

自然科学

基础学科

教学与研究

编：周贺志

戴修法

主

王焰安

TEACHING AND

RESEARCH OF THE

BASIC SUBJECTS IN

NATURAL SCIENCE

总策划：戴剑平

成都科技大学出版社

自然科学基础学科 教 学 与 研 究



成都科技大学出版社
一九九五年十二月

(川)新登字 015 号

责任编辑:姜 涛

封面设计:李 林

自然科学基础学科教学与研究

策划:戴剑平 王焰安 主编:周贺志 戴修法

成都科技大学出版社出版发行

*

思佳照排部电脑照排 新文化印刷责任有限公司印刷

开本:787×1092 1/16 印张:43.5

1995年12月第1版 1995年12月第1次印刷

印数:1—1000 字数:135万字

ISBN7—5616—3033—6/N·9

定价:90.00元

自然科学基础学科教学与研究

总 策 划:戴剑平 王焰安

主 编:周贺志 戴修法

副 主 编:张德然 陈 蕴

编 委:(按姓氏笔划为序)

马军海 王焰安 王念胜 王安斌

冯祥树 丘基祥 刘慧英 齐界民

朱岳高 李念章 陈 蕴 沈 友

张德然 苏仲阳 林铭其 周玉清

周之夫 周贺志 周传忠 杨显文

孟现磊 孟京华 罗 元 郑恒武

赵 和 秦正龙 黄宗本 盛平兴

戴美学 潘晓东 戴修法 戴剑平

中 卷

- 数学理论与研究
- 物理理论与研究
- 化学理论与研究
- 生物理论与研究
- 计算机理论与研究
- 地理学理论与研究
- 应用科学技术理论与研究

目 录

●数学基础理论教学与研究

苏仲阳	有限维伽罗华扩张的平行相似关系	(1)
李正明	零正规 NCD——环的诣零根	(3)
苏仲阳	关于 NCD——环作成环的条件	(5)
盛平兴	广义 Hilbert 第十六问题	(7)
姚伽华	关于下 Hessenberg(0,1)矩阵行列式的一个不等式	(10)
姜丽魁	模的共形不变性	(12)
周 敦	关于 Ramsey 数 $r(p, q)$ 的界	(16)
张彩云	线性分子点群表示的完全约化	(18)
姚炳学	论环的模糊伪理想	(20)
冯祥树	非负实矩阵的一个重要性质 ——柯西不等式的一个推广	(23)
陈 琳	欧氏空间的变换是正交变换的等价条件	(26)
王大庸	孙文惠 关于方程 $Y'' + PY' + QY = \varphi_n(x)e^{ix}$ 特解的一点注记	(28)
李小平	Fuzzy 矩阵极小范数 g 逆存在的充要条件	(30)
陈玉福	刘立人 Eisenstein 判别法的一类推广	(31)
覃永安	(F_n, F_m) 的一般结果	(33)
敖文彬	蒋锁艳 二次函数群及其性质	(36)
郑恒武	THE EMBEDDING OF P -REGULAR SEMIGROUPS	(39)
王新哲	行列式依行依列展开性质的推广	(41)
李慎余	自然数方幂和的一个简明算法	(45)
韩中秋	一般实系数四次多项式的因式分解	(47)
陶凤梅	求两个多项式的最大公因式的简便方法——串位加减法	(49)
盛 明	一类确定条件下多元线性函数值域的求法	(53)
郝稚传	素数的又一判别法	(55)
郭子胥	多项式的最大公因式的表达式	(58)
刘士业	王风山 凝聚非自映射的不动点定理	(60)
盛平兴	宇宙时空和 S^3 的探讨	(62)
张洋兴	何仁义 关于 $\left[\sum_{i=1}^{\infty} \oplus x_i \right]_p$ 的几个性质	(65)
张景泰	三维 Minkowski 空间中具有恒定长度位置矢量的曲线的特征	(70)
王德荣	用方法论研究《画法微分几何》中的曲面	(74)
王文恒	高等几何中的一个问题及讨论	(78)
罗生英	白 航 五次 B 样条曲线的光顺	(80)
戴保华	几乎准 Lindelöf 性与几乎 Lindelöf 性	(83)
刘岚喆	广义奇异积分算子的加权 Block 有界性	(86)

