

預測方法

—理論與實例—

郭明哲著

中興經營管理叢書

預測方法

—理論與實例—

郭明哲著

中興管理顧問公司

發行

中華民國六十五年五月初版
中華民國六十八年七月三版
中興經營管理叢書

預測方法——理論與實例

精裝本實價新臺幣二百元整

郭 明 哲 著

發行者 中興管理顧問公司

臺北市民生東路六十六號 新力大樓五樓

電話：五六一六三五六・五六一六三五七

郵政劃撥儲金戶第 100952 號

印刷者 一昇印刷有限公司

臺北市敦化南路 362 巷 69 弄 17 號

電話：七七一三三八三・七八一八二一三

s23/15 B000190

緒 言

預測係對於某事物未來可能演變的情形，事先予以推測。吾人對任何事物從事預測時，如欲預測結果可信賴，必須蒐集預測該事物所需的資料，以科學的方法將此等資料妥予整理與分析，由此獲得合理的預測值。本書內容除提供各種科學的預測方法與技術外，尚舉述許多應用實例與例題，期能做到理論與應用並重。讀者念完此書後，除能擁有足夠的計量預測技術外，對於實際遭遇的種種預測問題，並能知悉應蒐集那些資料如何進行計量預測工作。

社會活動與自然現象，都有形形色色的預測問題需予求解。預測的結果，廣泛應用於經濟政策與計劃之研擬、企業經營方針與計劃之研訂、最佳策略或決策方案之選擇、未來可能發展情形之探討等等，故具備各種科學化的預測技術，並能正確運用於解答種種預測問題時，在衆多學科領域都將有發揮作用之處。

本書所介紹的預測方法與技術，屬於計量方法的運用。對於預測問題的處理，將依所選擇的方法與技術，以及蒐集的有關資料，求出預測模式，再藉此模式求算預測值。這類方法與技術散見於統計學、計量經濟學、系統分析學等等學科的書籍、期刊、與論文中。著者網羅此等來源中的精華且實用部份，有系統地撰成本書共十九章。書中全部資料曾做為著者在國立交通大學管理科學研究所所授「預測方法」課程教材，部份資料並曾當做中國石油公司「預測技術與應用」講習班講義。在著者的工作經驗中，發現企業經營甚多實務，都需依賴此等計量預測技術的運用，獲得可靠的預測數字，以供進一步利用。

關於預測方法的分類法，各專家學者分法並不一致。在本書第1章中依著者的見解，分為產業關連分析、計量經濟模式分析、與時間系列分析等三大類。使用每一類方法所建立的預測模式，分別稱為產業關連模式、計量經濟模式、與時間系列模式。每一類預測方法都有它的適用範圍、使用條件、與方法特性，吾人應用時必須慎選之。欲

利用蒐集的有關資料建立各類預測模式，分別有多種技術可供使用，本書第2至19章即介紹此等技術之理論、公式、特性、應用程序、小型應用例題等等，以及大型應用實例。

計量預測技術在企業經營的甚多方面經常應用，一般企業界經理、幕僚人員、與技術人員如欲瞭解及應用此等技術，本書將能提供一切所需的。又國內管理科學、企業管理、工業工程、系統分析、統計、計量經濟等科系的研究所或大學三、四年級授預測方法課程時，本書可做為教材，選課者必須已修習統計學。介紹預測技術的短期講習班採用本書為教材時，可僅授第1、6、7、10、12、16、17、18等八章，就能使學員具備計量預測技術的基本知識與應用能力。

本書之出版，承蒙中國石油股份有限公司、國立交通大學工學院管理科學研究所、及中興管理顧問公司等單位之鼎力支持，謹此一併深致謝忱。

著 者 謹 識

民國六十五年一月一日

目 錄

第1章 預測方法類別	1
一、產業關連分析	1
二、計量經濟模式分析	2
三、時間系列分析	4
第2章 產業關連分析	9
一、投入產出表與 Leontief 矩陣	9
二、產業關連分析之一般模式	11
三、靜態 Leontief 模式	13
四、動態 Leontief 模式	17
第3章 計量經濟模式分析	21
一、計量經濟模式之內容	21
二、構成計量經濟模式方程式之分類	24
三、建立計量經濟模式之步驟	26
四、利用計量經濟模式求預測值之方法	29
第4章 時間系列分析	31
一、時間系列模式	31
二、分析時間系列之程序	31
三、時間系列四因子之分析	33
四、預測時間系列變化之程序	35
五、循環變動因子分析法與預測法之探討	36
第5章 時間系列分析實例一	39
問題（陳述問題及給予資料）	39
一、最簡單之預測	39
二、長期趨勢變動之確定	40

