

认识逻辑学

非形式谬误

三段论逻辑

谓词逻辑

逻辑谜局

命题逻辑

命题逻辑

三段论逻辑

谓词逻辑

中国式谬误

三段论逻辑 II

张存建 译 崔延强 校
余锦波 (YuKam Por) 著

逻辑的艺术

Logic: the
First Art



NLIC 2970712493

守住时间，它总是在悄悄飞逝。

我建议你们遵循一定步骤来节约时间，为了达到这个目的，
我首先推荐给你们的是学习一门逻辑学课程。

——歌德



重庆大学出版社
<http://www.cqup.com.cn>

逻辑的艺术

余锦波 (YuKam Por) 著
张存建 译 崔延强 校



NLIC 2970712493

重庆大学出版社

Yu Kam Por

Logic: The First Art 978-007-125624-5

Copyright © 2007 by The McGraw-Hill Companies, Inc.

All Rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including without limitation photocopying, recording, taping, or any database, information or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

This authorized Chinese translation edition is jointly published by McGraw-Hill Education (Asia) and Chongqing University Press. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only, excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan.

Copyright © 2011 by McGraw-Hill Education (Asia), a division of the Singapore Branch of The McGraw-Hill Companies, Inc. and Chongqing University Press.

版权所有。未经出版人事先书面许可,对本出版物的任何部分不得以任何方式或途径复制或传播,包括但不限于复印、录制、录音,或通过任何数据库、信息或可检索的系统。

本授权中文简体字翻译版由麦格劳·希尔(亚洲)教育出版公司和重庆大学出版社合作出版。此版本经授权仅限在中华人民共和国境内(不包括香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾)销售。

版权 © 2011 由麦格劳·希尔(亚洲)教育出版公司与重庆大学出版社所有。

本书封面贴有 McGraw-Hill 公司防伪标签,无标签者不得销售。

版贸核渝字 2009 第(098)号

图书在版编目(CIP)数据

逻辑的艺术/余锦波著;张存建译. —重庆:

重庆大学出版社, 2011. 1

书名原文: *Logic: the First Art*

ISBN 978-7-5624-5895-1

I. ①逻… II. ①余…②张… III. ①逻辑—研究

IV. ①B81

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 257423 号

逻辑的艺术

余锦波(YuKam Por) 著

张存建 译

策划编辑: 雷少波

责任编辑: 雷少波 版式设计: 雷少波

责任校对: 张洪梅 责任印制: 赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行

出版人: 邓晓益

社址: 重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A区)内

邮编: 400030

电话: (023) 65102378 65105781

传真: (023) 65103686 65105565

网址: <http://www.cqup.com.cn>

邮箱: fxk@cqup.com.cn (营销中心)

全国新华书店经销

重庆东南印务有限责任公司印刷

*

开本: 720 × 1020 1/16 印张: 13 字数: 206 千

2011 年 1 月第 1 版 2011 年 1 月第 1 次印刷

印数: 1—4 000

ISBN 978-7-5624-5895-1 定价: 29.80 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换
版权所有,请勿擅自翻印和用本书
制作各类出版物及配套用书,违者必究

目 录

1 认识逻辑学.....	1
1.1 逻辑学:第一艺术	1
1.2 逻辑学是什么	2
1.3 逻辑学的发展	4
1.4 逻辑学的应用	5
2 逻辑谜题	9
2.1 何谓逻辑谜题	9
2.2 淘汰法	10
2.3 矩阵的使用	17
3 命题逻辑 I	25
3.1 论证、前提与结论	25
3.2 字串、句子、陈述与命题	25
3.3 原子陈述与复合陈述	27
3.4 逻辑联结词	28
3.5 陈述的符号化	33
3.6 命题逻辑的合式公式	34
3.7 有效论证和无效论证	35
3.8 一些常见的论证形式	38
4 命题逻辑 II	42
4.1 其他逻辑联结词	42
4.2 复杂陈述分析	45
4.3 真值表法	47
4.4 简便方法	49
5 三段论逻辑 I	55