钟德寿 孙大威	曲面曲线的全挠率	(89)
杨显文 于敬莲	关于八角花蛇的优美性	(91)
吐尔洪江·阿布都克热木	关于完全不连通空间的探讨	(94)
张秉儒	图的伴随多项式整除性质的研究	(96)
王永兰	圆截面方程的求法	(99)
王俊方	曲线的渐近线浅析	(101)
牛晓奇	一类几何计数题的归纳推理	(104)
张志兰	空间直线与椭球面相关位置的判定	(106)
于敬莲 杨显文	关于 C_6 串图的优美性	(108)
蔡国梁	储油罐内油量的计算	(110)
高友珍	空间点的射影与对称	(113)
谭咏梅	P^n 中关于二次超曲面的配极	(115)
孟京华	一类函数的拟总体列紧算子逼近	(117)
张世杰	关于被积函数为零函数的条件	(127)
潘晓东	求 $\sum_{i=1}^n i^k$ 的简便递推公式	(129)
毛成立 郝红岩	线性时变系统的稳定性	(131)
周传忠	用矩阵求非齐次线性微分方程的特解	(135)
谭宜家	解一次同余式组的矩阵方法	(138)
丘瑞立	狄里克莱级数在全纯星形内的求和问题	(140)
谭信民	三种可积的一阶非线性常微分方程	(142)
彭润才	关于自反空间的一些性质	(145)
王元恒	三角函数的幂化倍公式及其应用	(147)
梁经琰	用微积分研究二次曲线弦的性质	(151)
刘奇光	谈二级曲线的定义及其在推广中的正误	(154)
王安斌	与小函数相关的亚纯函数的唯一性	(156)
唐林勇 蔡学渊	函数与其导函数周期相同的充要条件	(158)
何延生 侯成敏	关于隐函数的极值	(160)
袁伟环	微分不等式的应用	(163)
关大伟	关于含参变量无穷积分的亚一致收敛问题	(165)
宁新民	基本初等函数的逆向问题	(167)
朱俊恭	用求整函数表示某些特殊数列的通项公式	(171)
林木元	一类级数的求和	(173)
林支柱	一类非线性交叉扩散系统的全局解	(175)
王爱国	函数几个几何性质的再讨论	(177)
金在春	分段函数不一定是初等函数	(179)
林 甫	幂级数在收敛圆周上发散性与和函数的奇点的关系	(180)
林全文 庞 勇	平均值不等式的若干证法	(183)
张 斌	应用通项公式探索法求数列之和	(186)
刘龙章 戴立辉	微分中值定理“中间点” ξ 的整体性质	(187)
张继金	关于拉格朗日方程的讨论	(189)

