Oxbridge
津桥文教

总策划◎徐丰

《小学奥数同步拔高15讲》丛书

# 小学数学

# 拔高拓展15讲

教材重点+同步拔高+同步拓展=优等生学案

主编 张齐华

●人教国标

## 6年级下册

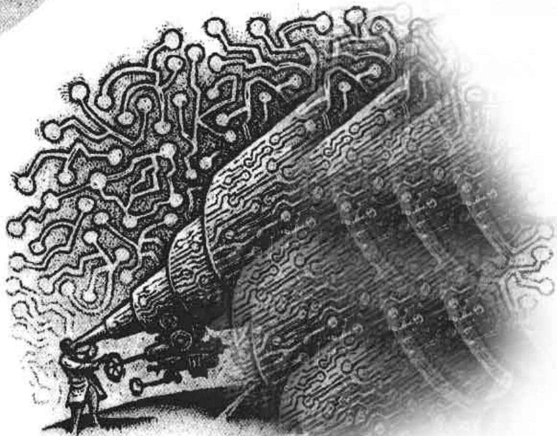
广州出版社

教材重点 + 同步拔高 + 同步拓展 = 优等生学案

主编 张齐华
编写 张海红

# 小学数学

# 拔高拓展15讲



学数学让我们看得更远

● 人教国标

6年级下册

广州出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

小学奥数同步拔高15讲.六年级/张齐华主编.—广州:广州出版社,2009.6

ISBN 978-7-5462-0138-2

Ⅰ.小… Ⅱ.张… Ⅲ.数学课—小学—教学参考资料 Ⅳ.G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第106672号

| | |
|---|---|
| 书　　名 | 小学奥数同步拔高15讲·小学数学拔高拓展15讲 |
| 出版发行 | 广州出版社(地址:广州市天河区天润路87号广建大厦九、十楼 邮政编码:510635) |
| 责任编辑 | 心　韵 |
| 责任校对 | 梁　珍 |
| 封面设计 | 杭永鸿 |
| 印　　刷 | 南京新洲印刷有限公司　地址:六合区雄州镇雨花路2号 邮政编码:211500 |
| 规　　格 | 787毫米×1092毫米　1/16 |
| 总 印 张 | 82 |
| 总 字 数 | 1400千 |
| 版　　次 | 2010年1月第1版第1次印刷 |
| 书　　号 | ISBN 978-7-5462-0138-2 |
| 总 定 价 | 144.00(共12册) |

# 新学期开始了……

孩子们，你们好！

新的学期又开始了。打开崭新的数学书，看着全新的数学内容，你一定在想——

这一学期，我们又将研究哪些新的数学知识或方法？

每一单元的数学内容，它们的重点有哪些，难点又在哪儿？

如何才能又快又好地掌握每一单元的知识要点以及方法技巧？

如何才能更好地运用每一单元的数学知识，巧妙而灵活地解决各种各样的实际问题？

如果我还想对每一单元的数学内容进行必要的提高与拓展，我又该到哪儿去寻找最适合的习题，并获得具体可行的辅导？

如果我还想对与各单元数学内容相关的奥数知识有所涉猎，并藉此有效提高自己的奥数学习能力，我又该去做哪些必要的准备？……

是的，这样的问题，相信你还有很多很多。并且，这样的问题，还将在你一学期的数学学习中，不断地伴随着你。

那就打开这套《小学数学拔高拓展 15 讲》吧！因为你会发现，你曾有的所有困惑与难题，在这套丛书中都给出了很棒的回答——

**“教材知识归纳”**将带领大家全面而系统地回顾每一板块的数学知识的构成与结构。有了它，你就可以对每一板块的数学知识有一个整体、系统的把握了。

**“重点难点解析”**将以准确而独特的视角，帮助我们重温每一板块数学知识的重点与难点，并对如何有效地掌握重点、突破难点给出具体而巧妙的指导。

**“拓展拔高培优”**将在教材习题的基础上，适当提高难度、拓展广度，接受这样的挑战将使得你对数学的理解更深刻，应用也更灵活。如果你觉得通过独立挑战，自己在理解或应用上还不够灵活，也别着急，**“思路方法点睛”**将对解决这类问题的思路与方法给予画龙点睛式的引导，加上随后的**“多思多做多练”**，你一定会受益非浅。