三、季節變動之確定	41
四、利用長期趨勢變動與季節變動預測1962年每月銷售量	43
五、即時利用最近實際銷售量以移動平均法預測次月銷售量	44
六、即時利用最近實際銷售量以指數平滑法預測次月銷售量	48
七、其他預測方法	52
八、各種預測方法結果之比較及討論	52
第6章 時間系列分析實例二	55
問題（陳述問題及給予資料）	55
一、被中心化的12個月移動平均數之計算	55
二、季指標之推求	59
三、季節指標之其他求法	64
四、長期趨勢之推求	64
五、調整季節變動資料之求算	67
六、調整季節變動與長期趨勢後的資料之求算	68
七、分析循環變動與不規則變動之可能性	70
八、1956與1957年全年耗電量之預測	70
九、1956與1957年每月耗電量之預測	71
第7章 時間系列分析實例三	75
問題（陳述問題及給予資料）	75
一、被中心化的12個月移動平均數之計算	75
二、季節樣式特性之識別	76
三、修勻每月季節指標之推求與預測	79
四、長期趨勢之推求	86
五、調整季節變動資料之求算	87
六、調整季節變動與長期趨勢後的資料之求算	88
七、1962年與1963年全年與每月耗電量之預測	90
第8章 數種簡易平均法	93
一、算術平均法	93

二、幾何平均法.....	100
三、調和平均法.....	104
四、加權平均法.....	108
第9章 移動平均法	113
一、移動平均法之基本公式.....	113
二、移動平均法之特性.....	118
三、移動平均法之用途.....	119
第10章 指數平滑法	121
一、離散指數平滑法之基本公式.....	121
二、連續指數平滑法之基本公式.....	125
三、多重指數平滑法之基本公式.....	128
四、多項式預測模式之形式.....	130
五、指數平滑法之基本定理.....	131
六、低次多項式預測模式之基本公式.....	136
七、求多項式預測模式所需初值之估算.....	140
八、求多項式預測模式所需平滑常數之擇定.....	140
九、預測誤差之測定.....	142
十、指數平滑法之特性.....	143
十一、指數平滑法之用途.....	144
第11章 累積法	145
一、累積法之基本公式與應用以擬合一多項式之方法.....	145
二、應用累積法擬合一直線之方法.....	147
三、應用累積法擬合一拋物線之方法.....	156
四、累積法之優點與用途.....	163
第12章 最小二乘法	165
一、擬合線型方程式之最小二乘法.....	165
二、Gauss-Markov 定理	173

三、擬合特殊方程式之最小二乘法	178
四、擬合推理曲線之最小二乘法	185
五、擬合方程式之擬合優劣度	196
六、最小二乘法之特性與用途	199
第13章 迴歸分析與相關分析	203
一、介紹	203
二、單重迴歸分析之基本公式	205
三、關係密切度之測定	207
四、單重相關分析之基本公式	211
五、自變數與因變數互換產生之問題	217
六、多重迴歸分析之基本公式	220
七、多重相關分析之基本公式	222
八、偏相關係數之定義與計算公式	224
九、非線型迴歸與相關分析問題之處理	226
十、迴歸與相關分析在預測方面之應用	227
第14章 單重迴歸與相關分析實例	231
問題(陳述問題及給予資料)	231
一、迴歸方程式之求算	232
二、兩變數線型關係密切度之計算	234
三、樣品相關係數之計算	236
四、因變數預測值之推求	237
第15章 多重迴歸與相關分析實例	239
問題(陳述問題及給予資料)	239
一、多重迴歸方程式之求算	240
二、多變數線型關係密切度之計算	242
三、樣品多重相關係數之計算	244
四、偏相關係數之計算	245
五、因變數預測值之推求	246

