

高等学校试用教材

普通物理实验

侯如松 主编



GPE

成都科技大学出版社

普通物理实验

主 编 侯如松
副主编 于凤军 刘克涛

成都科技大学出版社

一九九四年八月

〔川〕新登字 015 号

责任编辑:黄文龙

封面设计:罗 光

内 容 提 要

本书是为了适应目前师专类学校教学的需要,解决长期没有适用教材的实际困难而编写的。按照原教育部 1983 年颁发的三年制师专物理专业教学大纲规定的实验题目、次序、内容、要求编写。各实验所用仪器,以国家教委 1992 年 4 月下发的师专教学仪器配备方案为准。本书物理概念准确,物理思想明确,通过实验加深对物理概念和物理规律的理解,注重物理实验的基本知识、基本方法和基本技能的学习和训练,注重理论联系实际和学生能力培养。

本书分为五篇,依次为力学实验、热学实验、电磁学实验、光实实验和原子物理实验。共包括 68 个实验(83 个方法),共 72 万字。

本书可做为师专、教育学院、电大物理专业教材,也可供函授学院和其它理工科做为教学参考书。

普 通 物 理 实 验

主编 侯如松 副主编 于凤军 刘克涛

出版 成都科技大学出版社

经销 四川省新华书店

印刷 西南冶金地质印刷厂

787×1092 毫米 16 开 印张 28.875 字数 721 千字

1994 年 8 月第 1 版 1994 年 8 月第 1 次印刷

印数 1—3200 册

ISBN7-5616-2449-2/O·154

定价:13.80 元

前 言

长期以来师专普通物理实验没有自己的适用教材,给教学带来诸多不便。为了适应教学改革的需要,安阳师专、南阳师专、烟台师院、商丘师专、平顶山师专、驻马店师专、岳阳师专、郴州师专、兰州师专、忻州师专、黔东南民族师专和邯郸师专的部分老师共同编写了《普通物理实验》。

本书根据国家教委制订的二、三年制师范专科学校教学大纲编写。全书分五篇,共 68 个实验,含 83 种方法,基本上包含了三年制大纲规定的全部实验(打 * 号的为选做实验)。选用实验仪器的主要依据是国家教委 1992 年 4 月下发的师专教学设备配备方案。因此,本书具有很好的针对性和实用性,既可做为二、三年制师专、教育学院、函授学院物理专业的实验课教材,也可做其它理工科院校的教学参考书。

本书从师专的实际情况、师专的教学特点和培养初中教师的培养目标出发,力求做到物理思想正确,物理概念准确,物理过程清楚;充分注意了实验课与理论课的呼应,理论联系实际,在学生能力培养上下工夫;通过实验加深对物理定律的理解;进行物理实验的基本知识、基本方法、基本技能的教育与训练。这是编写本书的指导思想,也是目标,我们为此尽了最大努力。

本教材是按主编负责、分工编写的原则成书的。绪论由于凤军编写;第一篇的编者为尹续铎(实验一、二、四、五)、王新春(实验三、六)、姚润亭(实验七 a)、侯如松(实验七 b、十一 a)、张保军(实验八、九、十一 b)、胡玉安(实验十、十二、十七)、刘沛龙(实验十三、十四、十五、十六);第二篇的编者为娄增文(实验一、二)、侯如松(实验三、五、六、七、八、九、十)、刘沛龙(实验四);第三篇的编者为刘舜民(实验一、二、五、七)、薛喜昌(实验三、六、十三)、于凤军(实验四、十二、十八)、杨通铭(实验八、九)、王黎(实验十)、施树春(实验十一、十六、十七)、刘克涛(实验十四、十五)、兰学忠(实验十九、二十、二十一);第四篇的编者为罗艺华(实验一、五、九、十四)、孔令文(实验二、四)、刘克涛(实验三)、彭淑敏(实验六、十一)、黄家敏(实验七、八、十三)、王运良(实验十、十二、十五),第五篇由齐启国编写。本书由侯如松主持编写,主编、副主编共同审稿。

由于编者水平所限,加之时间仓促,错误和疏漏之处在所难免,恳请使用本书的老师和同学们批评指正。

一九九四年四月

目 录

绪 论

§ 1 普通物理实验课的意义及目的	1
§ 2 普通物理实验课的基本特点与要求	1
§ 3 测量与误差	3
§ 4 直接测量时误差的估计	6
§ 5 间接测量结果的误差估计	10
§ 6 有效数字	14
§ 7 用实验图线研究物理量的变化规律	16
§ 8 线性回归法	18
习题	22