**“相关奥数导学”**将结合这一板块的数学知识，给大家系统呈现相关的奥数内容，并就每一类奥数题的解题思路、方法、技巧等给出恰当的点拨，加上**“奥数熟能生巧”**中给大家精心准备的富有层次的习题，相信你一定能轻松掌握。

最后，我们还为大家精心准备了丰富而有趣的**“数学知识阅读”**，透过这扇小小的窗户，你可以在数学历史、故事、趣闻的海洋中自由翱翔……

那还等什么呢？赶紧跟随着我们的指引，开始这趟美妙的数学学习之旅吧！

你们的大朋友

# 目 录

第 1 讲 负数 + **负数的加减** …… 1
第 2 讲 圆柱和圆锥(1) + **表面积趣题** …… 6
第 3 讲 圆柱和圆锥(2) + **体积趣题** …… 11
第 4 讲 比例(1) + **妙用比例的基本性质** …… 16
第 5 讲 比例(2) + **用赋值法解题** …… 21
第 6 讲 比例(3) + **比例应用题** …… 26
第 7 讲 统计 + **平均数问题** …… 31
第 8 讲 数学广角(1) + **奇偶性问题** …… 36
第 9 讲 数学广角(2) + **用构造法解题** …… 41
第 10 讲 整理与复习(1) + **平方数问题** …… 46
第 11 讲 整理与复习(2) + **列方程解应用题** …… 51
第 12 讲 整理与复习(3) + **类比法解钟面问题** …… 56
第 13 讲 整理与复习(4) + **数形结合巧解题** …… 61
第 14 讲 整理与复习(5) + **用比例知识解钟表问题** …… 66
第 15 讲 整理与复习(6) + **从反面思考** …… 71
期末大串讲 …… 76
期末测评卷(A 卷) …… 79
期末测评卷(B 卷) …… 85
参考答案(全解全析) …… 88

# 第1讲 负数+负数的加减

## 教材知识归纳

学习负数能扩展我们对数的认识，增加认识周围事物的本领。如：同样是8层，当标准不同时可以用不同的数表示；再如“$a\pm b$”表示的是一个范围。正负数还能描述事物的变化情况，我们有两种方法进行分析，一是具体分析到细节，二是整体考虑变化情况。同时我们还可以通过(含有负数的)运算，更准确地把握事物变化的特质。把负数与算式中的减法联系起来，再加上数轴的帮助，相信同学们能很快学会含有负数的运算。

## 重点难点解析

**【例1】** 一幢大楼，地面以上第8层记作+8，那么地面以上第10层记作(　　)；如果小李从地面以上第2层到第5层记作+3，那么从地面以上第2层到第10层记作(　　　)。

**分析** 前半道题实际上是把底层作为分界点，即地面上1层记作+1，地面下1层记作−1，所记的数可以表示层数；而后半道题是以地面以上第2层为起点，到第5层时实际上是上升了3层，故记作+3，所记的数不表示层数，而表示上升了多少层。

**详解** 一幢大楼，地面以上第8层记作+8，那么地面以上第10层记作+10；如果小李从地面以上第2层到第5层记作+3，那么从地面以上第2层到第10层记作+8，因为上升了8层。

**【例2】** 一个食品的外包装上标有“净含量(500±5)克”。龚一佳买了这样的食品一袋，称得重502克，这袋食品符合标准吗？

**分析** 要想知道这袋食品是否符合标准，首先要理解“净含量(500±5)克”的含义，这是解决本题的关键。“500±5”并不是指一个数，而是指一个范围，最小是“500−5”即495，最大是“500+5”即505，符合标准的重量应该是：(495～505)克。

**详解** “净含量(500±5)克”是指一袋食品的重量应该在495(即500−5)克到505(即500+5)克之间，这是因为在实际生产中会产生一定的误差，所以规定了一个范围。而495<502<505，所以龚一佳买的这袋食品是符合要求的。

## 拓展拔高培优

**【例3】** 一辆公共汽车从起点站开出后，途中经过若干个停靠站。下表记录了这辆公共汽车途经部分停靠站时载客数量的变化情况。

| 停靠站 | 起点站 | 中间第1站 | 中间第2站 | 中间第3站 | 中间第4站 | …… |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 上下车人数 | +21 | −3<br>+8 | 0<br>+2 | −7<br>+1 | −2<br>0 | |