戴立辉	费忠华	Kober 不等式的多种证法	(190)
卢介成		R^n 上 Lebesgue 积分与 Riemann 积分关系	(192)
徐明跃		强拟遍历马氏过程左预解算子的收敛性	(195)
马军海	刘振航 郑万明	电阻抗层析成像的算法设计(V)	(197)
张树美		二项分布的近似计算	(201)
王运格	刘晓华 王秀红	两类广义预测控制算法的统一推广	(203)
赵梁红		模糊矩阵的幂及其幂敛性	(205)
王志林		一族测度空间之并	(207)
蒋利平		关于分析试验法解非标准问题	(210)
高建国		退化线性规划的换元解法	(212)
毛成立	马连珍	一类二阶线性时变系统的 ЛЯПУНОВ 函数	(214)
张志尚	李相镐	栅形树及其优美性的证明	(216)
吴黎军	蒋海军	名额分配问题中的平均数	(218)
韩祥临	刘徽	割圆术中的数学思想及其分析	(220)
田 丹	景 丽	算术三角的起源	(223)
周之夫		完全数述略	(225)
金虎俊		中算与朝鲜古代数学教材	(227)
徐廷国	丛 光	论数学美的本质和特征	(229)
邬振明		试论数学语言的特点及功能	(232)
张永锋		极限辩证性质浅析	(235)
李柳辰		微积分教学中的辩证思维能力培养	(237)
张东艳		寓思维品质的培养于高等代数教学中	(239)
洪方权		数学与创造意识的养成教育	(241)
徐景龙	胡玉彰	运用启发式教学,培养学生发现、归纳、分析解决问题的能力	(244)
路 线	马维民	浅谈《高等数学》教学中实施精讲多练对学生能力的培养	(246)
张 瑛		初一数学与小学衔接的几点体会	(248)
王玉莲		初三数学复习应注意训练学生的发散思维	(250)
邹庭荣		数学分析中“应用意识”教学的实践与认识	(254)
邓建一		关于初中数学教学的目标控制	(256)
刘晓华		高等数学教学研究	(258)
罗 元		数学系学生的师范性训练	(260)
邝锦棠		《离散数学》课教法浅谈	(262)
李春香		对《自动控制原理》课部分内容的教学浅见	(265)
陈淑芝		教与学:从中学数学到大学数学的转折	(267)
刘用麟		在高等代数教学中,帮助学生完成“第一个过渡”	(269)
鲁又文	张桂芸 张筱玮 彭 悦	近年高考数学试题与天津市中学数学教学	(271)
谢 平		在《中学数学解题研究》教学中“少而精”和“讨论式”的探索	(274)
党平安		高等数学试题中选择题的解法	(276)
严谦泰		高等代数解题中隐含条件的挖掘	(279)
李彩斌		论定积分换元法则的必要性和优越性	(281)
杨荣先	文家金	一个不等式的最优化问题及其推广	(284)

贺承业	最小反例原理及其应用	(287)
陈世录	比较函数的大小	(290)
鲁立江	绝对值和的不等式的序轴解法	(292)
李桂荣	高观点下的初等代数	(294)
王永兰	试论射影几何对中学几何的指导作用	(296)
崔凤舞	王晓茹 微分方程在研究抛物线、圆的几何性质中的应用	(299)
冉秋玲	射影变换与中学几何	(301)
白淑君	几个新的几何不等式	(305)
耿佃恩	一类正多边形问题的证明	(306)
孙道明	几种等分圆周方法及其推证	(307)
李恩凤	利用无穷远元素证明几何问题	(309)
侯祺贞	黄菊珍 浅谈用代数方法解平面几何计算题	(311)
杨希碧	平面解析几何中面积计算的新方法	(313)
李明振	武锡环 气质与学生数学学业成绩的相关研究	(315)

●物理学基础理论教学与研究

赵 和	外场中的 α -衰变	(321)
马建玲	最好的直线斜率	(324)
张东壁	韩瑞萍 运动独立性原理质疑	(327)
齐界民	陈 立 翟宏琛 在分析与图示奥托循环时应注意的一些问题	(331)
乔楚良	蔡建乐 论耦合量子谐振系统能量的相对论修正	(333)
孟现磊	受迫振动的能量共振	(337)
钟月学	王 婕 谈用沉降法测液体粘滞系数的改进	(339)
李兴章	金属线胀系数测量的实验改进	(341)
张卓德	等面积法则证明方法分类及讨论	(343)
于顺才	王 泉 托里拆利演示实验的改进	(346)
王志刚	柯里奥利力的两重性	(348)
王锦娥	关于饱和蒸气压与液面形状的关系的解释	(351)
刘忠海	李 济 应用于定滑轮问题的等效转动惯量	(352)
韩瑞萍	谈势能是属于物体系的	(354)
史丰堂	张树忠 王长东 柳盛典 么正算符在坐标表象中的表示方法	(357)
王志刚	谈热力学温标	(359)
孙祝红	惯性力是真实的力	(360)
李东平	戴玉萍 用金属丝的伸长测定杨氏模量实验新装置的研制	(362)
列光华	成任意交角两双棱镜的干涉图象和规律及实验验证	(364)
贾红伟	刘慧英 牛顿的光学研究对以后物理学发展产生的影响	(368)
刘慧英	贾红伟 牛顿关于光本性问题的思想发展	(371)
文 政	感应电动势的相对性	(373)
王庆国	李海燕 黄瑞旺 $\text{NdFe}_{10}\text{M}_2$ 和 $\text{NdFe}_{10}\text{M}_2\text{N}_{0.5}$ ($\text{M}=\text{M}_0, \text{V}$)合金永磁	