第一篇 力学实验

实验一	长度测量	25
实验二	重力加速度的测定	30
	a. 单摆法	30
	b. 落体法	33
实验三	固体和液体的密度测定	36
实验四	分析天平的使用	40
实验五	惯性秤	46
实验六	牛顿第二定律的验证	50
实验七	动量守恒定律的验证	53
	a. 气垫导轨法	53
	b. 碰撞仪法	57
实验八	杨氏模量的测定	59
	a. 拉伸法	59
	b. 弯曲法	62
实验九	声速的测定	65
	a. 昆特管法	65
	b. 共鸣管法	68
实验十	转动惯量的测定	71
	a. 扭摆法	71
	b. 三线摆法	74
	c. 刚体转动仪法	77
实验十一	液体粘滞系数的测定	80
	a. 落球法	80

	b. 毛细管法	84
实验十二	* 物理摆	87
	a. 复摆	87
	b. 可倒摆	90
实验十三	弦振动的研究	92
实验十四	简谐振动的研究	96
	a. 简谐振动的研究	96
	b. 弹簧振子的研究	101
实验十五	* 阻尼振动的研究	102
实验十六	* 受迫振动的研究	106
	a. 气垫导轨法	106
	b. 扭摆共振法	110
实验十七	伯努利方程的验证	115

第二篇 热学实验

实验一	用混合法测定固体比热	119
	一、用混合法测定金属的比热	119
	二、用混合法测定不良导体的比热	122
实验二	金属线胀系数的测定	124
实验三	* 冰的熔解热的测定	126
实验四	水的汽化热的测定	129
实验五	热功当量的测定	133
	a. 焦耳法	133
	b. 电热法	135
实验六	空气比热容比的测定	139
实验七	导热系数的测定	142
	a. 良导体导热系数的测定	142
	b. 不良导体导热系数的测定	145
实验八	气体三定律及气态方程的验证	147
实验九	* 沸点与压强关系的研究	150
实验十	液体表面张力的测定	153
	a. 拉脱法	153
	b. 毛细管法	156

第三篇 电磁学实验

实验一	静电场的描绘	161
实验二	伏安法测二极管的特性	165
实验三	用惠期登电桥测电阻	172
实验四	* 半导体热敏电阻特性的研究	176

实验五	灵敏电流计特性的研究	181
实验六	用电位差计测量电池的电动势和内阻	186
实验七	改装电表	191
实验八	用电位差计校正电表	195
实验九	万用电表的设计制作和定标	202
实验十	开耳芬电桥测量低电阻	212
实验十一	磁场的描绘	219
实验十二	* 霍耳效应	223
实验十三	示波器的使用	230
实验十四	* 冲击电流计特性的研究	237
实验十五	冲击电流计的应用	242
	a. 用冲击电流计测电容及高阻	242
	b. 用冲击电流计测螺线管轴向磁场的分布	246
	c. 用冲击电流计测磁化曲线	249
实验十六	电子束线的偏转	254
实验十七	电子束线的聚焦	257
实验十八	交流电桥	261
实验十九	* LRC 电路的稳态特性研究	269
实验二十	* LRC 电路暂态过程的研究	275
实验二十一	* LRC 电路谐振特性的研究	282

第四篇 光学实验

实验一	薄透镜焦距的测定	291
实验二	显微镜、望远镜放大率的测定及用显微镜测量微小长度	295
实验三	分光计的调整及棱镜折射率的测定	299
实验四	透镜组基点的测定	306
实验五	平行光管的调整和使用	309
实验六	* 固体、液体折射率的测定	314
实验七	等厚干涉现象的研究	320
实验八	用透射光栅测光波波长及角色散率	327
实验九	用菲涅耳双棱镜测波长	331
实验十	* 测定单缝衍射的光强分布	334
实验十一	偏振和旋光现象的观察和分析	337
实验十二	发光强度的测量	349
实验十三	迈克尔逊干涉仪的调整和使用	354
实验十四	* 全息照相	358
实验十五	* 用光电效应测定普朗克常数	362

第五篇 原子物理实验

实验一	密立根油滴实验.....	367
实验二	夫兰克——赫芝实验.....	374
实验三	氢原子光谱.....	380
实验四	塞曼(Zeeman)效应	390
实验五	G—M 计数管特性及放射性衰变的统计规律	395

附 录

附录一	国际单位制(SI)简介	401
附录二	常用仪器介绍.....	406
附录三	基本物理常数表.....	433

绪 论

§ 1. 普通物理实验课的意义及目的

一位名人说过：“实践出真知”，它高度概括了实践对于人类社会的物质文明与精神文明的进步是何等重要。而科学实验是人类的三大社会实践之一，物理实验又是最古老的基础性科学实验，可见物理实验对于人类社会的贡献是何等巨大。可以想象，若没有物理实验，就不会有阿基米德定律、牛顿定律、电磁感应定律及相对论等许多条定律及正确理论的出现，也就不会有现代火车、轮船、航天飞机、卫星电视等千万个高度物质文明的成果。通过实验总结出理论，提出理论或假说后再由实验验证，是物理学研究的最基本方法。有同学说，实验虽重要，但那是物理学家、科研工作者的事情，我们开设普通物理实验课，做前人早已多次做过的几个简单实验有什么意义呢？我们说它至少有三个方面的意义。