你能算出当汽车从第4站出发时车上有多少名乘客吗？

**分析** 我们有两种思路求“当汽车从第4站出发时车上有多少名乘客”。一种思路是分别算出经过每个中间停靠站后汽车上有多少名乘客；另一种思路是整体上计算出经过前4个停靠站后共上车或下车了几人就可以了。

**详解** 第一种思路解答如下：根据条件，经过第1站实际“上车 8－3＝5(人)”，车上有 21＋5＝26(人)；经过第2站实际“上车 2－0＝2(人)”，车上有 26＋2＝28(人)；经过第3站实际下车 7－1＝6(人)，车上有乘客28－6＝22(人)；经过第4站实际下车 2－0＝2(人)，所以车上有乘客 22－2＝20(人)。

第二种思路解答如下：整体看汽车经过中间4个停靠站，共下车 3＋0＋7＋2＝12(人)，共上车 8＋2＋1＋0＝11(人)，由此发现实际下车 12－11＝1(人)，所以经过第4站时车上有乘客 21－1＝20(人)。

**【例4】** 下面是李喆的妈妈存折本中部分记录，根据这些信息你能算出2月底时李喆妈妈存折本上的结余吗？

| 日期 | 币种 | 注释 | 支出(－)或存入(＋) |
|---|---|---|---|
| 20090311 | RMB | 续存 | ＋3500.00 |
| 20090322 | RMB | 支取 | －1000.00 |
| 20090331 | RMB | 支取 | －500.00 |

结余:12000.00

**分析** 此题要运用到还原策略，我们可以从整体上考虑，先算出3月份李喆妈妈实际收支情况，再根据3月份结余12000元进行还原就行了。

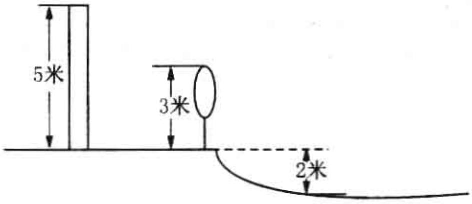
**详解** 根据条件 3500－1000－500＝2000，3月份实际存入是2000元，从12000元中扣除这2000元，就是2月份的结余了。12000－2000＝10000(元)。

## 思路方法点睛

**这两题虽然都涉及到负数的计算问题，但都可以把负数当成减法来做，如“－3人”就是“减3人”，“－1000元”就是“减1000元”。我们可以从整体上考虑实际的变化情况，算出最后的变化结果，问题就迎刃而解了。**

## 多思多做多练

1. 如下图，如果小树的高度记作＋3米，那么电线杆的高度记作(　　)米，如果小树的高度记作＋5米，那么电线杆的高度记作(　　)米。



2. 一个排球的标准重量是“(270±10)克”,下面 3 个排球的重量哪几个是符合标准的,请在(　　)里打“√”。

270 克(　　)　　　　255 克(　　)　　　　279 克(　　)

3. 下面是图书馆 4 个借书日图书借出和还入情况的记录。经过这 4 天后图书馆内书是多了还是少了?

| 日　期 | 第一天 | 第二天 | 第三天 | 第四天 |
|---|---|---|---|---|
| 借还书的本数 | −120<br>+108 | −104<br>+100 | −0<br>+55 | −300<br>0 |

4. 某河水水位 245 厘米,以下是 3 天内水位变化情况,你能算出第 3 天最后的水位高度吗?

| | 第 1 天 | 第 2 天 | 第 3 天 |
|---|---|---|---|
| 上午 | +2 厘米 | −1 厘米 | +4 厘米 |
| 下午 | −4 厘米 | +5 厘米 | −1 厘米 |

5. 一个怪钟,分针一开始指向 12,然后作不规则的转动,每分钟转动两次,前两分钟转动情况如下表(“+”表示顺时针旋转,“−”表示逆时针旋转)。在这两分钟的转动后,你知道分针指向几吗?

| | 第 1 分钟 | 第 2 分钟 |
|---|---|---|
| 第 1 次 | $+180^\circ$ | $-150^\circ$ |
| 第 2 次 | $-40^\circ$ | $+70^\circ$ |