	材料的分子场论研究	(376)
游开明	空间周期性螺旋磁场中的相对论性电子与电磁波的能量交换	(378)
杨建新	载有环形电流的无限长直圆筒的磁场	(380)
洪方泰	额外程差前的符号与干涉中 j 的取值	(381)
孔春阳	碱卤晶体中 F 心电子和 $(\text{CN})^-$ 分子的电声子相互作用	(383)
曾祥伦	确定阻容耦合放大器幅频特性上限频率的讨论	(385)
刘海英	唐耀武 吴慧英 二维可编程步进电动机驱动电源	(387)
张大立	王 巍 用电象法求无限大平行导体板间的格林函数及感应电荷的 电场力	(389)
高保山	运动电荷作用在静止电荷上的力	(392)
洪 光	黄红斌 红外热敏胶片的性能测定	(394)
高雁军	两条电力线能相切吗?	(397)
孟现磊	闪电的科学价值及利用前景	(399)
程 红	电表的扩程与校准	(400)
杨左宸	铜发光中心的分布和位错显微结构的关系	(402)
何为民	静电场实验的改进	(404)
张宝志	电磁场方程的建立及物理意义	(405)
刘益民	引力场的“环路定理”和“高斯定理”	(407)
王西明	物理概念与物理模型教学	(409)
辛春雨	浅谈物理概念教学	(411)
李新乡	朱本田 李少兰 挖掘教材中隐含的物理学方法教育因素的研究	(413)
李澄举	浅谈应当讲究课堂教学艺术	(415)
王宗昌	从思维定势对学习物理的影响谈培养发散思维能力的重要性	(416)
韩根秀	物理教材的四步阅读法	(418)
王荣爱	关于力学实验指导的探讨	(420)
白少民	宋永东 通过一题多解对狭义相对论几个概念的讨论	(422)
曾月新	求格林函数四种方法浅析	(424)
刘亚强	格林公式在物理化学计算中的应用	(426)
蔡建乐	关于哈密顿正则方程推导的一点注记	(428)
马宇晓	关于电磁学教改的探讨与尝试	(430)
罗凌霄	关于《伯克利物理学教程》第一卷“引力自具能与静电自具能”部分的 一点说明	(433)
王俊改	丁锐猛 唯一性定理的一种证明方法	(434)
盛英力	测量数据的数学期望和方差	(436)

●化学基础理论教学与研究

陈年友	蔡乃才 彭正合 秦子斌 八氯代八硫杂酞菁配合物对 SOCl_2 阴极还 原催化作用的研究	(438)
李春梅	谷 宁 刘进梅 乌洛托品对碳钢腐蚀影响的研究	(439)