第一，实验有助于加深对理论知识的理解，进而巩固所学的理论知识。理论联系实际是最好的学习方法，普通物理实验课和普通物理理论课是同时并列开设的，实现了理论和实际的有机结合，它们既有共性又各有其特点，可以相互补充，相互加强，使学习效果倍增。

第二，也是更重要的，实验可以培养一个人解决实际问题的能力，而能力对于一个人来说是相当重要的。某些定理、公式可能被遗忘，但一个人的能力可以相伴终生并从中受益。做实验之所以能培养解决问题的能力是因为在实验过程中，既要集中精力和耐心、仔细观察，又要用大脑思考分析，还要动手操作，脑、眼、手三者并用，大大促使了各方面能力（即分析能力、观察能力、动手能力）的提高。

第三，做实验对于师专学生还有特别的意义。因为大家毕业后绝大部分要从事中学物理教学工作，在教学中做演示实验和分组实验是必不可少的，所以练好实验基本功对于将来的教学工作有很大的帮助。

要想做好某件事，我们必须明确其目的，师专普通物理实验课的基本目的：（一）通过实验掌握物理实验的基本知识、基本方法，培养基本的实验技能，从而培养分析解决实际问题的能力；（二）通过实验加深对物理概念和理论的认识和理解；（三）通过实验培养严肃认真、实事求是的工作作风；（四）通过实验为中学物理教学打下牢固基础。欲达到上述目的，还必须了解普通物理实验课的基本特点与基本要求。

§ 2. 普通物理实验课的基本特点与要求

和理论课相比，实验课有如下特点：改大班上课为分组做实验（一般每小组为二人，条件好的学校可每人一组），改教师面授为在老师指导下独立完成某课题实验，改原来在课堂上听讲、记笔记、课下做作业为动手操作及观察、测量、记录和作实验报告。由于这些特点，要求每个实

验者做每个实验题目时做到：(一)实验前认真准备；(二)实验时观察与记录要细心；(三)整理数据和写出实验报告；(四)注意人身和仪器设备的安全。下面详细说明前三个要求。

一、实验前的准备(预习)

毛泽东打仗大半生，绝大部分是打胜仗，他有句名言：“不打无准备之仗，不打无把握之仗”。可见战前准备对于打胜仗是至关重要的，同样，实验前准备对于实验的顺利、圆满完成也是非常重要的。实验前的准备一般分三个方面：(1)理论方面。在知道实验题目后，要仔细阅读实验讲义或指导书中的有关部分，了解该实验的理论基础；(2)实验仪器方面，了解所有仪器的工作原理、工作条件、工作环境和操作规程；(3)观测方面。熟悉实验步骤和注意事项，设计记录表格。

二、观测与记录

1. 观测前的准备与注意事项

观测前首先要按所做实验的原理及有关要求安装和调节仪器(电学实验还需要连接线路和仪器预热)，必需使仪器满足其规定的工作条件及环境(如水平、铅直、额定电压、光照、温度等)，并按操作规程操作，否则不但测量结果不准(误差大)，还可能损坏仪器。下面就常见的几个注意事项给予说明：(1)安排仪器时应尽量做到便于观察、读数 and 记录；(2)易损小件仪器(温度计、放大镜、停表等)在使用过后不要随手乱放，应放在不易被碰撞的地方；(3)调节仪器旋钮时不要用力过猛；(4)注意仪器的零点，必要时需进行调零；(5)电学实验中要注意电源、电压表、电流表的极性及量程，需经老师检查许可后再接通电源；(6)对于光学表面不要用手或布随便擦摸，确有灰尘请老师处理；(7)灵敏度高的仪器(如分析天平、灵敏电流计)都有制动器，不用时应处于制动状态；(8)不要动用与自己无关的仪器。

2. 观测

观测即为观察与测量的意思，要按实验步骤进行观察，按测量内容进行测量。观测时要全神贯注，尽可能排除外界干扰。当从仪器的刻度尺(或刻度盘)上读数时，一般要估读到它的最小刻度的 $1/10$ ，例如一米尺最小刻度为毫米，在测某长度时读数为 18.88cm ，末位 8 是估读的，不能写成 18.9cm 。(特殊情况的估读详见 § 6)

