



中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数 学

(提高版)

第一册

主编 张又昌 丁百平



高等教育出版社

中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数 学

(提高版)

第一册

主 编 张又昌 丁百平
责任主审 李文林
审 稿 项静恬 潘一民 胥鸣伟

高等教育出版社

内容提要

本书是根据教育部 2000 年颁布的《中等职业学校数学教学大纲（试行）》组织编写的中等职业学校数学教材。与本教材配套的教学参考书和习题册同时出版。

本教材内容包括：集合与逻辑用语，不等式，函数，指数函数与对数函数，任意角的三角函数，数列、数列极限。

本书除可作为中等职业学校数学课程的教材外，也可作为自学者的教材或参考书。

图书在版编目（CIP）数据

数学.第 1 册：提高版/张又昌，丁百平主编；—北京：高等教育出版社，2001.6.30（2007 重印）
中等职业学校教材
ISBN 7-04-009868-7

I .数… II .张… III .数学课—专业学校—教材
IV .G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 035054 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京市联华印刷厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 15.5
字 数 200 000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2001 年 6 月第 1 版
印 次 2007 年 1 月第 16 次印刷
定 价 15.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 9868-00

中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》（教职成[2001]1 号）的精神，教育部组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从 2001 年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养，新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

二〇〇一年五月

前 言

面向 21 世纪, 中国的职业技术教育改革迈出了重要的一步. 教育部于 2000 年审定并通过了《中等职业学校数学教学大纲 (试行)》. 这一大纲的颁布与实施, 为中等职业学校数学课程的教学改革指明了方向. 为了配合新教学大纲的颁布与实施, 我们根据新大纲, 并参考普通高中的数学教学基本要求, 编写了这套《数学》教材. 为适应各种不同类别的中等职业学校的需要, 本教材按照模块式编排, 共有七个模块, 其中必学部分有四个模块 (一、函数; 二、向量、复数; 三、几何; 四、概率与统计初步), 选学部分有三个模块 (五、微积分初步; 六、统计; 七、拓宽和提高). 全套教材共分三册出版, 第一册: 函数; 第二册: 向量, 复数, 几何; 第三册: 概率与统计初步, 微积分初步.

本教材按照《中等职业学校数学教学大纲 (试行)》的要求, 贯彻“加强基础, 注重能力培养, 突出应用, 增加弹性, 适度更新, 兼顾体系”的原则, 在教学内容、体例安排、教材结构、练习设置等方面, 力求体现中等职业教育专业广、工种多的特点, 将在现代生活及各类专业学习中均有广泛应用的基础知识作为必学内容, 着重培养学生分析问题和解决问题的能力, 以保证高中阶段的基本数学水准. 教材通过模块式的编排, 让有不同要求的专业及学有余力的学生选择不同的内容, 使教材具有了一定的弹性, 从而适用面更为广泛. 同时, 为方便教学, 与教材相配套的教学参考书和习题册同步发行. 在教材中, 练习题附在每节内容之后, 供课堂练习使用, 复习题附在每章内容之后, 供复习本章知识使用; 在教学参考书中, 给出了教材中练习、复习题及习题册中习题的全部参考答案与提示; 习题册安排了作为基础内容的 A 类题与作为提高要求的 B 类题供课内或课外作业使用.

参加本教材编写的有上海科技管理学校丁百平, 九江职业技术学院胡胜生, 芜湖机械学校夏国斌, 上海航空工业学校张又昌, 潘砣. 全书由张又昌、丁百平任主编. 第一册、第二册由丁百平统稿, 第三册由夏国斌统稿. 参加审稿的有广东省水利电力职业技术学院沈彩华, 四川省机械工业学校李以渝, 渤

海船舶工业学校杜吉佩，安徽银行学校余志祖，承德工业学校陈祖泽，北京二轻工业学校张进军，上海环境学校周建和，东南大学邵玉书先生对第一册教材进行了认真细致的审读，提出了许多宝贵意见和建议。

本书在编写过程中，得到了教育部职业教育与成人教育司、全国职业教育教学指导委员会、中等职业教育文化基础课程教学指导委员会以及高等教育出版社有关领导和编辑的热情关心和指导，得到了北京、上海、江苏、安徽、江西、四川、广东、辽宁、河北、天津等省市教育部门和部分中等职业学校的大力支持，在此谨表示深切的感谢！