第16章 多項目之迴歸分析	247
一、一般迴歸分析項目	247
二、迴歸分析之一般線型模式與基本假設	247
三、一般迴歸分析項目之計算公式	251
四、Durbin-Watson 檢定	257
五、自我相關存在場合的諸迴歸係數之求算法	262
六、多重共線性存在場合之處理方法	266
第17章 多項目之迴歸分析實例	273
問題（陳述問題及給予資料）	273
一、諸迴歸係數估計值之計算	273
二、諸迴歸係數標準差估計值之計算	276
三、諸迴歸係數信賴區間之計算	277
四、因變數與諸自變數的測定係數與相關係數之計算	277
五、迴歸方程式因變數的變異數估計值與標準差估計值之計算	278
六、所有迴歸係數整體的 F 檢定之結果	278
七、諸迴歸係數個別的 t 檢定之結果	279
八、Durbin-Watson 檢定之結果	280
九、因變數預測值之推求	282
第18章 彈性係數在預測方面之應用	285
一、彈性係數之定義與種類	285
二、內生與某外生變數項皆為對數形式模式之求預測值	288
三、內生與某外生變數分別為原來與對數形式模式之求預測值	289
四、內生與某外生變數分別為對數與倒數形式模式之求預測值	292
五、全對數逆函數形式模式之求預測值	294
六、線型函數形式模式之求預測值	297

第19章 關於預測之各種問題	301
一、影響預測精確性之因素	302
二、常用的數種預測精確度之定義式	302
三、直接與間接預測因變數兩種方法精確性之比較	307
四、計量經濟模式之變數種類	310
五、聯立方程式模式與連鎖模式	313
六、衆多模式之建立與最佳模式之選擇	314
七、預測值調整之必要性與調整法則	319
八、迴歸方程式因變數估計值的標準差與信賴區間之計算	321
附錄1 習題	327
附錄2 參考文獻	341
附錄3 中英名詞對照表	347

第 1 章 預測方法類別

預測指隨時間而變的社會活動或自然現象，於事先予以推測。視問題之性質，吾人可採用下列三類預測方法之一，進行預測工作：

一、產業關連分析 (Interindustry Analysis)

1. 內容：把相關產業之間的各種投入 (Input) 與產出 (Output) 之相互關係，用多元一次聯立方程式表出 (有時附加一個線型目標函數)，並進行計量分析工作。這種分析稱為產業關連分析或投入產出分析 (Input-Output Analysis)。

2. 用途：研究今後由於經濟上的原因、技術上的因素等等，使國家社會經濟結構引起大變化時，某種產業將遭受何種及何程度的影響。把此等事項事先正確預測後，即可據此制定企業機構的正確經營方針。

3. 實例：給與下表之資料：

表一 相關產業之投入產出係數表
(表中數字以億元/億元為單位)

消費 者 生產 者	鐵 路 運 輸 業	鋼 鐵 業	煤 業	其他工業
鐵 路 運 輸 業	0.08	0.07	0.09	0.08
鋼 鐵 業	0.08	0.11	0.18	0.26
煤 業	0.17	0.14	0.09	0.05
其 他 工 業	0.42	0.29	0.18	0.34

上表為投入產出係數表。表中之數字，亦可視為單位是億元，以第二行為例，表示鋼鐵業每產出價值 1 億元之鋼鐵，計需使用價值 0.07 億元之鐵路運輸、0.11 億元之鋼鐵、0.14 億元之煤、及 0.29 億元之其他工業產出為其投入。表中其他各行數字含義同理可推得。

與諸產業有關者，另有一種稱為終極需求消費者（Final Demand Consumer），祇消費諸產業之產出而不提供任何諸產業所需投入。屬這種消費者，例如外銷商、家庭用戶等等，它們之需求稱為終極需求（Final Demand）。

假設鐵路運輸、鋼鐵、煤、及其他工業之終極需求量分別擬定為 6 億元、14 億元、2 億元、及 12 億元，並令此情形下此四項產業所需產出分別為 x ， y ， z ， w 億元，則