3. 记录

实验记录就是将直接观测的结果笔录在记录纸上，是以后分析和记算的依据。记录分定性记录和定量记录，定性记录就是将观察的物理现象及步骤记录下来，以便分析物理过程及机制。定量记录就是将直接测量的读数(称原始数据)填写在预先设计的表格内，还要记下当时实验环境(如：日期、时间、地点、合作者、室温、气压)、仪器及其编号、简图。

作实验记录时要注意以下几个问题：(1)从仪器上读数时要立即记录(不要靠回忆记录数据)；(2)同时测几个量时，若某个量随时间变化快，应先记录；(3)除有明显理由，肯定某一数据有错误而不予记录外，其它数据即使可疑也应记录下来(这里面也许包含着新的物理现象)，出现异常数据时，应增加测量次数；(4)设计记录表格时，要将测的量的字母表示写在前面，字母后注明单位，用括号括起来，如 $l(\text{mm})$ 、 $T(\text{s})$ 或 $T(10^{-3}\text{s})$ 等；(5)不要涂改数据，估读数字是 0 也要记下；(6)仪器标牌上表明的有关仪器性能数据，如精度、额定值、卡尺零点读数、电容箱的分布电容等应当记下。

三、整理数据和写实验报告

测量结束后要尽快整理数据,如算出平均值,如有时间还可计算出结果,待老师过目签字同意后方可拆除收拾仪器。对结果不满意时还可重测或补充测量。交实验报告时要附上原始数据。

实验报告是实验的总结,写实验报告要力求简明、用语确切、字迹清楚。实验报告的内容包括:实验课题名称、实验目的、实验原理(摘要)、仪器及其编号、简图、实际操作步骤(详细)、实验记录、数据处理(含误差处理)和实验结果(被测数值、图线、经验公式)、体会和回答问题(由老师布置)。

§ 3 测量与误差

一、有关测量的基本概念

1 测量 测量就是借助仪器或测量工具用某一计量单位把待测量的大小表示出来。如用米尺测一摆线长为 96.73cm,用电压表测某电阻两端电压为 1.25V,借助分光计测玻璃棱镜折射率为 1.51 等。

2 直接测量和间接测量 直接测量就是用计量仪器和待测的量进行直接比较,从而得出待测的量的大小。如用米尺测某长为 96.73cm,用电压表测电压等。直接测量又分多次直接测量和单次直接测量。在上边的用电压表测电阻两端电压例子中,如果手边没有电压表而有一个电流表和欧姆表,那我们可以分别测量出电路中的电流和电阻器的电阻值,然后用欧姆定律计算出电阻器上两端的电压,这种测量方法称作间接测量。所谓间接测量就是根据待测的量与几个可直接测出的量的函数关系来计算出待测的量。间接测量也分单次间接测量和多次间接测量。在间接测量中,函数的自变量是直接测量的,而因变量是间接测量出来的,所以间接测量过程中包含着直接测量。

二、误差

1 真值 我们所处的这个世界中任何物理过程都是客观存在的,因此任一时刻每一物理量的大小是不依人的意志为转移的,这个客观大小称为该物理量的真值。

2 误差 设被测量的真值为 a ,测得值为 x ;则

$$x - a = e \quad (0-3-1)$$

叫作测得值的误差。

3 误差原理 人们在无数次的测量活动中发现这样一个事实,不论所用仪器多么精密,人们如何细心,任何测量都存在误差。这个事实称作误差原理。它表明物理量的真值是不可能得到的。为什么测量总是存在着误差呢?这是因为理论的局限性、观测者的局限性、仪器灵敏度的局限性、环境的不稳定性等因素造成的。现在回答这样一个问题,既然任何测量都存在着误差,那么人们所做的测量有什么意义呢?这是因为在我们的世界中,只要误差不大于某个值,客观情况是允许的。例如食堂规定 5 点开饭,你的手表慢了 2 分钟。炮弹发射时角度偏差为 27"。

由于误差是必然存在的,所以在测量结束后处理数据时,一定要估计测量误差的大小,不然就无法说明两人测同一量时实验结果的准确程度,测量也就基本上失去意义。测量的基本任务是:设法将测得值中的误差减小至最小,求出在当时测量的条件下离真值最近的值(最佳值),估计误差,即最佳值的可靠程度。

三、误差的分类

为了完成上述基本任务,我们有必要研究误差的起源、性质,下面根据误差的来源将误差分为三类进行研究:系统误差、偶然误差、粗大误差。

1 系统误差

在同一条件下多次测同一物理量时,符号和绝对值保持不变或有确定的规律变化的误差叫系统误差。如某米尺由于温度变化比标准米尺缩短了一毫米,则用它测出的长度读数总是比真值大一点。某天平的左右两臂不相等,则用左盘测质量时,测量结果总是比真值偏大(或偏小)。系统误差又可按其产生的原因分为:

(1) 仪器误差 这是由于所使用的仪器或计量工具不完善导致的测得值与真值的差异,如上面所举例子就属于这一种。

(2) 调整误差 由于使用者没有满足被使用仪器的工作条件(铅直、水平、电压等),导致测量结果存在系统误差,如天平须处于水平状态才能准确测量,电压表、电流表也有规定的放置方式。

(3) 方法误差 实验中所用的测量方法不得当而引起的误差。如用电压表或电流表测电路电压或电流,只要电表接入原电路,它就相当于一个负载,因而影响了原电路的电压或电流,所测结果总是存在一定的误差(有时可以忽略)。

(4) 理论误差 由于实验依据的理论公式不完善或实验条件偏离了理论公式所要求的条件,导致实验结果存在理论误差。

(5) 环境误差 这是由于外界环境不满足仪器使用的条件(如:温度、湿度、电磁场、光照)而引起的误差。

(6) 个人误差 这是由于观测者的感觉器官不完善或反映不灵敏造成的测量误差。如操作停表测量时间时观察者精神不够集中、反应不够灵敏,有色盲的观察者判断颜色等都可造成误差。

排除系统误差或尽可能地降低系统误差,这是实验者不可避免的任务。消除的方法首先是查明原因然后对症下药,加以解决。如上述系统误差(1)可采用到计量部门检验的方法加以校正或修正,对于天平不等臂造成的误差可采用交换求平均法来消除;上述系统误差(2)可通过提高我们的实验素质,养成良好的科学实验习惯来消除等等。值得指出的是,在实际工作中,找出系统误差产生的原因并没有一定的规律可循,有时很容易找到,有时则很不容易,只有通过多实践、多锻炼、积累经验、提高实验和理论水平,才能做好这项工作。

2 偶然误差

在同一条件下多次测量同一物理量,所测得的值总是在某一范围内变化不定,即使无系统误差存在,这种情况也依然如此,这部分绝对值和符号常作无规则变化的误差叫偶然误差(随机误差)。所谓无规则是指即使测量了一万次,确定了一万次误差的大小和符号,也无法预先确定第一万零一次测量时误差的大小与符号,即误差的大小和符号具有随机的性质。

偶然误差产生的原因很多,概括起来讲,它是环境中许多可以说清和难以说清的不可控微小因素对于原系统和测量系统施加影响的结果。如环境温度、湿度、电源电压的无规则微小起伏变化和人的生理因素、微小振动、宇宙射线、太阳黑子活动等都会造成不同程度影响测量和被测量系统。

偶然误差虽然作无规则的变化,但观测次数 n 很大时,也能看到观测数据的分布呈现出某种规律性,这种规律称作统计规律。偶然误差表现出如下规律:(1) 等大反号的误差出现的机会相同;(2) 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会多;(3) 误差不会超过某一定的范围。

既然偶然误差是必然存在的,测得值也是经常无规则变化,那么我们取哪个值作为测量结果的最佳值呢?数学上的概率理论中有一个大数定律,它可证明在相同条件下当测量次数 n 趋向无限大时:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad (0-3-2)$$

将无限接近于它的真值 a (若有系统误差还必须消除),即算术平均值应作为测量结果的最佳值。值得指出,在实际工作中由于多种因素的影响,测量次数并不是越多越好,在一般科研中, n 常取 10 到 20 次,在我们的实验课中, n 一般取 5 到 10 次。

3 粗大误差

由于观测者的过失造成的观测误差和计算误差称为粗大误差。刚开始进入实验室做实验的学生,由于缺乏经验、粗心大意,或者是长期从事实验的人,由于疲劳等原因都可能造成粗大误差。如果一组数据中有一、两个有粗大误差的数据,它将严重影响测量的最后结果,故对于粗大误差数据应当剔除,但在剔除时应慎重考虑,在测量当时若能肯定测错或测量条件有明显变化的数据,则可注明原因后剔除。若不能肯定上述原因,则必须经过物理规律的分析有充分理由认为该数据不合理才能舍去。另外还可通过偶然误差的分析来舍去异常数据(后面将讨论)。

四、有关测量和误差的几个术语

1 绝对误差和相对误差

先介绍相对误差。以到商店买布为例说明两次测量结果的可靠程度。设从售货员甲处买长为一米的布,误差为 3cm,从售货员乙处买长为十米的布,误差仍为 3cm。显然售货员乙的测量技术比甲的高。这里,在人们的潜意识中已使用了一个概念,即将测量的误差与测量得到的值之比作为衡量两个售货员测量技术(可靠程度)的好坏。对售货员甲,这个比值为 3%,对售货员乙,这个比值为 3%。我们将测量的误差与测量值之比称作相对误差。有了相对误差概念之后,我们把原来的误差概念 $\varepsilon = x - a$ 叫作绝对误差。故相对误差也可表示为绝对误差与测量值之比。