5.1	陈述的结构	55
5.2	直言陈述句的类型	56
5.3	韦恩图	58
5.4	直言陈述句之间的逻辑关系	61
5.5	韦恩图与逻辑关系	64
6	三段论逻辑 II	70
6.1	三段论	70
6.2	用韦恩图检验三段论的有效性	71
6.3	含三个以上词项的论证的处理	74
7	非形式谬误	82
7.1	不相干谬误	82
7.2	证据不足的谬误	85
7.3	不当预设的谬误	88
7.4	基于语言的谬误	91
8	命题逻辑 III	97
8.1	综合法与分析法	97
8.2	真值树方法推理的规则	97
8.3	用真值树方法破解逻辑谜题	101
8.4	用真值树方法判定论证的有效性	102
9	命题逻辑 IV	108
9.1	自然演绎推理	108
9.2	演绎规则	108
9.3	例子	115
9.4	重要的定理	118
9.5	定理代换	121
10	谓词逻辑 I	125
10.1	命题逻辑和三段论逻辑的局限性	125
10.2	主词和谓词	126
10.3	量词	127
10.4	话语的外延	129
10.5	多阶量化	130

11 谓词逻辑Ⅱ	135
11.1 自然语言的模糊性	135
11.2 关系	136
11.3 同一性	138
12 谓词逻辑Ⅲ	142
12.1 真值树方法	142
12.2 自然演绎法	145
13 结 论	153
13.1 逻辑学:什么时候用什么逻辑学	153
13.2 逻辑何在	154
13.3 锁与逻辑	155
13.4 命题逻辑和开关电路	155
13.5 命题逻辑和逻辑电路	158
13.6 逻辑与知识处理	165
13.7 逻辑与数学基础	166
13.8 逻辑分析与哲学	168
期中考试样题	173
答案与提示	176
期末考试样题	180
练习题部分题目答案	184

第1章 认识逻辑学

守住时间,它总是在匆匆飞逝。

我建议你们遵循一定步骤来节约时间。

为了达到这个目的,我首先推荐给你们的是学习一门逻辑学课程。

——歌德

1.1 逻辑学:第一艺术

电影被誉为“第八艺术”,我们对此并不陌生,我们可能很想知道,第七艺术是什么?第一艺术又是什么?

人类最早的大学创建于中世纪,当时的大学主要提供两类课程,第一类课程以职业化为导向,旨在训练从事专门职业的人员,而传统传承下来的职业主要有三种:牧师、医师和律师。为了将学生培养成从事这三种职业的人员,大学开设神学、医学和法学。除了职业训练,大学还提
供为教育而教育的教育,但这种教育不是为了将学生培养成某专业的人,而是为了使
学生成为自由人,因此人们把这种教育称为自由教育(liberal education)。

正如一个专业人员要想成为一个符合标准的专业人员必须获得某些知识和技能一样,除非有能力掌握某些基本的知识和技能,人不可能有真正的自由,这些基本的知识和技术被称为文科艺术。传统上把文科艺术分为7种,它们又可被分为两个组。第一组由语法学、修辞学和逻辑学组成,这个组被认为是初级组,第二组由音乐、数学、几何与天文学组成,人们认为这四门课构成一个高级组别,对于人自身思考与表述观点而言,这四门课所讲的是更为高级的东西,相比之下,第一组只提供必要

的基础知识。

七门文科艺术中逻辑学被认为是最基本、最重要的科目,因此逻辑学也被称为艺术的艺术(*ars atrium*)或第一艺术。

在中世纪,逻辑学是大学生从事严格学术训练之前必须掌握的一门科,即使在现代社会,逻辑学仍然被认为是大学生通识教育中的一门重要科目。

1.2 逻辑学是什么

简单地讲,逻辑学是关于推理的科学。但是,推理是什么?推理是从所指抑或所说的话语中导出其暗示或其没有说明之结论的过程。这样,逻辑学可以被定义为研究从一些具体信念中推出隐含结论之方法的一门学科。

下面的故事可以说明什么是逻辑推理:

教堂将收到某个富人的一大笔捐款,但是富人要求某个神父 X (Father X) 出席接受捐赠的仪式。富人没有按时到达仪式现场,于是 X 谈了他的牧师经历,其中他提到自己第一次当班听人忏悔的情况,当时,告解者说他杀了人, X 由于经验不足而不知道说些什么。后来,富人来到仪式现场并做了演讲,富人说,“尽管 X 可能不认识我,我非常感激他曾经给予的引导,当时他还告诉我我是他的第一个告解者。”听众大为震惊。

