

那甜蜜的笛声
诱惑着如此众多的老鼠
跳进数学的深河...

数学方法趣引

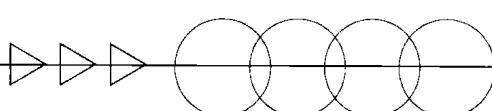
S h u x u e - F a n g f a Q u y i

孙泽瀛 著

少年儿童出版社

$$\begin{aligned}
 P &= aX + bY \\
 Q &= cX + dY \\
 (d - bc)X &= dP - bQ \\
 (c - a)Q &= (c - a)P + (a - b)Q \\
 (d + c)P &= (a + b)Q
 \end{aligned}$$

数·学·魔·馆
丛书顾问：陈克艰



数学方法趣引

S h u x u e F a n g f a Q u y i n

孙泽瀛 著

少年儿童出版社

一位天真

我们倡导天性、率真的阅读与成长

ISBN7-5324-6659-0 / G·2349

图书在版编目(C I P)数据

数学方法趣引/孙泽瀛著. —上海: 少年儿童出版社,
2005.8

ISBN 7-5324-6659-0

I. 数... II. 孙... III. 数学方法—普及读物 IV. 01-0
中国版本图书馆CIP数据核字 (2005) 第087090号



数学魔笛
数学方法趣引
孙泽瀛 著
盛于华 装帧

责任编辑 熊喆萍 美术编辑 赵 奋
责任校对 陶立新 责任监印 史建平

出版发行: 上海世纪出版集团 少年儿童出版社

地址: 上海延安西路 1538 号 邮编: 200052

易文网: www.ewen.cc 网址: www.jcph.com

电子邮件: postmaster@jcph.com

印刷: 上海市印刷七厂

开本: 889×1194 1/32 印张: 4.625 字数: 90 千字

版次: 2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1-6,000

定价: 9.00 元

版权所有 侵权必究

如发生质量问题, 读者可向工厂调换

编者的话

苏步青先生回忆他的数学生涯时，曾讲起早年留学日本，刚从东京高等工业学校考入东北帝国大学数学系时的一件事：“初进东北帝大，有一次老师让我们用一个下午的时间做题目，他留下题目就走了。我自以为很了不起，一个人坐在没人敢坐的第一排。两个钟头后，老师回来，首先看我的作业，一边看一边摇头，‘什么东西，这根本不是数学’。这时我才恍然大悟，过去在工科大学学的数学根本不符合数学的基本精神。”

苏先生的这段回忆提出了一个问题：“数学究竟是什么？”在这个问题上，连当时已经解过上万道微积分和解析几何习题、并决心以研究数学为终身职业的苏步青，都需要经历一番“观念更新”，建立一种新的认识。可见得，这个问题是有一定难度了，不好随意回答。

数学究竟是什么？

有五花八门的答案。有人说“数学是科学的皇后”，又有人说“数学是科学的仆人”；有人说“数学是一种语言”，又有人说“数学是一种艺

术”；更有人说“数学是科学性的典范，连哲学都应该向它看齐”。所有这些答案都有一定道理，都说出了部分真理，因此都对；但是把这些答案拼凑在一起，并不能勾勒出数学的正确形象。“数学究竟是什么”，要在“做数学”（doing mathematics）中实地去体会和领悟，任何外在的定义和描述都难以给出富于真实感的答案。

中小学里，数学是一门主课，理所当然承担着教学生在“做数学”中认识数学真实形象的任务。可惜，它往往没有承担好，相反，却是在教给学生一些知识的同时，有意无意地灌输了关于数学形象的错误观念。

例如，多多益善地解难题，被看做学好数学、培养人才的不二法门。多年来，数学竞赛大盛，涌现出许多优胜者，像体育项目一样，市、区甚至学校，都有各自的“专业队”，作专门严格的训练。这些本来并非坏事，中国学生在国际性数学竞赛中屡创佳绩也确实令人欣喜。但是须知，任何特殊能力的培养都不应以牺牲学生的全面发展为代价；更何况，仅仅注重在一种狭隘的规范下解难题，以熟练为取胜之道，并不利于培养创造力和想像力。事实上，强化训练出来

的竞赛获奖者，往往并不能成为出色的数学研究者，他们更像优秀运动员，而不太像数学家。

树立正确的数学形象，回答好“数学究竟是什么”的问题，是数学教学责无旁贷的任务。我们出版这一套数学通俗读物丛书，也就是想在这方面尽一点绵薄之力。简括地说，我们是以如下标准来选书的：

一、起点低。希望让有中学程度、对数学感兴趣、愿意动动脑筋的读者都能愉快通读。即使有些地方读不懂，那困难也是“局域化”的，不妨碍往后的阅读。数学的成品必须清晰，但“做数学”的过程又常常可以带点“朦胧”。二者好像冲突，其实很可以相通，历史上的情况就是如此。