2 精密度、准确度、精确度

如果测量的偶然误差小,则称测量的精密度高,即精密度高说明多次测同一量时,所得数据的分布较集中或分布范围小。精密度高反映不出系统误差的大小。

如果测量的系统误差小,则称测量的准确度高,即准确度高表明数据的平均值偏离真值较少。准确度反映不出偶然误差的大小。

精确度是精密度与准确度两个概念的综合,当精密度和准确度都高时,我们称测量的精确

度高。显然精确度是对测量的偶然误差和系统误差的综合评价。

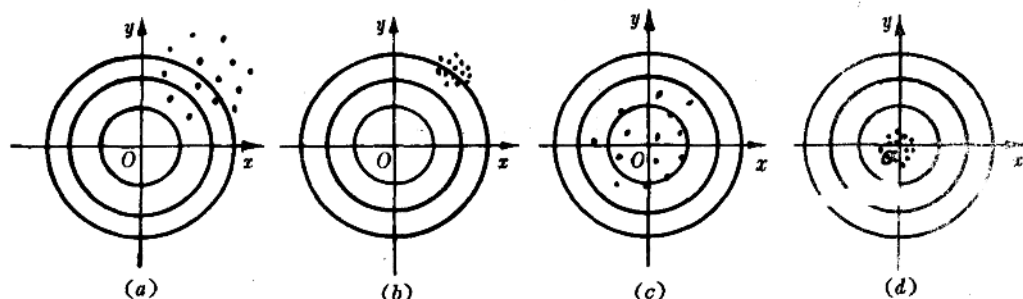


图 0-3-1

以上三个概念可用下面的图表示出来,假如我们测量平面 Oxy 上某点的位置,它的客观位置为 $x=0, y=0$, 由于各种误差的存在使得我们测得的点的位置如图 0-3-1 所示。对于 (a) 图, 精密性与准确度都低, 即精确度最低; 对于 (b) 图, 精密性较高而准确度较低; 对于 (c) 图, 准确度较高而精密性较低, 对于 (d) 图, 精密性和准确度都高, 即精确度高。

§ 4 直接测量时误差的估计

一、多次直接测量

下面的讨论中, 只考虑偶然误差, 假定测量中不含系统误差。

上节末我们引入测量精密度的概念。当我们用两种不同的方法和仪器测同一物理量时, 尽管可以测得平均值相同, 但精密性可能有很大的不同。如图 0-3-1 中 (c) 图和 (d) 图, 显然 (d) 图表示测量状况比 (c) 图表示的测量状况可靠的多, 怎样用科学的标准来描述一组测量数据的可靠性或比较两组数据的可靠性呢? 这是这一节讨论的主要内容。

先看两组测量数据, 假定 A 的真值为 $3d$ 。

$A_1(din)$	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0		
$A_2(din)$	2.80	2.90	2.95	3.00	3.05	3.10	3.20

显然, 第二组测量数据优于第一组数据, 仔细观察两组数据发现, 将它们标在数轴上, 第二组测量点到真值点的平均距离小于第一组的相应距离, 或者第二组测量点到真值点的距离平方的平均值小于第一组数据的相应值。据此直观想法, 人们引入了平均绝对误差和标准误差的概念, 用于评价数据的可靠性。

1 测量列的平均绝对误差

测量列就是在同一条件下测量的数据组成的数列。

测量列的平均绝对误差 η 定义为: 各测量值的 (绝对) 误差的绝对值的平均值, 即

$$\eta = \frac{|e_1| + |e_2| + \cdots + |e_n|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |e_i|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - a|}{n} \quad (0-4-1)$$

η 的意义,按高斯误差理论,当测量列平均绝对误差为 η 时,测量值落在 $a-\eta$ 到 $a+\eta$ 之间的可能性(概率)为 57.5%,故 η 确实能反映数据的分散(或集中)程度。

鉴于目前世界多数国家的科学论文都采用另一个标准——标准误差来评价数据,故我们对平均绝对误差只作概念性的介绍,而对标准误差作详细介绍。建议本课程中大家使用标准误差概念(一般函数计算器都有求标准误差功能)。

2 测量列的标准误差(均方差)