限于编写水平，不妥之处在所难免，衷心欢迎广大从事职业教育的教师、专家批评指正。

编者

2001年2月

本教材使用的数学符号*

1. 集合论符号

符号	应用	意义或读法	备注及示例
$\in$	$x \in A$	x 属于 A ; x 是集合 A 的一个元(素)	集合 A 可简称为集 A
$\notin$	$y \notin A$	y 不属于 A ; y 不是集合 A 的一个元(素)	也可用 $\bar{\in}$
$\{\dots\}$	$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$	元素 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 构成的集	也可用 $\{x_i, i \in I\}$, 这里的 I 表示指标集
$\{ \mid \}$	$\{x \in A \mid p(x)\}$	使命题 $p(x)$ 为真的 A 中诸元素的集合	若集 A 已明确, 则可使用 $\{x \mid p(x)\}$
card	card(A)	A 中诸元素的数目	
$\emptyset$		空集	
$\mathbf{N}$		非负整数集; 自然数集	$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, 本集中排除 0 的集, 应上标星号: $\mathbf{N}^*$, 或下标正号: $\mathbf{N}_+$.
$\mathbf{Z}$		整数集	$\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
$\mathbf{Q}$		有理数集	
$\mathbf{R}$		实数集	
$\mathbf{C}$		复数集	
$[,]$	$[a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b 的闭区间	$[a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x \leq b\}$
$(,]$ $],]$	$(a, b]$ $]a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b (含于内)的左半开区间	$(a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x \leq b\}$
$[,)$ $[, [$	$[a, b)$ $[a, b[$	$\mathbf{R}$ 中由 a (含于内)到 b 的右半开区间	$[a, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x < b\}$
$(,)$ $], [$	(a, b) $]a, b[$	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b 的开区间	$(a, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x < b\}$

* 本教材使用的数学符号全部采用中华人民共和国国家标准《物理科学和技术中使用的数学符号》GB 3102.11—93.

(续表)

符号	应用	意义或读法	备注及示例
$\subseteq$	$B \subseteq A$	B 包含于 A ; B 是 A 的子集	B 的每一元均属于 A
$\subsetneq$	$B \subsetneq A$	B 真包含于 A ; B 是 A 的真子集	B 的每一元均属于 A , 但 B 不等于 A
$\not\subseteq$	$C \not\subseteq A$	C 不包含于 A ; C 不是 A 的子集	
$\supseteq$	$A \supseteq B$	A 包含 B	$A \supseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 的含义相同
$\supsetneq$	$A \supsetneq B$	A 真包含 B	$A \supsetneq B$ 与 $B \subsetneq A$ 的含义相同
$\not\supseteq$	$A \not\supseteq C$	A 不包含 C	$A \not\supseteq C$ 与 $C \not\subseteq A$ 的含义相同
$\cup$	$A \cup B$	A 与 B 的并集	属于 A 或属于 B 的所有元的集 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$
$\bigcup$	$\bigcup_{i=1}^n A_i$	$A_1, \dots, A_n$ 的并集	$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$
$\cap$	$A \cap B$	A 与 B 的交集	所有既属于 A 又属于 B 的元的集 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$
$\bigcap$	$\bigcap_{i=1}^n A_i$	$A_1, \dots, A_n$ 的交集	$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$
$\complement$	$\complement_I A$	I 中子集 A 的补集	I 中不属于子集 A 的所有元的集 $\complement_I A = \{x \mid x \in I \text{ 且 } x \notin A\}$ 如果行文中 I 已明确, 可省去 I
$(,)$	(a, b)	有序偶 a, b ; 有序数对 a, b	$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \text{ 且 } b = d$

2. 数理逻辑符号

符号	应用	符号名称	意义读法及备注
$\wedge$	$p \wedge q$	合取符号	p 和 q ; p 且 q
$\vee$	$p \vee q$	析取符号	p 或 q
$\neg$	$\neg p$	否定符号	p 的否定; 不是 p ; 非 p
$\Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	推断符号	如果 p , 那么 q ; 若 p 则 q ; p 蕴含 q
$\Leftrightarrow$	$p \Leftrightarrow q$	等价符号	p 等价于 q
$\forall$	$\forall x \in A, p(x)$	全称量词	命题 $p(x)$ 对于每一个属于 A 的 x 为真. 当考虑的集 A 从上下文看明确时, 可用记号 $\forall x, p(x)$
$\exists$	$\exists x \in A, p(x)$	存在量词	存在 A 中的元 x 使 $p(x)$ 为真. 当考虑的集 A 从上下文看明确时, 可用记号 $\exists x, p(x)$