**相关奥数导学**

## 负数的加减

**负数同我们熟悉的自然数、小数、分数一样可以进行运算。我们可以根据负数的意义,在推理的基础上进行运算,这为初中学习负数的运算打下一个良好的基础。同时在运算的过程中也可以帮助我们加深对负数的理解。**

**【例 5】** 单纯负数加减法,用数轴加以理解。

一艘潜水艇所处的位置是海拔 −100 米,一条鲨鱼在潜水艇上方 40 米,鲨鱼所处位

置是海拔(　　　　)米；如果潜水艇再向下沉 40 米，此时所处位置是海拔(　　)米。

**分析** 要求鲨鱼所处位置的海拔，必须知道鲨鱼离海平面的距离，同样求潜水艇所处位置也必须知道此时潜水艇离海平面的距离。

**详解** 鲨鱼离海平面距离 100－40＝60(米)，所以填－60，也可以列成算式－100＋40＝－60；潜水艇离海平面距离 100＋40＝140(米)，所以填－140，也可以列成算式－100－40＝－140。

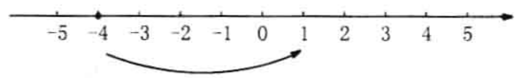
**【例6】** －4＋5＝　　　　－4－3＝　　　　－4＋2＝

**分析** 在做负数的运算时可以把负号看成减号，如－4＋5，可以看成减4再加5，－4＋5＝5－4，当然我们还可以借助数轴帮助理解，“负”就是往左移动，“正”就是往右移动。

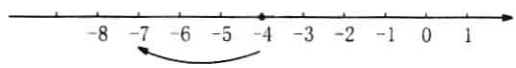
**详解** －4＋5＝1，－4－3＝－7，－4＋2＝－2。

观察下面的数轴帮助理解这三道有负数的运算。

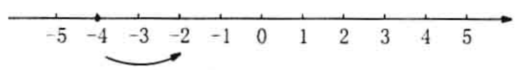
－4＋5＝1




－4－3＝－7




－4＋2＝－2

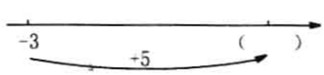


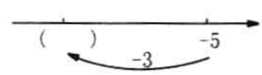

**技巧点拨**

**解答有关负数的运算时可以把负号看成减号，另一方面可以借助数轴帮助理解，“负几”就是向左移动几格，反之“正几”或说“加几”就是向右移动几格。**

## 熟能生巧

1. 在括号中填上合适的数。




2. 算出下面各题的结果。

－11＋9＝　　　　－3－2＝　　　　－5＋5＝

3. 一条小鱼在水面下方5米，记作－5米，一会儿向上游了3米。这时小鱼的位置应该记作多少米？

4. 小明在一幢大楼内坐电梯。他现在在地面以上 9 层，记作 +9，接着他往下 10 层，此时小明所在楼层应该记作多少？

5. 在下面的括号里填上适当的数。

$-4-(\quad)=-5$　　　　$-4+(\quad)=5$

## 数学知识阅读

### 负数的产生

人们在生活中经常会遇到各种相反意义的量。比如，在记账时有余有亏；在计算粮仓存粮时，有时要记进粮食，有时要记出粮食。为了方便，人们就考虑了用相反意义的数来表示。于是人们引入了正负数这个概念，把余钱、进粮食记为正，把亏钱、出粮食记为负。可见正负数是在生产实践中产生的。

我国古代数学名著《九章算术》中，最早提出了正负数加减法的法则："正负术曰：同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之；其异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之。"这里的"名"就是"号"，"除"就是"减"，"相益"、"相除"就是两数的绝对值"相加"、"相减"，"无"就是"零"。用现在的话说就是：正负数的加减法则是同符号两数相减，等于其绝对值相减，异号两数相减，等于其绝对值相加。零减正数得负数，零减负数得正数。异号两数相加，等于其绝对值相减，同号两数相加，等于其绝对值相加。零加正数等于正数，零加负数等于负数。三国时期的学者刘徽在建立负数的概念上有重大贡献。刘徽首先给出了正负数的定义，他说："今两算得失相反，要令正负以名之。"意思是说，在计算过程中遇到具有相反意义的量，要用正数和负数来区分它们。负数的引入是我国古代数学家杰出的贡献之一。