为何听众会震惊,听众们到底获知了什么?你可能说“富人是凶手”。但是,富人和 X 都没有这么说,谁告诉你这个结论?只有两个人说了话,而他们都没有说富人是凶手,那么,听众如何获知此事?答案是他们用了逻辑推理。从富人和 X 的话我们可以导出第三个陈述:

- (1) X: 我的第一个告解者是凶手。
- (2) 富人: 我是 X 的第一个告解者。
- (3) 富人是凶手。

第三个陈述虽没有明确说出,但是它可以由前两个陈述暗示,并可以从中推导出来。这就是我们通过从既有具体陈述中推出其暗示所意味的东西,我们把这个过程叫做推理。

下面还是与逻辑问题相关的两个例子。

例 1

不计算秃顶的人,香港有两个人的头发数目一样吗?对那些有头发的人来讲,每个人头发的数目都不同于其他人,这可能吗?换句话说来说,我们能确定在香港至少有两个人恰好有同样数目的头发吗?

例 2

西班牙画家 EI 格列柯的画特别怪异,他画出的人物(特别是圣人)都不自然的高而瘦,一位眼科专家认为格列柯的视力有问题,这使得这些画像不合比例,据眼科专家讲,格列柯看到的是有这样比例的人,所以他用同样的比例作画,这种评价对吗?

先看第一个问题。香港恰好有两个人有同样数量的头发吗?有两个解决办法,一是调查法,我们可以数所有香港人的头发看看是否其中有两个人有同样数量的头发,但是有一个更好的办法来解决这一问题,这就是逻辑学方法。

首先,一个人有多少头发?有人说三千根,这当然是低估,三万如何?或者,三十万更接近于正确的答案?实际上我们(至少大部分人)并不确切知道一个人有多少根头发,但是我们绝对相信不会是三百万根。香港有多少秃顶的人?我们知道香港有七百万人,并且我们有把握的是香港秃顶的人不足一百万,这样,我们确信香港至少有六百万人不秃顶,这意味着我们能确切地获知如下陈述之真:

(1)非秃顶人的数目大于一个人可能有的头发的数目的最大值。

由此可得:

(2)并非所有人都有不同于他人的头发数目。

并且,(2)中暗含着:

(3)一定有某个人与另外一个人头发有相同的数目!

我们可以用如下表格来比较两种方法的功效:

	耗时	精确性	耗资
调查法	数月或数年	令人怀疑	天文数字
逻辑法	几分钟	毋庸置疑	无

显然,至少这个例子中逻辑学的方法要优于调查法。

再看第二个问题。格列柯所画的人物细高,头与身体不合比例,正常比例是 1:7,而他画的人比例竟然是 1:9,甚至是个更悬的比例。格列柯以这样的比例作画,难道他也以如此比例看人吗?

假设格列柯有视力问题。如眼科专家所言,格列柯看到的人较之通常的人高而且瘦,所以他以他看到的人的样子作画。问题是,当他看自己的画时,他看到了什么?那些画像将比之现实中的人更高更瘦,在他所画与所见之间有一个分歧。从格列柯所画与所见一致这一假设我们导出他所画与所见不一致,这意味着他所画的就是他所见的比例这一观点是错误的。

这里,我们做出否证的方案是,假定眼科专家的观点正确,然后证明如果他的观点正确将导致自相矛盾。既然眼科专家的观点导致自我矛盾,因此他的观点是不合逻辑的,也是不正确的。我们把这种证明的方法叫做归谬法,这是逻辑学科目中将要学习的一种常用方法。

1.3 逻辑学的发展

我首先必须介绍的是亚里士多德(Aristotle, 384—322BC),他是公认的“逻辑学之父”。从现有证据来看,亚氏从无(ex nihile)中创造了逻辑学,他全面研究了三段论这种逻辑论证形式,对后来学者来讲,亚氏的研究如此全面、彻底,甚至于无可补充。德国的康德(Kant, 1724—1804)甚至把逻辑学当作一门已经于亚氏时代完结了的科学(不过我们将看到康德的说法是错误的)。

斯多噶学派由活跃在公元前4世纪的一些既是逻辑学家又是哲学家的人组成,与专注于普通词项逻辑的亚里士多德不同,他们研究关于陈述的逻辑学,这个学派明确了有效论证的许多形式,其中包括“如果……那么……”,“非”,“或者”与“并且”这样的联结词。