3. 其他符号

符号	应用	意义与读法	备注及示例
$=$	$a = b$	a 等于 b	$\equiv$ 用来强调这一等式是数学上的恒等式
$\neq$	$a \neq b$	a 不等于 b	
<u>def</u>	$a \stackrel{\text{def}}{=} b$	按定义 a 等于 b	
$\approx$	$a \approx b$	a 约等于 b	
$:$	$a : b$	a 比 b	
$<$	$a < b$	a 小于 b	
$>$	$b > a$	b 大于 a	
$\leq$	$a \leq b$	a 小于或等于 b	不用 $\leq$
$\geq$	$b \geq a$	b 大于或等于 a	不用 $\geq$
∞		无穷大或无限(大)	
$.$	13.59	小数点	
$\cdots$	3.12382	循环小数	即 3.123 823 82...
()		圆括号	
[]		方括号	
{ }		花括号	
$\pm$		正或负	
$\mp$		负或正	
max		最大	
min		最小	

4. 运算符号

符号,应用	意义或读法	备注及示例
$a + b$	a 加 b	
$a - b$	a 减 b	
$a \pm b$	a 加或减 b	
$a \mp b$	a 减或加 b	
$ab, a \cdot b, a \times b$	a 乘以 b	如出现小数点符号时,数的相乘只能用 $\times$
$\frac{a}{b}, a/b, ab^{-1}$	a 除以 b 或 a 被 b 除	
$\sum_{i=1}^n a_i$	连加 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$	$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$
$\prod_{i=1}^n a_i$	连乘 $a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$	$\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n \cdot \cdots$
a^p	a 的 p 次方或 a 的 p 次幂	
$a^{1/2}, a^{\frac{1}{2}}, \sqrt{a}$	a 的二分之一次方; a 的平方根	
$a^{1/n}, a^{\frac{1}{n}}, \sqrt[n]{a}$	a 的 n 分之一次方; a 的 n 次方根	
$ a $	a 的绝对值; a 的模	
$\bar{a}$	a 的平均值	a 为变量
$n!$	n 的阶乘	$n \geq 1$ 时, $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$. $n = 0$ 时, $n! = 1$.
$C_n^p, \binom{n}{p}$	组合数;二项式系数	$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad (p \leq n)$

5. 函数符号

符号,应用	意义或读法	备注及示例
f	函数 f	也可以表示为 $x \mapsto f(x)$
$f(x)$	函数 f 在 x 的值	也表示以 x 为自变量的函数 f
$f(x) _a^b, [f(x)]_a^b$	$f(b) - f(a)$	这种表示法主要用于定积分计算
$f(g(x)), f \circ g$	g 与 f 的复合函数	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
$x \rightarrow a$	x 趋于 a	用 $x_n \rightarrow a$ 表示数列 $\{x_n\}$ 的极限为 a

(续表)

符号,应用	意义或读法	备注及示例
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	x 趋于 a 时 $f(x)$ 的极限	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ 可以写成 $f(x) \rightarrow b$, 当 $x \rightarrow a$ 右极限及左极限可分别表示为 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
Δx	x 的增量	
$\frac{df}{dx}, df/dx, f'$	单变量函数 f 的导数或微商	也可用 $\frac{df(x)}{dx}, f'(x)$
$\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a},$ $(df/dx)_{x=a}, f'(a)$	函数 f 的导数在 a 的值	也可用 $\frac{df}{dx} \Big _{x=a}$
$\frac{d^n f}{dx^n}, d^n f/dx^n, f^{(n)}$	单变量函数 f 的 n 阶导数	当 $n = 2, 3$ 时,也可以用 f'', f''' 代替 $f^{(n)}$
df	函数 f 的微分	
$\int f(x)dx$	函数 f 的不定积分	
$\int_a^b f(x)dx$	函数 f 由 a 到 b 的定积分	
a^x	x 的指数函数(以 a 为底)	
e	自然对数的底	$e = 2.718\ 281\ 8\cdots$
$e^x, \exp x$	x 的指数函数(以 e 为底)	在同一场合中,只用其中一种符号
$\log_a x$	以 a 为底 x 的对数	
$\ln x$	$\ln x = \log_e x$, x 的自然对数	
$\lg x$	$\lg x = \log_{10} x$, x 的常用对数	
$\sin x$	x 的正弦	
$\cos x$	x 的余弦	

