组 $\begin{cases} 2x+y=3m+1, & \textcircled{1} \\ x-y=2m-1. & \textcircled{2} \end{cases}$

微博: 即微博客的简称, 是一个基于用户关系的信息分享、传播以及获取平台, 用户可以通过 WEB、WAP 以及各种客户端组件个人社区, 以 140 字左右的文字更新信息, 并实现即时分享.

Hot 点

(1)试列出使 $x > y$ 成立的关于 m 的不等式;

(2)运用不等式的基本性质将(1)中的不等式化为 $m > a$ 或 $m < a$ 的形式.

解:(1)由①+②,得 $3x=5m$,即 $x=\frac{5}{3}m$.由①-② $\times 2$,得 $3y=-m+3$,即 $y=\frac{-m+3}{3}$.依题意 $x > y$,有 $\frac{5}{3}m > \frac{-m+3}{3}$; (2)根据不等式的基本性质 2,在不等式 $\frac{5}{3}m > \frac{-m+3}{3}$ 的两边都乘以 3,得 $5m > -m+3$.根据不等式的基本性质 1,在不等式 $5m > -m+3$ 的两边都加上 m ,得 $6m > 3$.根据不等式的基本性质 2,在不等式 $6m > 3$ 的两边都除以 6,得 $m > \frac{1}{2}$.

点拨:(1)中要求列出使 $x > y$ 成立的关于 m 的不等式,需要用含有 m 的代数式表示出 x 和 y . (2)中根据不等式的基本性质,对不等式进行变形,这是解题的关键.

差距点睛:要实现用含有 m 的代数式表示出 x 和 y 这一目的,同学们往往束手无策.实际上,把 m 看作常量,用“代入法”或“加减法”解关于 x 、 y 的二元一次方程组即可实现这一目的.

综合角度 2: 不等式的性质与物理杠杆平衡原理知识的综合

【典例】(跨学科综合题)假设某店有一架左、右臂长不等的天平,当顾客购买质量为 $2m$ kg 的货物时,营业员先在左盘放上 m kg 的砝码,右盘放上货物,待天平平衡后把货物给顾客,然后右盘放砝码,左盘放货物,这样,营业员认为顾客两次共得到货物 $2m$ kg,你认为这种交易公平吗?谁吃亏了?

解:不公平,商店吃亏了.设天平左臂长为 a cm,右臂长为 b cm($a \neq b$),顾客第一次得到货物 x kg,第二次得到货物 y kg,则 $am = bx$, $ay = bm$.所以 $x = \frac{am}{b}$, $y = \frac{bm}{a}$.所以顾客两次得到货物 $(x+y)$ kg,即 $\frac{m(a^2+b^2)}{ab}$ kg,由于 $\frac{m(a^2+b^2)}{ab} - 2m = \frac{m(a-b)^2}{ab}$,且 $a \neq b$,所以 $(a-b)^2 > 0$,所以 $\frac{m(a-b)^2}{ab} > 0$,即 $x+y > 2m$.所以这种交易不公平,商店给顾客的货物的质量大于 $2m$ kg,商店吃亏了.

点拨:本题综合考查了杠杆平衡原理及不等式的知识,关键在于由杠杆原理得到方程,求出实际卖出货物的质量,然后用作差法比较与 $2m$ 的大小.

(二)应用能力培养

◆应用领域:在日常生活和社会实践中,人们经常应用不等式知识解决生活中商品买卖等方面的问题,寻找实际生活中的不等关系列出不等式,把实际问题转化成数学问题,再借助不等式的基本性质进行分析,可得答案.

【典例】小明从一个鱼摊上买了 3 条鱼,平均每条 a 元,又从另一个鱼摊上买了 2 条鱼,平均每条 b 元,后来他又以平均每条 $\frac{a+b}{2}$ 元的价格把鱼全部卖给了小亮,结果他

两个人轮流报数,所报的第一个数必须是 1~9 中的某个数,以后报的数必须比对方刚才所报的数大 1~10.如果报出 15 的人为获胜者,那么首先报几的人一定获胜.
答案:4.



赔了钱,原因是()

A. $a > b$

B. $a < b$

C. $a = b$

D. 与 a 和 b 的大小无关

解:A 点拨:由已知条件得 $\frac{5(a+b)}{2} - (3a+2b) = \frac{b-a}{2} < 0$, 根据不等式的基本性质 3, 两边都乘以 -2 , 得 $a-b > 0$. 根据不等式的基本性质 1, 两边都加上 b , 得 $a > b$, 故应选 A.

(三) 探究能力培养

【典例】(1) 请你任意写出 5 个正的真分数: _____, _____, _____, _____, _____, 给每个分数的分子和分母都加上同一个正整数得到五个新分数: _____, _____, _____, _____, _____;

(2) 比较原来每个分数与对应新分数的大小, 可以得出下面的结论: 一个真分数 $\frac{a}{b}$ (a, b 均为正整数), 给其分子、分母都加上同一个正整数 m , 得 $\frac{a+m}{b+m}$, 则两个分数的大小关系是: $\frac{a+m}{b+m}$ _____ $\frac{a}{b}$;

(3) 请你用文字叙述(2)中结论的含义: _____;

(4) 你能用图形的面积说明这个结论吗?