西方最早使用负数的是一本印度数学文献，是 Brahmaqupta 写于公元 628 年的 BrahmaSphuta-Siddhanta，是为了表示负资产或债务的。与中国古代数学家不同，西方数学家更多的是研究负数存在的合理性。16～17 世纪欧洲大多数数学家不承认负数是数。帕斯卡认为从 0 减去 4 是纯粹的胡说。帕斯卡的朋友阿润德提出一个有趣的说法来反对负数，他说 $(-1):1=1:(-1)$，那么较小的数与较大的数的比怎么能等于较大的数与较小的数比呢？直到 1712 年，连莱布尼兹也承认这种说法合理。英国数学家瓦里承认负数，同时认为负数小于零而大于无穷大(1655 年)。英国著名代数学家德·摩根在 1831 年仍认为负数是虚构的。他用以下的例子说明这一点："父亲 56 岁，其子 29 岁。问何时父亲年龄将是儿子的二倍？"他列方程 $56+x=2(29+x)$，并解得 $x=-2$。他称此解是荒唐的。在很大程度上，欧洲大多数数学家直到 17 世纪才接受负数的概念，承认负数的合理性。

# 第2讲《 圆柱和圆锥（1）＋表面积趣题

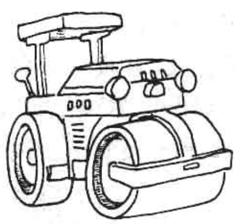
## 教材知识归纳

本单元的主要知识点有：圆柱和圆锥的认识，圆柱的侧面积、表面积的计算以及圆柱和圆锥的体积计算。本讲中主要安排了圆柱和圆锥的认识，以及圆柱的侧面积、表面积的计算。

## 重点难点解析

【例1】 一台压路机的前轮是圆柱形，轮宽1.5米，直径0.8米。前轮转动一周，压路的面积是多少平方米？

**分析** 压路机的前轮是一个横放着的圆柱，底面直径是0.8米，高1.5米。转动一周，压路的面积就是这个圆柱形前轮的侧面积。



**详解** $3.14\times0.8\times1.5$

$=3.14\times(1.5\times0.8)$［乘法的结合律］

$=3.14\times1.2$

$=3.14\times1+3.14\times0.2$［乘法的分配律］

$=3.14+0.628$

$=3.768$（平方米）

答：前轮转动一周压路的面积是3.768平方米。

【例2】 一个圆柱的高是18厘米，底面半径是5厘米。它的表面积是多少平方厘米？

**分析** 圆柱的表面积就是指圆柱的两个底面积与一个侧面积的面积和，可以用这样的公式计算：圆柱的表面积＝底面积×2＋侧面积。

求圆柱的表面积，需要的信息比较多，为了思维更有条理，一般用列小标题的方法提示解题步骤。

**详解** 底面积：$3.14\times5^2=78.5$（平方厘米）

侧面积：$2\times3.14\times5\times18=565.2$（平方厘米）

表面积：$78.5\times2+565.2=722.2$（平方厘米）

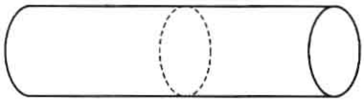
答：它的表面积是722.2平方厘米。

## 拓展拔高培优

**【例 3】** 为了建筑的需要，现将 2 米长的圆柱形木料截成 2 段。已知木料的横截面直径是 6 厘米，那么表面积比原来增加了多少平方厘米？

**分析** 解决图形方面的问题，我们需要根据题意画示意图，帮助想象。

将木料截成 2 段，与原来的圆柱相比，多了 2 个底面积，如图：



**详解** 2 米＝200 厘米

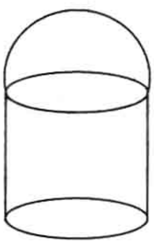
$3.14\times(6\div2)^2\times2=56.52$（平方厘米）