英国逻辑学家乔治·布尔(George Bool, 1815-1864)是一位自学成才的数学家,他没有上过大学,但是他对关于陈述的研究感兴趣,最终他创制了逻辑代数,在布尔看来,逻辑学可以视为代数的特例,其中的价值可以限制到0和1。罗素认为是布尔发现了纯数学,一些数学史专家也认为布尔是英格兰最杰出的数学家之一。

德国数学家弗雷格(Gottlob Frege, 1848-1925)在逻辑学研究中取得了突破性进展,一般认为它是现代逻辑的创始人,弗雷格发明了量化理论和谓词演算,他把逻辑学当作数学的基础并试图从逻辑学中导出

数学。

另外一个德国数学家哥德尔为逻辑学的元理论研究做出了卓越贡献。哥德尔(Gödel, 1906—1978)感兴趣的不是建立逻辑系统,而是把逻辑系统当作一个整体,一方面,他证明了谓词逻辑的完全性和一致性,我们将在10~12章学习这种逻辑;另一方面,他还证明了逻辑学的局限性,他用严格的逻辑学方法证明并非所有的数学定理都可以被逻辑地推导出来。通过逻辑思考证明逻辑学的局限性,哥德尔为人类理智发展做出了不可磨灭的贡献。

冯·诺依曼认为哥德尔是继亚氏之后最伟大的逻辑学家,他本人本来也是逻辑学家,但是读了哥德尔的著作,他感到不能比哥德尔做得更好,于是他放弃了逻辑学而转向另一个领域的研究——发明了电子计算机!今天我们仍然认为电脑是冯·诺依曼机器,电脑与逻辑学密切相关,我们应该认识到电脑由逻辑学家发明并非偶然。

这样看吧,要学习逻辑学了,你是多么幸运!因为整个人类历史上最聪明的人都为这一学科的创建与发展做出了贡献。逻辑学不仅是人类知识最精确的一个分支,它还强化了人类知识的每一个方面。

1.4 逻辑学的应用

逻辑学有许多用途,一个主要用途是日常思维和学术推理,根据逻辑学,我们学会如何得出结论并学会如何发现推理的不一致之处,我们还学会如何将有效论证与无效论证区分开来。

逻辑学还为纯数学研究提供了一个坚实的基础,逻辑主义是一个视逻辑学为数学基础的思想流派,例如,德国数学家和逻辑学家弗雷格试图通过一阶逻辑与集合论导出数学真理。

在说英语的国家中,把逻辑学作为概念分析的工具已经改变了哲学研究的状况,逻辑学成为哲学分析的有力工具。在英语世界中,引入逻辑分析是现代哲学发展的里程碑。

电子工程是逻辑学的又一个主要应用领域。在数字电路的设计中我们可以找到逻辑学最基本部分——命题逻辑的应用。香农(Claude Shannon, 1916—2001, 信息论之父)给出了关于逻辑学公式与开关电路同构的首个系统分析,他证明每一个逻辑公式都有一个相应的开关电路,每一个开关电路都有一个逻辑公式与之相应,结果,开关电路的简化可以通过相应逻辑公式的简化来完成。

逻辑学还广泛运用于计算机编程。在逻辑学中我们学会许多关于有效论证的证明步骤,其中一些步骤有机械性——可以遵循既定步骤获得一个明确的结论,这些步骤可用于构造定理自动证明。命题逻辑与谓词逻辑可以刻画普通话语中陈述的结构,普通语言中陈述可以被翻译成命题逻辑与谓词逻辑的符号,这样,命题逻辑与谓词逻辑就可以用于表述信念与知识。这是逻辑在知识表达中的应用。知识表达与定理自动证明使得逻辑学应用于知识处理成为可能,谓词逻辑也被用于计算机普洛格(PROLOG)语言程序的编制。

逻辑学有许多用途,但本书只考虑一些基本的逻辑规则,我们将把逻辑学作为推理的科学来学习。通过这个科目的学习我们希望大家提升将好的推理从坏的推理中分辨出来的能力,并将学来的知识应用于日常生活推理及学术研究中。

逻辑学的应用,我们已经谈了不少,稍后,在我们对这个学科有更深入的知识及理解时,我们将给出更多具体的逻辑学应用实例。

我想用道格森(Charles Dodgson)的一段话来结束本章。道格森与《爱丽丝梦游奇境》和《镜中奇境》的作者路易斯·卡罗尔(Lewis Carroll)是同一个人。他是牛津大学的逻辑学家也是数学讲师,关于数学、物理和逻辑学他都写了一些有影响的书,我愿与大家分享他逻辑学著作中的这个段落:

掌握了符号逻辑这个技术,那么,你在养成兴趣方面有了随时可用的理智工具,这是你无论学习哪一门学科都将有用的一个工具,它将给你清晰的思维使你冲破谜境找到方向,使你养成以有序、简洁的形式组织思维的习惯。更有价值的是,它将使你能够发现谬误,并破除那些在书、报、演讲,甚至是宗教布道中遇到的浅薄的非逻辑论证,这些论证轻而易举地哄骗了那些从未努力去掌握逻辑学这门趣味艺术的人。努力吧,这是我对你们的唯一要求。

记住,逻辑学是一个实践性学科,为了学会这门课,你必须去实践,本书每章后面都有习题,做练习不仅是检验你上课效果的方法,也是你求知所不可缺少的一部分。

练习 I :认识自己(你会犯逻辑错误吗?)

本练习检查在学习逻辑学之前的基本逻辑能力。

1. 在填写纳税申报表时,在大段的说明中你遇到下面这个陈述:“如

果你从一个跨国公司获得收入,填上第四项”,你没有来自跨国公司的收入,你还须完成第四项的填写吗?

2. 我在思考如下四个符号:黑色的方块(◆),白色的方块(◇),黑色圆(●)与白色圆(○),如果一个符号有我思考的颜色或样式,或者兼有二者,我就接受这个符号,否则,我将放弃它。我选了黑色方块,我心中的符号是什么?我根本没有接受的是哪一个符号?

3. 给定如下条件:

- (i) 所有教育学专业的学生都是师范生。
- (ii) 部分教育学专业的学生同时选了两个专业方向。
- (iii) 有的数学专业的学生也选了教育学专业方向。

下列哪些结论必然由上述(i)(ii)和(iii)得出?

- a 部分数学专业的学生选了两个专业方向。
- b 部分选了两个专业方向的学生是师范生。
- c 所有的师范生都是教育学专业方向。
- d 所有有两个专业方向的学生都是师范生。
- e 并非所有数学专业的学生都是选了教育学方向的学生。

练习 II: 认识他人(其他人会犯逻辑错误吗?)

日常生活中许多说法是经不住逻辑的考量的,你能否发现下列说法中的逻辑问题?

1. 下面这个常见的中国谚语蕴含着什么?——“钱财如粪土,仁义值千金。”
2. 玛丽: 所有的女人都爱哭。
约翰: 不对。我是男人,我也爱哭。

练习 III: 展望(后两章你将学到什么?)

对你来讲如下问题可能很难,通过学习逻辑学你将会有一种系统而简洁的方法来解决这类问题。

1. 有 5 张纸,其中 2 张上面画了乌龟,另外 3 张是空白的纸。将其中 3 张纸分别粘到 3 个人的背上,3 个人面对着墙壁站成一列,对每个人来讲,他只能看到自己前面的人的后背(如果他前面有人),每个人都要被问及是否知道自己背上的纸上画的什么。队列最后一个人回答“不知道”,中间的人也回答“不知道”,这样,最前面的人说“我知道”,他背上的纸画有只乌龟吗?他是如何知道的?

2. 柏拉图死后发现自己站在两扇门前,两扇门的上面有一块巨石,上书“只有懂逻辑学的人才可以充满信心地进入天堂”。柏拉图被告知其中一扇门通往天堂,另一扇通往地狱。每扇门前都站着一个人,其中一个是一只讲真话的天使,一个是只讲假话的魔鬼,但是不知道谁是魔鬼谁是天使,柏拉图被允许问其中一个人一个只用是或不是来回答的问题,他该怎样问?
3. 有三个袋子,分别装着苹果味的糖果、柠檬味的糖果和什锦味(兼有苹果味和柠檬味的糖)的糖果,每个袋子外边都有一个标签标明袋子里糖果的味道,所有标签上的话都是假的,你能只拿出一个糖果而判定三只袋子中分别装有什么味道的糖果吗?