测量列的标准误差 σ_x 定义为:各测量值(绝对)误差的平方和的平均值的平方根,即

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2}{n}} \quad (0-4-2)$$

σ_x 的意义:根据高斯误差理论,当测量列的标准误差为 σ_x 时,则测量值 x 落在 $a-\sigma_x$ 到 $a+\sigma_x$ 之间的可能性(概率)为 68.3%,它反映出一组数据的可靠程度,说明了偶然误差的程度大小,但它并不是实际误差,即不能说 x 或 $\bar{x}$ 与真值差一定为 σ_x 。

由定义式求 σ_x 是困难的,因为式子用到了真值 a ,而 a 是一个未知数,概率理论证明,在上式中用 $\bar{x}$ 代替 a , $n-1$ 代替 n ,在 n 无限大时,利用上式所得结果与原定义式的结果完全相同,故在 n 不大时采用。

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \text{ 作为 } \sigma_x \text{ 的估计值,习惯上仍写为: } \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (0-4-3)$$

3 测量列中异常数据的剔除

设测量列中某数据与平均值相差较大,它是由于偶然误差引起的还是由于粗大误差引起的呢?利用测量列的标准误差概念可以给出一个判断数据是否异常的标准。

高斯误差理论指出,当某测量列的标准误差为 σ_x 时,测得值 x 落在 $\bar{x}-3\sigma_x$ 到 $\bar{x}+3\sigma_x$ 之间的可能性(概率)为 99.73%,落在这个区间之外的可能性(概率)只有 0.27%,即若测得 1000 次,约有 997 次测得值与平均值的差的绝对值不大于 $3\sigma_x$,而只有约 3 次是出于偶然原因使测得值与平均值的差的绝对值大于 $3\sigma_x$ 。如果测量的次数不是 1000 次而是几十次或十几次,人们认为几乎不存在出于偶然原因使测量值落在 $\bar{x}-3\sigma_x$ 与 $\bar{x}+3\sigma_x$ 之间以外的数据(小概率事件的实际不可能性原理)。反过来,一旦发现这样的数据,则说明它不是由于偶然原因而产生的,而是因为观察者的粗大误差或系统误差所引起,故应当将这样的数据剔除。以上原则也称“三倍均方差原理”。

如图测量的次数较少,利用 $3\sigma_x$ 作为剔除粗差(粗大误差)数据的标准过于笼统,肖维勒制定了比较合理的标准剔除粗差,称作肖维勒准则。肖维勒认为,对于以相同精度相互独立测量的数据,若测得值满足

$$|x_i - \bar{x}| > \omega_n \sigma_x \quad (0-4-4)$$

时, x_i 便是粗差数据,其中 ω_n 与测量次数 n 有关, n 不大时 ω_n 是小于 3 的。表 0-4-1 给出 ω_n 随 n 的变化情况。

表 0-4-1

 $\omega_n \sim n$ 的关系

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ω_n	1.38	1.53	1.65	1.73	1.80	1.86	1.92	1.96	2.00	2.03
n	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ω_n	2.07	2.10	2.13	2.15	2.17	2.20	2.22	2.24	2.26	2.28
n	23	24	25	30	40	50	75	100	200	
ω_n	2.30	2.31	2.33	2.39	2.49	2.58	2.71	2.81	3.02	

4 算术平均值的标准误差

我们将一组 n 次测量值的平均值 $\bar{x}$ 作为真值的最佳值,但它毕竟不是真值。如果今天测量一组,明天在相同条件下再测量一组,两组的分别平均值 $\bar{x}_1$ 和 $\bar{x}_2$ 肯定不同,如果测量 m 组,则有 m 个算术平均值,这 m 个平均值数据同样存在分布的集中程度或可靠程度问题,即存在算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 。概率论告诉我们计算算术平均值的标准误差并不需要重复测量 m 组数据,而由一组数据便可得到,即

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (0-4-5)$$

由上式可知:因 $\sqrt{n} > 1$, 所以 $\sigma_{\bar{x}} < \sigma_x$ 。说明算术平均值的标准误差小于原测量列的标准误差,因而算术平均值的可靠性高于任何原测量值的可靠性。由上式还可以看出, n 越大测量越精密。但在实际工作中发现,当 n 无限地增加时,由于各种偶然因素及疲劳等影响,精密性不会无限地提高,所以,一般取 n 为 5 至 20 次左右。

有了算术平均值的标准误差概念后,实验测量结果一般表示为

$$\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}} \quad (\text{单位})$$

[例] 利用单摆测量重力加速度时首先要测量单摆的周期 T , 下面是测量的一组数据, 试检查是否存在粗差, 并求出测量周期 T 的结果。

$T_i(\text{s})$	1.958	1.961	1.970	1.960	1.959	1.961	1.959	1.964	1.961
-----------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

解:先计算算术平均值

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^9 T_i}{9} = 1.961$$

再计算标准误差

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 (T_i - \bar{T})^2}{9-1}} = 3.6 \times 10^{-3} = 0.0036$$