$$0.08x + 0.07y + 0.09z + 0.08w + 6 = x$$

$$0.08x + 0.11y + 0.18z + 0.26w + 14 = y$$

$$0.17x + 0.14y + 0.09z + 0.05w + 2 = z$$

$$0.42x + 0.29y + 0.18z + 0.34w + 12 = w$$

此為一組四元一次聯立方程式，甚易解得 x ， y ， z ， w 之值，而得四項產業所需產出價值之預測值。

投入產出表有多種修正形式，每種形式有其特殊的分析方法。很多經濟學、統計學、線型規劃（Linear Programming）、作業研究（Operations Research）、預測技術等方面的文獻，對產業關連問題均作不同深度的探討。有些除列出類似上面的一組限制式（Constraints）外，更增列求產出總利潤最大之目標函數，而得一稱為靜態 Leontief 模式（Static Leontier Model）之線型規劃問題。更有准許每時期有未用竭之產出，而得另一種稱為動態 Leontief 模式（Dynamic Leontief Model）之動態規劃問題。這類模式及其解法之參考文獻，例如 Saul I. Gass 所著 Linear Programming Chapter 11。

二、計量經濟模式分析（Analysis of Econometric Model）

1. 內容：與擬預測事物有密切關係之諸經濟因素予以檢出，並研究擬預測事物與此等因素間之關係，建立表其間關係之計量經濟模式，然後用此模式從事預測工作。這種預測方法，因需利用過去、現在、及未來的外部情報，故又稱為「外部型預測方法（Extrinsic

Forecasting Method)」。

2. 用途：政府或企業機構從事各種事物的長短期預測，時常利用計量經濟模式分析之方法。預測事物例如：全國經濟成長之預測、某些商品（例如汽車、電纜、電視機等等）需求量之預測等等。

3. 實例：隨意抽查A、B、C、D、E五個家庭今年一月份之儲蓄、收入、子女數目、及最近一年內添購物品價值，得表二之資料：

表二 五個家庭本年1月份之儲蓄等四種有關資料

家庭	儲蓄 (\$/月)	收入 (\$/月)	子女 (名)	最近一年內添購 物品價值(\$)
A	600	8,000	5	12,000
B	1,200	11,000	2	6,000
C	1,000	9,000	1	6,000
D	700	6,000	3	3,000
E	300	6,000	4	18,000

今擬據表二所給數字，建立代表一家庭的表中四種數量（分別記為S\$/月，x\$/月，y名，z\$）之間關係的計量經濟模式，並利用它預測將來某時間某一個家庭之每月儲蓄。

利用迴歸分析（Regression Analysis），甚易求得本題之計量經濟模式為

$$S = 760 + 0.1054x - 38.1y - 0.0242z$$

假設三年後，某一個家庭之每月數入增加2000元，而其餘項目之數值未變，則可預測該家庭之每月儲蓄將增加

$$\begin{aligned} S' - S &= [760 + 0.1054(x + 2000) - 38.1y - 0.0242z] \\ &\quad - [760 + 0.1054x - 38.1y - 0.0242z] \\ &= 211 \text{ 元} \end{aligned}$$

又假設三年後，另一個家庭之每月收入增加1000元，子女增加1名，一年內添購物品價值減少2000元，則可預測該家庭之每月儲蓄將增加

$$S' - S = [760 + 0.1054(x + 1000) - 38.1(y + 1) - 0.0242(z - 2000)] - [760 + 0.1054x - 38.1y - 0.0242z]$$

$$-0.0242(z-2000)]$$

$$-[760+0.1054x-38.1y-0.0242z]$$

$$=116元$$

最後，假設三年後，有一個家庭之每月收入為10,000元，子女有3名，一年內添購物品價值為7000元，則可預測該家庭之每月儲蓄為

$$S' = 760 + 0.1054 \times 10,000 - 38.1 \times 3 - 0.0242 \times 7000$$

$$=1,530元$$

4. 預測步驟：

- (1) 收集與整理資料：把與擬預測事物有關之過去與未來資料盡量收集齊全，然後把此等資料有系統地按合適之方式整理，如有必要並繪製圖表用以表出某些因素之間的關係。
- (2) 建立計量經濟模式：依據經濟理論，利用數理統計技術，以數學為工具，建立表出諸有關因素間的因果關係之計量經濟模式。這種模式很多為聯立方程式之形式。
- (3) 實驗模式：把過去資料代入初步建立的模式，預測過去應發生事物。把此預測結果與過去實況比較，以確定所建模式、收集到資料、及整理資料過程之正確性，檢討如何修正模式（修正次數可很多次，直到修正模式之正確性達要求為止），以得合用之正確模式，並進行修正模式工作。
- (4) 從事預測工作：利用已修正妥善之計量經濟模式，從事未來事物之預測工作。