参考文献

- Deborah J. Bennett, *Logic Made Easy*, New York: W. W. Norton & Co., 2004.
- Morris R. Cohen & Ernest Nagel, *An Introduction to Logic* (second edition), ed. John Corcoran, Indianapolis: Hackett Publishing Co., 1993.
- Martin Davis, *Engines of Logic: Mathematicians and the Origin of the Computer*, New York: W. W. Norton & Co., 2000.
- Anthony Kenny, *Frege*, Harmondsworth: Penguin Books, 1995.
- William Kneale & Martha Kneale, *The Development of Logic*, Oxford: Clarendon Press, 1984.
- Graham Priest, *Logic: A Very Short Introduction*, Oxford: Oxford University Press, 2000.

第2章 逻辑谜题

除去所有不可能的情况,余下的必定是真相。

——福尔摩斯

2.1 何谓逻辑谜题

逻辑谜题是一种特殊的谜题,它只通过推理就可以得到破解。有些谜题需要背景知识甚至是专业知识来解,但是逻辑谜题的破解只需要推理,所有的必要信息都给了你,只要你的思维符合逻辑,使用这些信息就可以得出结论,下面是两个关于逻辑谜题的例子:

例 1

有5张纸,其中2张上面画了乌龟,另外3张是空白的纸。将其中3张纸分别粘到三个人的背上,3个人面对着墙壁站成一列,对每个人来讲,他只能看到自己前面的人的后背(如果他前面有人),每个人都要被问及是否知道自己背上的纸上画的什么。队列最后一个人回答“不知道”,中间的人也回答“不知道”。这时,最前面的人竟然说“我知道”,他背上的纸画有乌龟吗?他是如何知道的?

例 2

柏拉图死后发现自己站在两扇门前,两扇门的上面有一块巨石,上书“只有懂逻辑学的人才可以充满信心地进入天堂”。柏拉图被告知其中一扇门通往天堂,另一扇通往地狱。每扇门前都站着一个人,其中一个是一只讲真话的天使,一个是只讲假话的魔鬼,但是不知道谁是魔鬼谁是天使,柏拉图被允许问其中一个人一个只用是或不是来回答的问题,他该怎样问?

本章将介绍两个破解逻辑谜题的方法,一个是淘汰法,它使用真值表,另一个是矩阵法,这种方法有点复杂。上面的例 1 可以用淘汰法破解,第二个例子可以用矩阵法来解。

2.2 淘汰法

先看下面的例子:

例 3

在迎新营中艾兰、鲍勃、卡尔文和唐纳德住在一个房间里,唐纳德在睡梦中被一阵如雷般的噪声吵醒,原来是有人打鼾。唐纳德很恼火,但是他太困了不愿起来查处谁是打鼾者。第二天,唐纳德收集到如下可靠信息:

- (1) 或者艾兰与卡尔文都是打鼾者,或者二人都不是;
- (2) 不可能艾兰与鲍勃都是打鼾者;
- (3) 艾兰与卡尔文二人至少有一个是打鼾者。

问题:艾兰、鲍勃和卡尔文中谁是打鼾者,他们当中哪个(哪些)不是打鼾者?

如何解此谜题? 我们可以通过三步来完成:

1. 列出所有可能的情况;
2. 淘汰那些由既有信息可排除的可能情况;
3. 检查剩下的可能情况,找到答案。

首先,我们列出所有可能的情况,三人中每个人都可能是打鼾者,也都可能不是打鼾者,这样共有 8 种可能的情况,用 A、B、C 分别表示三个人,用 Y 表示相应的人是打鼾者,用 N 表示此人不是打鼾者。如下图:

A	B	C
Y	Y	Y
Y	Y	N
Y	N	Y
Y	N	N
N	Y	Y
N	Y	N
N	N	Y
N	N	N

这是一个关于真的样表。

我们何以知道已经穷尽了所有的可能情况？如果只有一个人，那将只有两种可能。如果只考虑 C，那就有 2 种可能的情况。

C

Y

N

如果我们考虑 B 与 C，那么 C 的可能情况与 B 的每一可能情况相匹配，就得到 4 种可能的情况。

B C

Y Y

Y N

N Y

N N

那么，考虑 3 个人，两个人的可能情况应该再乘以 2，一半与可能打鼾的情况匹配，一半与可能不打鼾的情况匹配。

A B C

Y Y Y

Y Y N

Y N Y

Y N N

N Y Y

N Y N

N N Y

N N N

我们可以通过将原来的表分别与两种可能情况匹配，重复已经存在的条目一次次地增扩这个表。

另一种方法是构建下面这样的表格：