答：表面积比原来增加了 56.52 平方厘米。

**【例 4】** 一个没有盖的圆柱形铁皮水桶，高是 48 厘米，底面直径是 30 厘米。做这个水桶至少要用铁皮多少平方厘米？（得数保留整百平方厘米）

**分析** (1) 求做无盖的水桶需用铁皮的面积，实际是求圆柱的侧面与一个底面的面积之和。

(2) 在实际生活中，需要的用料面积总是比计算得到的用料面积要稍多一些，因为在制作过程中总是有一些损耗。在这种情况下求近似值要注意用进一法。



**详解** 水桶的底面积：$3.14\times(30\div2)^2=706.5$（平方厘米）

水桶的侧面积：$3.14\times30\times48=4521.6$（平方厘米）

需要铁皮：$706.5+4521.6=5228.1\approx5300$（平方厘米）

答：做这个水桶至少需要铁皮 5300 平方厘米。

## 思路方法点睛

在有关圆柱的侧面积与表面积的计算中，要掌握相应的计算方法。在解决有关实际问题时，还要注意认真审题，看清楚要求的是哪几个面的面积。

在关于圆柱的计算中，经常会用到 3.14 和一个两位数相乘，计算比较复杂。我们要像例 1 所提示的那样，善于观察算式，运用我们所学过的运算定律和其他运算技巧，使计算简便。

## 多思多做多练

1. 指出下图中哪个是圆柱。

2. 一个圆柱的底面周长是 6 分米，高是 2 分米。这个圆柱的侧面积是多少平方分米？

3. 一根圆柱形钢材，底面直径是 6 分米，把它截成 3 段，底面积增加了多少平方分米？

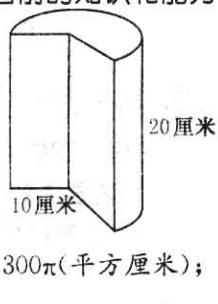
4. 一个圆柱形无盖铁皮水桶，底面半径 2 分米，高 8 分米。在桶的里外都涂上防锈漆，涂漆的面积是多少平方分米？

5. 做一只底面直径 8 分米，高 1.2 米的汽油罐，至少需要多少平方分米的铁皮？

**相关奥数导学**

## 表面积趣题

几何形体变幻无穷。我们所认识的长方体、正方体、圆柱体只是其中的冰山一角。更多的立体图形是我们尚未认识的，那么这些图形的表面积又怎样计算？其实，只要把它们进行合理的拼割组合，就能转化成我们已经熟悉的图形，从而利用我们目前的知识和能力来解决。




**【例 5】** 右图是一个几何体，其底面是$\frac{3}{4}$圆的扇形。这个几何体的表面积是多少平方厘米？

**分析** 首先要分析这个图形的表面积是由哪些部分组成的。认真观察这个图形，我们发现，这个图形的表面有这样几部分：(1) 一个曲面，这个曲面的面积是底面半径为 10 厘米，高为 20 厘米的圆柱侧面积的$\frac{3}{4}$；(2) 2 个扇形，这两个扇形的面积都是半径为 10 厘米的圆面积的$\frac{3}{4}$；(3) 2 个长方形，这两个长方形的长都是 20 厘米，宽都是 10 厘米。

实际计算中，用到圆周率的地方比较

**详解**

(1) 曲面的面积：

$\pi\times10\times2\times20\times\frac{3}{4}=300\pi$(平方厘米)；

(2) 2 个扇形的面积：$\pi\times10^2\times\frac{3}{4}\times2=150\pi$(平方厘米)；

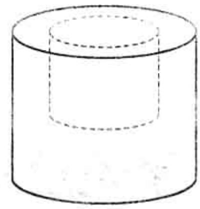
(3) 2 个长方形的面积：$10\times20\times2=400$(平方厘米)；

(4) 表面积：$300\pi+150\pi+400=450\pi+400=450\times3.14+400=1413+400=1813$(平方厘米)。

多，因此凡用到圆周率的地方可以先用π表示而不直接用3.14，使计算稍微简便些，当然最后可以用3.14代入计算。这样的方法叫"带π计算"。

答：这个几何体的表面积是1813平方厘米。

【例6】 有一个圆柱形的零件，高20厘米，底面直径是12厘米，零件的一端有一个圆柱形的直孔。圆孔的直径是8厘米，孔深10厘米。如果将这个零件接触空气部分涂上防锈漆，一共需涂多少平方厘米？