6 本教材使用的数学符号

(续表)

符号,应用	意义或读法	备注及示例
$\tan x$	x 的正切	也可用 $\operatorname{tg} x$
$\cot x$	x 的余切	$\cot x = 1/\tan x$, 也可用 $\operatorname{ctg} x$
$\sec x$	x 的正割	$\sec x = 1/\cos x$
$\csc x$	x 的余割	$\csc x = 1/\sin x$
$\sin^m x$	$\sin x$ 的 m 次方	其他三角函数的表示法类似
$\arcsin x$	x 的反正弦	$y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y$ $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$ 反正弦函数是正弦函数在上述限制下的反函数
$\arccos x$	x 的反余弦	$y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y$ $0 \leq y \leq \pi$ 反余弦函数是余弦函数在上述限制下的反函数
$\arctan x$	x 的反正切	$y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y$ $-\pi/2 < y < \pi/2$ 反正切函数是正切函数在上述限制下的反函数
$\operatorname{arccot} x$	x 的反余切	$y = \operatorname{arccot} x \Leftrightarrow x = \cot y$ $0 < y < \pi$ 反余切函数是余切函数在上述限制条件下的反函数
		以上四个反三角函数不采用 $\sin^{-1} x$, $\cos^{-1} x$ 等符号, 因为可能被误解为 $(\sin x)^{-1}$, $(\cos x)^{-1}$ 等. 函数型计算器上另有说明

目 录

本教材使用的数学符号	1
第 1 章 集合与逻辑用语	1
§ 1-1 集合的概念	1
§ 1-2 集合的运算	7
§ 1-3 逻辑用语	14
本章学习讨论题	26
复习题一	26
阅读材料 中国现代数学的奠基人之一——华罗庚	28
第 2 章 不等式	32
§ 2-1 不等式的性质	32
§ 2-2 一元一次不等式组	38
§ 2-3 二次函数与一元二次不等式	41
§ 2-4 分式不等式和绝对值不等式	47
本章学习讨论题	50
复习题二	51
阅读材料 中国古代数学的形成和发展	52
第 3 章 函数	55
§ 3-1 函数的概念	55
§ 3-2 函数的图象和性质	68
§ 3-3 反函数	80
本章学习讨论题	85
复习题三	86
阅读材料 为什么学习数学？怎样学数学？	88
第 4 章 指数函数与对数函数	91
§ 4-1 分数指数幂 幂函数举例	91

§ 4-2 指数函数	97
§ 4-3 对数	103
§ 4-4 对数函数	114
本章学习讨论题	119
复习题四	119
阅读材料 对数的产生与对数的功绩	121
第 5 章 任意角的三角函数	123
§ 5-1 角的概念的推广 弧度制	123
§ 5-2 任意角三角函数的概念	133
§ 5-3 简化公式	147
§ 5-4 加法定理	153
§ 5-5 三角函数的图象与性质	163
实验一 计算器操作训练及应用	188
本章学习讨论题	190
复习题五	190
阅读材料 数学创造性思维的一些特征	197
第 6 章 数列 数列极限	201
§ 6-1 数列的概念	201
§ 6-2 等差数列	207
§ 6-3 等比数列	214
* § 6-4 数列极限	220
本章学习讨论题	227
复习题六	228
阅读材料 斐波那契与斐波那契数列	231

第 1 章

集合与逻辑用语

集合是现代数学中最基本的概念之一,它已广泛地渗透到数学的各个领域.学习集合的初步知识,对进一步学习数学有着重要的意义.逻辑用语是数学中最常用的语言,是数学中说明问题和论证结论的主要工具.本章将介绍集合的一些基本概念及集合的简单运算,也将介绍命题、逻辑联结词和充要条件等逻辑用语.