三、時間系列分析 (Time Series Analysis)

1. 內容：收集與整理擬預測事物之過去資料，從此等資料中找尋過去該事物隨時間而變之法則或趨勢，把它以數學模式表出，然後用此模式從事預測工作。這種預測方法並無任何理論依據，而係根據下述假設或經驗法則：「過去一種事物隨時間而變之樣式 (Pattern)，即為今後該種事物隨時間而變之樣式」。由此可知本預測方法十分

重視擬預測事物的過去實況與時間之關係。本預測方法因祇需利用過去到現在為止的內部情報，故又稱為「內部型預測方法 (Intrinsic Forecasting Method)」。

2. 用途：政府或企業機構，對於各種事物從事短期或中期預測工作時，常利用時間系列分析之方法，尤其是外部情報缺乏場合，常應用之。預測事物例如：某肥料廠之肥料銷售量、某藥廠之各種生產藥品銷售量。時間系列分析之另一重要用途為預測產業關連分析與計畫經濟模式中的自變數值。

3. 實例：給與下表之資料：

表三 某顆植物發芽後第1至第8週之高度記錄

第 x 週	1	2	3	4	5	6	7	8
高度 y 吋	1.0	1.2	1.8	2.5	3.6	4.7	6.6	9.1

試預測第八週後數週內的此顆植物之生長高度。

以 x 及 y 分別為橫座標及縱座標，把表三資料繪於座標紙上，得八個點。此等點之變化趨勢告訴吾人可用一條指數曲線 (Exponential Curve)，代表此顆植物高度隨時間而變之情形。故令 y 與 x 之關係式為

$$y = \alpha \beta^x$$

即

$$\log y = \log \alpha + x \log \beta$$

利用最小二乘法求得 $\alpha = 0.68$, $\beta = 1.38$ 。故 y 與 x 之關係式為

$$y = (0.68)(1.38)^x$$

利用該式預測得第 9、10、11、12 週之該顆植物高度 y_9 , y_{10} , y_{11} , y_{12} 為

$$y_9 = (0.68)(1.38)^9 = 12.4 \text{ 吋}$$

$$y_{10} = (0.68)(1.38)^{10} = 17.1 \text{ 吋}$$

$$y_{11} = (0.68)(1.38)^{11} = 23.5 \text{ 吋}$$

$$y_{12} = (0.68)(1.38)^{12} = 32.4 \text{ 吋}$$

4. 預測步驟：

- (1) 收集過去資料：所需收集的過去資料至少包括前3至4年期間者，如果可能，收集前10年期間者應用最爲理想。
- (2) 分析時間系列內容：從收集得的過去資料，首先分析時間系列中所含的下列四種成分：

(a) 長期趨勢 (Secular Trend)：此指擬預測事物在長時間內變動趨勢。把收集得的過去資料繪成曲線時，不難看出質的方面之長期趨勢，但量的方面之長期趨勢則須藉計算分析達成。

(b) 季節變動 (Seasonal Variation)：每年重複出現的循環變動，即屬季節變動。它是以十二個月爲週期。

(c) 循環變動 (Cyclical Variation)：以數年爲週期（各週期的長短可能不一致）的一種週期性變動，歸屬循環變動。它可能是一種景氣變動、經濟變動、或他種週期性變動。

(d) 不規則變動 (Irregular Variation)：這種變動又稱隨機變動 (Random Variation)、殘餘變動 (Residual Variation)、或雜音 (Noise)、其趨向無規則可循。它包括所有不屬 (a) 至 (c) 之任何變動。因此，包括各種偶發事故引起的變動，這類偶發事故，例如無數的小因素作用、故障、罷工、意外事故、地震、水災、惡劣氣候、戰爭、政變、法令更改、測度誤差等等。

把上述 (b) 至 (d) 的三種成分盡可能地設法去除，求出時間系列之長期趨勢。把此趨勢以圖示之，並擇定最近似之數學模式代表它。

- (3) 求算數學模式係數：把步驟(2)中選定的數學模式中之諸未知係數，使用合適的技術（例如最小二乘法）求出其值。
- (4) 利用求出模式預測未來長期趨勢並作修正：首先利用求得數學模式算出未來的長期趨勢預測值，然後以季節變動因素修正之，求得含有循環變動與不規則變動誤差之每月（或每週