郝淑玲	关于银镜反应中多伦试剂浓度等问题的探讨	(441)
鲍时安	涂慧萍 Mo(w)-S 金属原子簇合物的研究及其应用	(443)
秦正龙	化学研究的新领域——C ₆₀	(445)
兰正学	再谈 $\Delta G_m^\ominus$ 和 ΔG_m 的区别及它们的功能	(447)
周玉清	关于无机分子中离域 π 键形成的讨论	(449)
陈爱民	关于电化学中能斯特公式应用的几个问题	(451)
丁明星	论磁铁矿的溶解	(454)
叶静娴	马敏庄 固态还原法处理钛铁矿	(456)
周智敏	酸碱催化:葡萄糖变旋实验的研究	(458)
黄曦	电化学滴定分析的新分支:双点电位滴定法	(459)
丘基祥	氧化还原滴定化学计量点电位的计算及应用	(462)
刘步明	两个等效电子形成的原子态的确定方法	(464)
沈友	Pb ²⁺ -C ₃ H ₅ (OH) ₃ -PAN 三元配合物分光光度法测定水中微量铅	(467)
李炳焕	CO 与金属配位发生在哪一端	(469)
吴洪	热力学中不可用热及其影响不可用热的因素	(471)
周玉清	σ 轨道, π 轨道不是原子轨道对称性匹配的普遍判据	(472)
吴胜强	混合酸(碱)分步滴定的终点误差公式的推导及讨论	(474)
丘慧澄	四氯化碳萃取比色法快速测定亚硝酸根(间接法)	(476)
涂久洁	铜氨溶液溶解棉纤维原理之浅析	(478)
桑青	魏西莲 孙德志 石成法 一类新型表面活性剂表面活性的研究	(482)
李大塘	红色硫化汞——异乎寻常溶解性的初探	(485)
时文中	谈硝酸的氧化性	(489)
王师略	关于烷基诱导效应的方向问题	(491)
沈戮	改性聚醋酸乙烯酯乳胶耐水性研究	(494)
吴乾菁	浅谈烷烃卤代的活性和选择性	(496)
倪才华	信息拓扑指数与分子的理化性质研究	(499)
方东	吉成荣 4-取代苯基-6-叔丁基-5-硫酮-1,2,4-三噻-3-酮的合成	(504)
梁秀兰	谈有机物的氧化数问题	(507)
陈凤兰	用共振论解释定位规律	(509)
张大增	甲基橙比色法测定水中的活性氯	(513)
王金本	含醇二元体系势力学性质的研究	(516)
邵德田	赵文献 当前高师化学教学存在的若干问题及解决途径	(518)
牟占军	结合《化学反应工程》课的教学浅谈教学辩证法	(519)
陈洪	R·S 构型命名法的教学探讨	(521)
郭宝林	元素化学教学的探讨	(524)
周谷珍	元素化学讨论式教学方法的探讨	(526)
刘惠茹	物理化学习题课教学改革的尝试	(528)
申德君	关于分析化学实验教学改革探讨	(529)
王桂芬	王清珊 陈铁 吴基石 试谈分析化学实验成绩的定量评定方法	(531)
王玉琴	纪桂琴 李小平 浅谈化学实验教学能力的结构与培养	(533)

林承慧	通过实验培养学生的思维能力	(535)
张志秀	谈如何提高化学实验教学的效果	(537)
黄宗本	浅谈中学生思考能力的培养	(539)
黎素碧	化学教学中记忆能力的培养	(542)
梁昭洪	有机实验课培养学生思维品质之浅见	(544)
黄宗本	浅谈中学化学实验与理论教学的关系	(546)
周谷珍	无机化学实验成绩的量化管理	(548)
余新中	高中生化学实验心理的调查与思考	(550)
崔洪起	化学试剂取用的两个误区	(552)
刘步明	对 92 年全国高考化学试题 38 题的一点看法	(553)