解: (1) $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{1+1}{2+1} = \frac{2}{3}; \frac{1+5}{3+5} = \frac{3}{4}; \frac{1+2}{4+2} = \frac{1}{2}; \frac{2+2}{3+2} = \frac{4}{5}; \frac{3+7}{4+7} = \frac{10}{11}$

(2) > (3) 给一个正的真分数的分子、分母都加上同一个正整数, 得到的新分数大于原来的分数 (4) 如图 1-2-1 所示, 因为 $\frac{a}{b}$ 是正的真分数, 所以 $b > a > 0$. 根据面积公式,

得 $S = ab, S_1 = bm, S_2 = am$. 由图可以看出, $S + S_1 > S + S_2$ 即 $ab + bm > ab + am$. 故 $b(a+m) > a(b+m)$, 根据不等式的基本性质 2, 两边都除以 $b(b+m)$, 得 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$. 点拨: 体会由特殊到一

般的探究思想, 根据 $\frac{a+m}{b+m}$ 与 $\frac{a}{b}$ 的形式, 所构造的图形中必须出

现边 $a+m, b+m, a, b$.

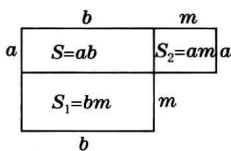


图 1-2-1

(四) 中考能力培养

中考点击: 本节不等式的基本性质是解一元一次不等式(组)及不等式变形的主要依据, 因此这部分知识是中考的必考内容, 有时单独考查, 有时和坐标、二元一次方程组综合考查, 一般以选择题、填空题的形式出现, 分值为 3~4 分.

【考题】(2010, 衡阳, 3 分) 函数 $y = \sqrt{x-5}$ 中, 自变量 x 的取值范围是()

A. 全体实数

B. $x \neq 5$

C. $x \geq 5$

D. $x \leq 5$

解:C 点拨: 要求自变量的取值范围, 只需求使 $\sqrt{x-5}$ 有意义的 x 的范围, 即 $x \geq 5$.

一群猴子分两队, 高高兴兴在游戏. 八分之一再平方, 蹦蹦跳跳树林里. 其余十二高声喊, 充满活跃的空气. 请问总数是多少, 两队猴群在一起?

答案: 16 或 48.



二

能力提升训练 (250)

1. (创新题) 已知在数轴上表示 a, b, c 三个数的点的位置如图 1-2-2 所示, 请你写出三个含 a, b, c 的正确的不等式.
2. (创新题) 小芳和爸爸、妈妈三人玩跷跷板, 三人的体重一共为 150 千克, 爸爸坐在跷跷板的一端, 体重只有妈妈一半的小芳和妈妈一同坐在跷跷板的另一端, 这时, 爸爸的那一端仍然着地, 请你指出小芳可能的一种体重.
3. (应用题) 小王家里装修, 他去商店买灯, 商店柜台里现有功率为 100 瓦的白炽灯和 40 瓦的节能灯, 它们的单价分别为 2 元和 32 元, 经了解得知这两种灯的照明效果和使用寿命一样, 已知小王家所在地的电价每度为 0.5 元, 请问当这两种灯的使用寿命超过多长时间时, 小王选择节能灯才合算 (用电量(度) = 功率(千瓦) × 时间(小时))?

图 1-2-2

温馨提示

卓越始于坚持! 每个“错误反思录”都是你自己的错误博物馆的新成员, 解决错误是将阻碍转变为财富的最佳路径. 想为你的智慧财富加分吗? 那就请依照第 1 节后“错误反思录”的格式, 认真填写“错误反思录”吧!

第 3 节 不等式的解集

I 知识探究 消灭差距

一

自主学习 导思导学

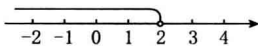
(一) 预习导学思考题

1. 什么是不等式的解? 什么是不等式的解集?
2. 什么叫解不等式? 你能通过预习说说解不等式的主要依据吗?

(二) 预习导学评估题

3. 下列各数中不是不等式 $x \leq 0$ 的解的是 ()
A. 0 B. -1 C. 1 D. -8
4. 下列不等式的解集中, 不包括 -4 的是 ()
A. $x \leq -4$ B. $x \geq -4$ C. $x \leq -5$ D. $x \geq -5$

5. 如图 1-3-1 所示, 用不等式表示图中所示的解集, 其中正确的是 ()



- A. $x \geq 2$ B. $x \leq 2$ C. $x < 2$ D. $x > 2$

图 1-3-1

(三) 预习效果自主反馈

1. 能使不等式成立的未知数的值叫做不等式的解; 一个含有未知数的不等式的所有解, 组成这个不等式的解集, 即不等式的所有解组成的集合.

2. 求不等式解集的过程叫做解不等式. 解不等式的主要依据是不等式的基本性质.

有 6 个人都是 4 月 11 日出生的, 并且都属猴. 某一年他们岁数的连乘积为 17597125, 这一年他们的岁数之和是多少?

答案: $1+25+49+85+13+13=186$.