§ 1 - 1 集合的概念

一、集合及其表示法

在日常生活中,经常把具有某种特定属性的对象作为一个总体加以研究,例如:

- (1) 某校一年级的全体学生;
- (2) 某机械工厂的全部机床;
- (3) 所有的有理数;
- (4) 平面直角坐标系中直线 $y = x + 1$ 上所有的点;
- (5) 所有的锐角三角形.

它们分别是由一些人、物、数、点和图形组成的.每个组里的对象都具有某种特定属性.

把具有某种特定属性的对象所组成的总体称为集合,简称集.把组成集合的各个对象称为这个集合的元素,简称元.

例如,上面研究的例子中,第(1)组是由某校一年

级的全体学生组成的集合,某校一年级的每一个学生都是它的元素;第(2)组是由某机械工厂的所有机床组成的集合,这个机械工厂的每一台机床都是这个集合的元素;第(3)组是由全体有理数组成的集合,任何一个有理数都是它的元素;第(4)组是由平面直角坐标系中直线 $y = x + 1$ 上的所有的点组成的集合,这一直线上的每一个点都是它的元素;第(5)组是由所有的锐角三角形组成的集合,任何一个锐角三角形都是它的元素.

含有有限个元素的集合称为有限集.上面的(1)、(2)两个集合都是有限集.含有无限个元素的集合称为无限集.上面(3)、(4)、(5)都是无限集.

对于一个给定的集合,集合中的元素是确定的.这就是说,任何一个对象或者是这个给定的集合的一个元素,或者不是它的元素.例如, $\frac{1}{2}$ 是有理数集合的一个元素, $\sqrt{2}$ 不是有理数集合的元素.

对于一个给定的集合,集合中的元素是互异的.这就是说,一个集合中的任何两个元素都是不同的元素.相同的对象归入任何一个集合时,只能算作这个集合的一个元素.因此,集合中的元素是没有重复的.

由于集合是由一些对象组成的一个总体.因此集合的元素是没有顺序的.例如,由三个字母 a, b, c 组成的集合和由 b, c, a 组成的集合是同一个集合.

集合的表示法,常用的有列举法和描述法.

把集合的元素一一列举出来,外加花括号表示集合的方法称为列举法.例如,由 a, b, c 三个字母组成的集合,可表示为 $\{a, b, c\}$.又如,由方程 $x^2 - 4 = 0$ 的根组成的集合可表示为 $\{-2, 2\}$.

有的集合含元素较多,或元素的个数是无限的.为了书写简便,有时可不写出全部元素而用省略写法.例如,由1至1 000的全部正整数组成的集合可省略地表

示为 $\{1, 2, 3, \dots, 999, 1\,000\}$.

把集合中元素的特定属性描述出来,写在花括号内表示集合的方法,称为描述法.表达的方式通常为:在花括号内先写上这个集合的元素的一般形式,再加一条竖线,在竖线右边写上这个集合的元素的特定属性.

例如,由 0 与 1 之间的一切实数组成的集合可表示为 $\{x \mid 0 < x < 1\}$.锐角三角形组成的集合可表示为 $\{x \mid x \text{ 是锐角三角形}\}$.有时,为了书写简便,花括号内的竖线及前面的元素的一般形式可省略不写.例如,锐角三角形组成的集合可表示为 $\{\text{锐角三角形}\}$.

在具体表示集合的时候,究竟采用何种表示方法,这要视情况而定,有时用两种表示法均可,有时只能用一种表示法.

由数组成的集合称为数集.常见的数集有自然数集、正整数集、整数集、有理数集和实数集等.为了今后使用方便,现将它们各自的记号列表如下:

表 1-1 常见的数集

集合名称	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记 号	N	N^* 或 N_+	Z	Q	R

请注意,自然数集,即非负整数集(用记号 N 表示)和正整数集 N^* 是有区别的.为了方便起见,有时我们还用 Q^+ 表示正有理数集,用 R^- 表示负实数集,等等.

由点组成的集合称为点集.点集通常可用描述法表示.

例 1 用描述法表示下面的点集:

(1) 数轴上所有坐标不小于 0、不大于 2 的点组成的集合;

(2) 直角坐标平面内,直线 $y = x + 1$ 上所有的点组成的集合;

(3) 直角坐标平面第 I 象限内所有点组成的集合.