●生物学基础理论教学与研究

胡思玉	贵州疣螈繁殖行为初步观察	(554)
王晓玲	李春胜 王信军 用某些野生鸟类代替家鸡的实验	(556)
刘 辉	李淑萍 王培田 关于光合作用总过程代表方程式的推导	(558)
谭远友	国内何首乌与首乌藤的研究现状述要	(559)
李淑萍	刘福林 孟德尔法则被忽视原因探析	(561)
窦萍珍	桃叶一品红生物学特性的研究	(563)
陈 燕	谭祖国 巴西铁离体培养与植株再生的研究	(565)
廖 霆	食用菌菌丝体发酵饮料生产工艺初探	(567)
戴美学	祖爱民 苏云金杆菌 SD-93-08 菌株苏云金素的测定及产生条件的研究	(569)
戴美学	祖爱民 苏云金杆菌 SD-93-08 菌株原生质体形成与再生条件的研究	(573)
戴美学	祖爱民 苏云金杆菌 SD-93-08 菌株的鉴定	(578)
王庆林	常见贝类的经济价值	(582)
余晓丽	植物与生态环境	(584)
赵雨云	腊叶标本采集和制作的改进	(587)
孙国荣	俎桂芹 肖 玮 能力的系统培养要与知识的系统传授有机地结合起来	(588)
黄君红	微生物学实验课教学的探索 ——谈谈如何在实验课教学中培养学生的基本技能	(589)
王玉玲	李 政 生物学课堂教学中板图及书中插图的应用	(592)
王衍武	张荣岩 以图串文、图文结合的网络式复习方法	(593)

●计算机科学基础理论教学与研究

许 勤	<同时相对性>CAI 课件	(595)
崔东剑	FDD 脱机自检电路设计	(598)
雷 鸿	微型计算机与步进电机简易接口	(600)
谢孔彬	组合:夫妻围坐问题	(602)
蒋正和	循环队列的加一处理	(603)
汪 洋	计算机解题的步骤	(605)

颜彬	用于毕业设计的系统方法	(607)
李福进	DDC 系统实验装置	(610)
钟子云	WPS 加密文件的破密	(613)
刘雅丽	使用 DOS 命令注意事项及技巧	(615)
曾繁华	DOS 分区的妙用	(617)
罗平	微机招生管理系统的设计和实现	(618)
陈云霞	论算法与程序设计教学	(621)
刘福生	《计算机财会应用基础》教学初探	(625)
黄彩娥	浅析计算机绘图中的直线插补原理	(626)

●地理学基础理论教学与研究

郭耀文	论岷江上游新构造运动特征	(629)
邵兰霞	崔哲洙 地球生态环境教育的主题:警惕全球变暖	(631)
孔凡哲	徐州市农用地、水资源经济效益最优分析	(632)
程学新	大亚湾的地理位置和自然资源	(635)
李慕寒	三门峡市旅游文化特征浅析	(637)
陈永森	李世文 抓住机遇办好新型资源环境与地理学系	(641)
刘广民	高师地理系地质学基础教学改革初探	(643)

●应用科学技术研究

桑青	张兴芳 魏西莲 刘明星 秦东风 脑梗塞病相关生化指标的分析	(645)
贾君	老年营养食品:强化面包的研制	(649)
陈浩	杨人立 刘玉琼 徐培书 朱绍安 廖唯 高岚 邓文敏 陈丽华 邓华川 陈竹平 潘储华 食品及中成药辐射剂量控制用素的研究	(651)
赵万鹏	鞠长增 程天印 黄彬 鞠波 中华鳖组织学研究Ⅱ·肝和胰	(654)
徐来祥	孔立 徐承水 孔凡华 李桂芝 鸡用中草药饲养添加剂的研究 及应用	(656)
郝云鹏	液压提升机液压系统的设计	(659)
陈平	非接触测速中的信号滤波	(661)
杨汉祥	许北雪 静电集尘黑板兼空气负离子发生器:“教师宝”的研制	(663)
刘淑梅	孙岚云 论反胶硬质海绵球拍的优越性	(665)
林铭其	FUCE 金属结构胶在化工设备维修中的应用	(666)
李念章	锑矿石用酸浸出还原出锑制取三氧化二锑工艺	(668)
盖军	李元成 苏桂田 原油降凝剂的合成方法及应用	(669)
朱岳高	硅酮移印油墨的研制	(671)
王德荣	一种新能源——甲醇(CH_3OH)燃料的崛起	(675)
高俊	乔淑萍 高岭土合成洗涤用 4A 沸石机理初探	(677)
苏平安	浅谈仪器设备管理	(679)
黄健	孙仲田 微机控制的多功能微型高温电炉的研制	(681)