由肖维勒准则剔除 $|T_i - \bar{T}| > \omega_9 \sigma_T$ 的数据:查表得 $\omega_9 = 1.92$ 所以 $\omega_9 \sigma_T = 7 \times 10^{-3}$, 对照数据发现 T_3 与 $\bar{T}$ 的差为 9×10^{-3} , 故 T_3 应被剔除。剔除 T_3 后按 8 个数据再计算平均值和标准误差:

$$\bar{T} = 1.960$$

$$\sigma_T = 1.8 \times 10^{-3}$$

再用肖维勒准则检查这 8 个数据有无粗差, 因 $\omega_8 \sigma_T = 3.4 \times 10^{-3}$, 故 T_8 仍为粗差数据, 再剔除。再按 7 个数据计算, 得:

$$\bar{T} = 1.95986$$

$$\sigma_T = 1.22 \times 10^{-3}$$

$\omega_7 \sigma_T = 2.2 \times 10^{-3}$, 对照以上所剩 7 个数据, 没有发现偏离平均值的大小超过 2.2×10^{-3} 的

数据,故这 7 个数据应全部保留。

最后按保留的数据计算平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{T}}$,

$$\sigma_{\bar{T}} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{7}} = 4.6 \times 10^{-4} \text{ s} \approx 5 \times 10^{-4} \text{ s}$$

它表明 $\bar{T}$ 的小数点后第 4 位已不准确,故 T 的最后测量结果表示为:

$$\bar{T} = 1.9599 \pm 0.0005 \text{ (s)}$$

5. 重复测量所得测量值相同或相差极微小时的误差估计。

有时重复多次测量某物理量,发现各测得值相同或基本相同,这并不是偶然误差为零,而是所使用仪器精度低,不足以反映微小因素引起的不规则变化,因而仪器的精度低成为误差的主要来源。我们可以不考虑仪器的系统误差而等价地把它转换作偶然误差来处理,即取标准误差 $\sigma = \frac{\sigma}{2}$,其中 σ 为仪器的最小分辨值。

二、单次直接测量

有些实验,被测量的物理量随时间作变化,不允许重复测量;有的待测量能够一次精确地确定,没有必要重复测量;有的待测量的随机变化很小,而使用的仪器精密度较低,造成即使多次测量结果也都相同,故只测量一次亦就可以了。所有这些都属于单次直接测量。对于单次直接测量,如何合理地估计它的误差,是一个最基本的非常普遍的问题,一般是估计误差的最大值,但由于误差来源很多而各实验又有自身的特点,所以难以制定统一的规则,下面举几个常见的例子说明人们对单次测量误差的估计惯例。

1. 长度测量时每次读数所带的误差为测量工具最小刻度值的一半,若某长度是由两次读数之差求得的,则误差取一个最小刻度值。

2. 用停表测量时间,人在启动和制动停表时的反应时间为主要误差来源。对熟练者来说,一般估计启动和制动时各有 0.1(s)的误差,总误差为 0.2(s)。

3. 用天平测量物体的质量时,测量误差为天平的感量,感量的定义为:当天平处于平衡状态时,在天平一侧增加质量,若刚好能使天平的指针偏转一格,此时所增加的质量叫天平的感量,其单位为(g/div)(div 为分度或格的意思)。由于人眼对指针的判断误差不可能超过 1 分度,故质量误差不可能大于天平的感量。在电学实验中利用电桥测电阻、电位差计测电动势等也有同上面类似的问题。

4. 电学中的电压表测电压、电流表测电流或用其它电表测其它量,一般都是单次直接测量。它们的测量的系统误差由电表的级别来确定(级别在电表上已注明),如电表的级别为 1,则该表的系统误差不大于满量程的 1%,级别为 2.5 时该表的系统误差不大于满量程的 2.5%,其它可依此类推。一般情况下,电表的总分度数与级别有如下关系:若电表为 1 级,总分度数为 $\frac{1}{0.01} = 100(\text{div})$,若电表为 2.5 级,总分度数为 $\frac{1}{0.025} = 40(\text{div})$,其它可依此类推。所以通常用电表测某量的系统误差就是该电表的最小分度值。例如某电流表为 1 级;满量程为 10mA,最小分度代表 0.1mA。测量某电流读数为 7.21mA,其中 1 为估读数字,由于它的误差为 0.1mA,故这个估读数字实际上无意义,所以最后结果为 $I = 7.2 \pm 0.1(\text{mA})$ 。如果以后还要代入其它式子作进一步运算,上述读数仍取 7.21mA,待最终结果运算出来之后,由误差传递公式(下节介绍)计算总误差,最后确定总结果的数字位数。