**分析** 观察图形发现，涂漆部分的面积有这样几个部分：(1) 外面大圆柱的侧面积；(2) 小圆柱的侧面积；(3) 大圆的底面积；(4) 小圆的底面积；(5) 环形的面积。但是仔细思考，还可以这样想，把小圆的圆形底面往上平移，和原来的环形正好合成大圆柱的底面，因此涂漆部分的面积可以简化为大圆柱的表面积＋小圆柱的侧面积。

**详解** (1) 大圆柱的表面积：$3.14\times(12\div2)^2\times2+3.14\times12\times20=979.68$(平方厘米)

(2) 小圆柱的侧面积：$3.14\times8\times10=251.2$(平方厘米)

(3) 表面积：$979.68+251.2=1230.88$(平方厘米)

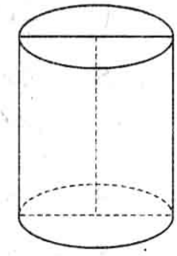
答：一共需涂1230.88平方厘米。

**技巧点拨**

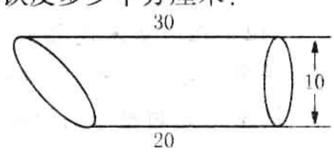
通过上面的例题，我们知道，要求一些我们不认识的几何图形的表面积，可以先分析这个图形由哪些部分组成，分别计算这些图形的面积，再把这些面积相加就可以了。

## 奥数熟能生巧

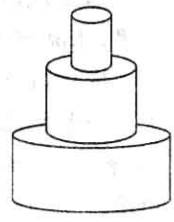
1. 有一个底面半径4厘米，高6厘米的圆柱体，沿着上下底面的圆心连线将它切开后（如图），它的表面积增加了多少平方厘米？



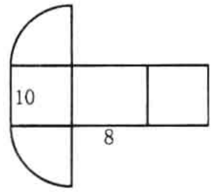
2. 用铁皮做一个如右图所示的空心管（单位：厘米），需用铁皮多少平方厘米？




3. 将高是0.8米，底面半径分别为1.5米、1米和0.5米的三个圆柱组成一个物体，这个物体的表面积是多少？



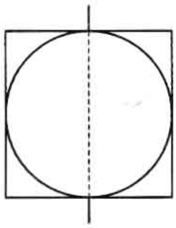
4. 下图是立体图形的展开图，试求这个立体图形的表面积。(单位：厘米)




## 数学知识阅读

### 阿基米德与圆柱容球

阿基米德(Archimedes)，古希腊伟大的数学家、力学家。于公元前约287年出生在意大利半岛南端西西里岛的叙拉古，公元前212年于同地被害。



圆柱容球是这样的：以球的大圆(过球心的截面)为底，以球的直径为高的圆柱体，其体积为球的体积的$\frac{3}{2}$，其表面积也是球表面积的$\frac{3}{2}$。

设圆的半径为$R$，球的体积与圆柱的体积分别为$V_{球}$及$V_{柱}$，球的表面积与圆柱的全面积分别为$S_{球}$及$S_{柱}$，则有

$$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V_{柱}=\pi R^2\cdot 2R=2\pi R^3$$

$$V_{柱}=\frac{3}{2}V_{球}$$

$$\begin{aligned}S_{柱}&=侧面积+上下底面积\\&=2\pi R\cdot 2R+2\cdot\pi R^2\\&=6\pi R^2\end{aligned}$$

$$S_{球}=4\pi R^2$$

$$S_{柱}=\frac{3}{2}S_{球}$$

但是在阿基米德之前，人们还不知道球的面积公式和体积公式。正如A·艾鲍博士在《早期数学史选篇》中所说的：如果说欧几里得的《几何原本》是前人工作的汇编的话，那么，阿基米德的每一篇论文都为数学知识宝库作出了崭新的贡献。

尤其令人惊叹的是，阿基米德对于圆柱容球的证明，用的竟是从杠杆原理开始谈起的力学方法！

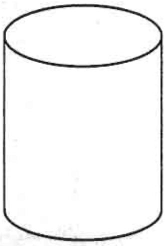
据传说，当罗马人攻破叙拉古城时，阿基米德还在专心致志地研究数学。他独自在住所里，正凝视着一幅几何图形在沉思，甚至一点也没有听到罗马人闯入城市时杂乱的叫喊声。突然，他面前出现了一个罗马士兵，阿基米德只说了一句：“不要动我的图！”就被罗马士兵一剑刺死了。人们深赞他的才智，为他树立一个墓碑。由于阿基米德生前特别珍视“球和柱体”的研究成果，人们便在其墓碑上雕刻了“圆柱容球图”，以纪念阿基米德的功绩。