二、观点高。上世纪60年代美国教学改革中曾提出一个观点：“只要采取适当的办法，可以向任何知识水平上的学生，包括小学生，讲授微积分。”这次改革在整体实施上存在不少问题，但上述观点是正确的，20世纪最伟大的数学家希尔伯特其实也是这个观点。向数学知识不多的公众讲解一些高等题材，恰恰是树立正确的数学形象的一条有效途径。数学通俗读物

应该在高等数学和公众之间筑桥铺路，这本身就是一个挑战性的任务。

三、内容的趣味性和精神的人文性。此处所谓趣味，与“趣味数学”之“趣味”不同，而是仍然要与“数学究竟是什么”的问题相联系。就这个问题而言，趣味性与人文性的源泉是历史。许多人对数学望而生畏，是因为单单从只提供现成知识的教科书去了解数学。倘若能从数学家“做”出这些数学的过程去探寻、去体会，感受必定大不相同。数学通俗读物应能经常唤起读者设身处地像当时的数学家那样想一想的意识。

我们的工作还刚刚开始，恳切期待广大读者的批评、建议和支持。

目录

第一、二版自序 → 001

第三版序言 → 005

哥尼斯堡七桥问题 → 011

哈密顿周游世界游戏问题 → 035

地图着色问题 → 045

十五棋子排列问题 → 063

魔方阵问题 → 073

欧拉三十六军官问题 → 097

火柴游戏问题 → 111

寇克曼女生问题 → 121

“寇克曼女生问题”已经被证明 / 罗见今 → 130

孙泽瀛简介 / 陈克艰 → 133

第一、二版自序

一般人认为数学是由一堆复杂的式子、奇怪的记号以及不习惯的术语所凑成的学问，尤其近来的数学专在符号、式子里面打圈子。一般没有数学修养的人，一看见这些符号、式子就觉头痛，更说不上接近它了。不错，符号与式子是数学发展中不可或缺的工具。如果没有这些数学符号和式子，我们不可能有今天数学的这种辉煌成就，但是这只有对数学有修养的人才讲得通。对于一般望符号和式子而生畏的人们，想叫他们知道数学的作用而引起兴趣，就不得不从另一方面设法了。

其实，所谓式子、符号等等，全是为了说明上的便利，受一定约束的语言罢了。语言是表达普通思想的工具，那么数学里的符号与式子，也不过是表达数学思想的工具。从一个数学符号到另一个数学符号，从一个数学式子到另一个数学式子，其间的联络与推演，就是用数学的形式表达了一种思维过程。这种形式，或者是这种方法，不能不说是数学的核心所在了。

这种数学方法能帮助我们事物作精细严

密的分析而得到正确的结论。一切科学的进展，就是靠这种方法。我们试看看一切严密性的科学规律，如果是仅凭了一点观察而归纳出来的结果，那么它的正确性也就很成问题了。人的寿命有限，同时要受地域的限制。因了这种时间与空间的限制，他就不能遍察一切现象。再说人类之有文化，也不过数千年的光景，以这种短短的时间想遍察悠久的宇宙现象，能办到吗？因此专凭观察所得的结论，时常会挂一漏万，不十分靠得住的，要想补救这项缺憾，就不能不靠数学方法了。这在一切实自然科学上，随处都可以找出这种数学方法运用的痕迹。

为了使得不习惯于数学符号与式子的人们，初步了解数学方法，引起一般人对数学的兴趣起见，所以写了这本书，它的内容是对于几个与近代数学有关的典型问题，尽量地少用数学式子与符号，而代之以通俗的语言，去探求解决的途径。在解决问题的过程中，我们可以看出数学的观察与思考，究竟是怎样一回事。

编者深为抱憾的，是书内所举的例证，都是外国的。编者也曾想多举一些本国的或现代的例子，但限于学识，找不到适当的资料，有力不

从心之苦。这一点希望以后有人能从这方面工作，那么本书就算收到抛砖引玉的效果了。

末了，我要感谢中国科学院数学研究所所长华罗庚先生以及该所内审查本书的工作同志。他们都提了很宝贵的意见，同时他们认为本书还不是太无聊的东西，再加以国内有关近代数学的通俗读物很缺，所以引起编者付印的决心，以编者的浅薄，内容不恰当的地方，定难避免，深盼读者指正，批评。

孙泽瀛

1952年11月于上海

第三版序言

孙泽瀛先生著《数学方法趣引》1953年8月由中国图书仪器公司印行第一版，根据孙先生1952年11月写的“序言”，本书由中国科学院数学研究所所长华罗庚先生及其他专家审查过，“他们都提了很宝贵的意见”。1955年本书曾经再版。2005年初，在上海师范大学陈克艰教授热心联络、孙先生的后人和少年儿童出版社的大力支持下，现在要出第三版了，这对于中学生、家长、教师、大学生、数学工作者和数学爱好者，都是一个令人高兴的好消息！