有限维伽罗华扩张的平行相似关系

天津师范大学 苏仲阳 副教授

如果域 F 为域 K 的正规扩张, 则用 $F|K$ 表示. F 的所有不变 K 中任何元素的自同构构成的群, 称为 F 在 K 上的伽罗华群, 记作 $G(F|K)$. 当 $G(F|K)$ 的固定域为 K 时, 称 F 是 K 的伽罗华扩张. 我们给出如下定义:

设 $F_1|K_1$ 与 $F_2|K_2$ 为有限维伽罗华扩张, 如果它们的伽罗华群 $G(F_1|K_1)$ 与 $G(F_2|K_2)$ 同构, 则称 $F_1|K_1$ 与 $F_2|K_2$ 平行相似, 记作 $(F_1|K_1) \sim (F_2|K_2)$.

显然, 平行相似是有限维伽罗华扩张之间的一个等价关系, 因此平行相似关系决定同一域 K 的全部有限维伽罗华扩张的一个分类.

由下面命题知, 具有平行相似关系的有限维伽罗华扩张是存在的.

命题 1 设多项式 $f(x) \in K[x]$, $f(x) = p_1(x)p_2(x)\cdots p_r(x)$, 其中 $p_i(x) (i=1, 2, \dots, r)$ 为互不相同的可分多项式, 则 $f(x)$ 在 K 上的任何分裂域是平行相似的.

证明 设 $f(x)$ 在 K 上的一个分裂域为 $F = K(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$, 其中 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ 为 $f(x)$ 的全部根, 则 F 为可分多项式集合 $S = \{p_1(x), p_2(x), \dots, p_r(x)\}$ 在 K 上的分裂域, 且维数 $[F:K]$ 有限, 因此 F 为 K 的有限维伽罗华扩张.

设 E, F 为 $f(x)$ 在 K 上的任意两个分裂域, 则它们是 K —同构的, 令此同构映射为 φ , 规定映射

$\Psi: G(F|K) \rightarrow G(E|K), \sigma \mapsto \tau$, 对 $\forall a \in F-K, \varphi(\sigma(a)) = \tau(\varphi(a))$. $\sigma_1, \sigma_2 \in G(F|K), \Psi(\sigma_1) = \tau_1, i=1, 2$. 若 $\sigma_1 \neq \sigma_2$, 即存在 $a \in F-K, \sigma_1(a) \neq \sigma_2(a)$, 则 $\tau_1(\varphi(a)) = \varphi(\sigma_1(a)) \neq \varphi(\sigma_2(a)) = \tau_2(\varphi(a))$. 所以 Ψ 为单射. 对任 $\tau \in G(E|K), b \in E-K, \tau(b) = b' \in E-K$, 有 $a, a' \in F-K$, 且 $\varphi(a) = b, \varphi(a') = b'$. 令 $\sigma = \varphi^{-1}\tau\varphi$, 则 σ 为将 a 变为 a' 的 K —自同构, 即 $\sigma \in G(F|K)$, 使 $\varphi(\sigma(a)) = \varphi(a') = b' = \tau(b) = \tau(\varphi(a))$, 所以 $\Psi(\sigma) = \tau$, Ψ 为满射.

对 $\forall a \in F-K, \varphi(\sigma_1\sigma_2(a)) = \varphi(\sigma_1(\sigma_2(a))) = \tau_1(\varphi(\sigma_2(a))) = \tau_1(\tau_2(\varphi(a))) = \tau_1\tau_2(\varphi(a))$,

因此, $\Psi(\sigma_1\sigma_2) = \tau_1\tau_2 = \Psi(\sigma_1)\Psi(\sigma_2)$, Ψ 为同构映射, 有 $G(F|K) \cong G(E|K)$, 故 $F|K$ 与 $E|K$ 平行相似.

平行相似的有限维伽罗华扩张有下面的性质.

命题 2 平行相似的有限维伽罗华扩张的维数相等.