# 第3讲《圆柱和圆锥（2）+体积趣题

## 教材知识归纳

**本讲主要安排圆柱、圆锥的体积公式及应用，以及圆柱、圆锥之间的关系及应用。**

## 重点难点解析



**【例1】** 一个圆柱，底面半径是2厘米，高是5厘米。这个圆柱的体积是多少立方厘米？

**分析** 圆柱的体积＝底面积×高，当圆柱的底面积未知时，要根据已知条件，先求出半径，再求出圆柱的底面积。

**详解** $3.14\times2^2\times5=62.8$(立方厘米)

答：这个圆柱的体积是62.8立方厘米。

**【例2】** 建筑工地上有一个石子堆为近似圆锥形，它的底面周长是12.56米，高3米。这堆石子共有多少吨？（每立方米石子重1.5吨）

**分析** 要求石子有多少吨，首先要算出圆锥的体积。圆锥的体积＝底面积×高×$\frac{1}{3}$。计算圆锥体积时最容易发生的错误就是漏乘$\frac{1}{3}$，所以写算式时要格外留心。

同时，本题中已知条件是圆锥的底面周长和高，因此先要根据底面周长求出底面半径，进一步求出底面积，再利用公式求出圆锥的体积。

最后还要计算出石子的重量。

**详解** 底面半径：$12.56\div3.14\div2=2$(米)

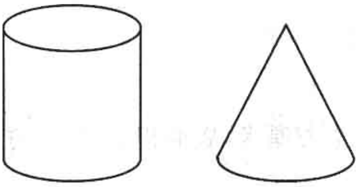
石子体积：$3.14\times2^2\times3\times\frac{1}{3}=12.56$(立方米)

石子重量：$1.5\times12.56=18.84$(吨)

答：这堆石子共有18.84吨。

## 拓展拔高培优

**【例3】** 把底面积10平方厘米，高6厘米的圆柱形木料削成一个最大的圆锥。应削去木料多少立方厘米？



**分析** 圆锥的体积是与它等底等高的圆柱的$\frac{1}{3}$，那么削去部分的体积就是圆柱体积的$\frac{2}{3}$。

**详解** $10\times6\times\frac{2}{3}=40$(立方厘米)

答：应削去木料40立方厘米。

**【例4】** 把一块圆锥形的矿石浸入一个圆柱体的盛水容器里，容器的水面由原来的8厘米上升到9.2厘米。容器的底面半径是5厘米，求矿石的体积。

**分析** 将矿石浸没在水中，矿石所排开的水的体积就是矿石的体积。而矿石所排开的水正是一个底面半径是5厘米，高为(9.2−8)厘米的圆柱体。

需要注意的是，尽管这块铁矿石是圆锥形的，但是我们不知道它的底面积和高，所以不用圆锥体积的计算公式，而用圆柱体积计算公式，因此不必乘$\frac{1}{3}$。由此再想开去，这块矿石的形状对它的体积大小没有任何影响。

**详解** $3.14\times5^2\times(9.2-8)=94.2$（立方厘米）

答：矿石的体积是94.2立方厘米。

## 思路方法点睛

**计算圆柱、圆锥的体积，关键是掌握计算公式，特别注意的是圆锥体积计算公式中有$\frac{1}{3}$。例4还让我们想到了测量不规则物体的体积的方法，即把不规则物体浸没在装有适量的水的规则容器中（如长方体、圆柱体），求出两次体积的差，就是不规则物体的体积。**

## 多思多做多练

1. 一根圆柱形的钢材，底面积是20平方厘米，高是10厘米，它的体积是多少立方厘米？

2. 一根圆柱形木料长3米，横截面积是20平方厘米。如果每立方厘米木料重3克，这段木料重多少千克？

3. 一个圆柱的体积是60立方厘米，底面积是20平方厘米，那么这个圆柱的高是多少厘米？