陈教授希望笔者来写第三版序言。作为这本书的忠实读者，我在做研究生时曾借过一本来读；1984年为上海《自然杂志》写一篇关于Chinese game of Nim(即本书中“火柴游戏问题”)的论文时参考了它；后来为了解组合学家陆家羲(1935~1983)的成果，编写“世界数学名题欣赏丛书”之一《寇克曼女生问题》时又研究了它。我曾在境外看到过该书的盗版，竟然将孙先生的名字也写错了，感到十分痛心。他们深知此书的价值，却使用了非法的手段。人们不禁要

问，为什么我们自己不可以再版呢？

现在新版要问世了，这正是大家盼望已久的！

摆在读者面前的这本书虽然只有100多页，却经历了50多年的风风雨雨，影响了几代人，树立了优秀科普读物的典范。作为一名教过中学的老教师，我认为《数学方法趣引》是一本大中学生和数学教师不可多得的好书，它经受了时间的考验，至今仍然具有学术价值和生命力，是提高数学文化素养的良师益友。

《数学方法趣引》具有三个鲜明的特点：

首先，本书选取的内容属于50年来蓬勃兴起的离散数学 (discrete mathematics) ——主要是图论 (graph theory) 和组合学 (combinatorics)。大家知道，离散数学是随计算机科学而迅速发展起来的新数学，现已成为计算机系大学生必修课，可以说是电脑程序设计的灵魂。一般认为以1966年国际《组合论杂志》(A辑是组合数学，B辑是图论) 的出版为标志，现代组合论 (combinatorial theory) 形成强势学科。在孙先生写书时，组合论还被归为“代数学”。

孙先生具有敏感的学术嗅觉和超前的学术

眼光，本书涉及的问题有的是当时甚至现在未解决的，研究空间广阔，有的堪称数学史上璀璨的明珠，至今仍为学界所关注。例如，“四色定理”1976年被美国数学家用计算机证明。至今还有人企图不用计算机再次证明它。又如，欧拉猜想（1782） n 阶正交拉丁方当 $n=4k+2$ （ $k=0, 1, \dots$ ）时不存在（当 $k=1$ 时即本书“三十六军官问题”），但1959年被推翻：数学家证明了除 $n=2, 6$ 外所有 $n=4k+2$ 阶正交拉丁方均存在。再如，植根于中国传统“纵横图”的幻方问题（即本书中“魔方阵问题”），除了双随机矩阵的研究之外，已经发展出诸多分支：完美幻方、素数幻方、乘积幻方、重幻方，乃至幻体、幻图。这些激动人心的进展，成为数学历久弥新的佳话。

第二，本书搜集的8个问题个个貌似简单明白，要彻底解决它却显得十分棘手。从中学生到数学家读此书均可见仁见智，各得所需。孙先生写作风格清晰、严格而平易，深入浅出，问题各自独立而又连贯，引出若干关键概念，具有基本的重要性。例如“哥尼斯堡七桥问题”、“哈密顿周游世界游戏问题”在现代图论中属于Euler图和Hamilton图，这两个最基本、最漂亮的图类

具有深刻的内在联系：前者可从任一顶出发不重复行遍所有的边，后者可从任一顶出发不重复行遍所有的顶，两者都有可行遍的性质，而且均可返回出发点。但人们迄今不知是否存在判断一个图是否 Hamilton 图的有效算法，要搞清楚可谓难矣。

作者不做任何文饰和“包装”，将大智深藏于平淡之中。注重阐明数学方法，目的在于提高读者的能力。书中渗透拓扑学、射影几何、博弈论等观点和方法，读者在阅读时不知不觉受到深刻启发，在思考的过程中拓宽了眼界。作者在书名中点出“数学方法”，我们体会，这是本书的宗旨所在。

第三，本书具有鲜明的历史性、知识性和趣味性。夫子循循善诱，引人渐至佳境，直至跨入数学殿堂。组合论是一门“像山岳一样古老，像山花一样年轻”的数学，它的起源与历史上中外许多著名数学游戏密不可分。与连续数学（如现代分析学）需要厚重的基础相比，离散数学被认为较易入门，而且更为有趣，而兴趣是钻研科学问题的原动力之一，因此它吸引了许多青年人。

一个生动的例子是后来成为组合学家的陆家羲：大学生时，他在物理系就读，很喜欢数学，读了这本《数学方法趣引》（1955年版），一下子被吸引住了。书上讲寇克曼女生问题百余年来没有获得解决，更激起了他的兴趣。他暗下决心，要攻克这一难题。他没有料到，这本书吸引他走上了数学探索的道路。但他终于攀登上科学的高峰，戴上了胜利者的桂冠，为祖国争得了荣誉。

以上我们从“数学”、“方法”、“趣引”等方面分析了孙泽瀛先生当年写书的用意和此书的优点。从中可以看出，一些貌似简单的游戏怎样融入了现代数学，一些引人入胜的猜想如何吸引数学家，这些都体现了数学思想发展的脉络，一定会引起读者新的兴趣。

这样的书确实很少见，值得我们仔细阅读、认真研究。

罗见今

2005年6月于呼和浩特