证明 令 $(F_1|K_1) \sim (F_2|K_2)$, 则 $[F_1:K_1] = |G(F_1|K_1)| = |G(F_2|K_2)| = [F_2:K_2]$.

命题 3 设 E, F 为域 K 的两个平行相似的有限维伽罗华扩张, 则 E 与 F 为次数相同的可分多项式在 K 上的分裂域.

证明 令 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 是 F 在 K 上的一组基, 而 $f_i(x) \in K[x]$ 是 $v_i (1 \leq i \leq n)$ 的极小多项式. 由于 $F|K$ 是有限维伽罗华扩张, 因此 F 为多项式 $f(x) = f_1(x)f_2(x)\cdots f_n(x)$ 在 K 上的分裂域, 并且 F 在 K 上可分, 从而每个 v_i 为 K 上可分元素. 据本原元素定理, $F = K(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 是 K 的单扩张, 令 $F = K(\xi), p_i(x) \in K[x]$ 为 ξ 的可分极小多项式. 由于 $F|K$ 的维数有限, 因此 F 在 K 上正规可分, 而 $\xi \in F$, 所以 $p_i(x)$ 在 F

$[x]$ 中分裂,故 F 为 $p_1(x)$ 在 K 上的分裂域。

同理可令 $E=K(\eta)$, $p_2(x) \in K[x]$ 为 η 的可分极小多项式,则 E 为 $p_2(x)$ 在 K 上的分裂域。且有

$$\deg p_1(x) = [F : K] = [E : F] = \deg p_2(x),$$

命题证毕。

此命题的逆不成立。例如,多项式 $f(x)=x^4+4x^2+2$ 与 $g(x)=x^4+1$ 。它们均为有理数域 Q 上的四次可分多项式,其在 Q 上分裂域的伽罗华群分别为四阶循环群 $\langle (1234) \rangle$ 与 Klein 四元群 B_4 ,显然它们不同构,因此 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 Q 上的分裂域不平行相似。

关于有限维伽罗华扩张平行相似的条件,有以下结果。

命题 4 L, M 是有限维伽罗华扩张 $F | K$ 的两个中间域,且 $L | K$ 与 $M | K$ 是伽罗华扩张,如果 $G(F | L)$ 与 $G(F | M)$ 是 $G(F | K)$ 的 Sylow p -子群,则 $(L | K) \not\sim (M | K)$ 。

证明 因 $L | K$ 与 $M | K$ 是伽罗华的,据基本定理,它们的对应子群 $G(F | L)$ 与 $G(F | M)$ 是 $G(F | K)$ 的正规子群,且有

$$G(L | K) \cong G(F | K) / G(F | L), G(M | K) \cong G(F | K) / G(F | M).$$

而 $G(F | L)$ 与 $G(F | M)$ 是 $G(F | K)$ 的 Sylow p -子群,它们彼此共轭,即存在 $\sigma \in G(F | K)$,使 $G(F | L) = \sigma G(F | M) \sigma^{-1}$ 。

令 $\varphi: G(F | L) \rightarrow G(F | M)$, $\tau \mapsto p$, 如果 $\tau = \sigma p \sigma^{-1}$, 不难证明 φ 为同构映射,即有 $G(F | L) \cong G(F | M)$, 从而

$$G(F | K) / G(F | L) \cong G(F | K) / G(F | M),$$

于是 $G(L | K) \cong G(M | K)$, 故 $(L | K) \not\sim (M | K)$ 。

此命题的逆不成立。例如,令 $L=Q(\sqrt{2})$, $M=Q(\sqrt{3})$, 它们是有理数域的有限维伽罗华扩张 $F=Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ 的且在 Q 上是伽罗华的中间域,其伽罗华群 $G(L | Q)$ 与 $G(M | Q)$ 均同构于 S_4 的子群 $\langle (12) \rangle$, 因此 $(Q\sqrt{2} | Q) \not\sim (Q\sqrt{3} | Q)$ 。而 $G(F | Q) \cong B_4$, $|G(F | L)| = |G(F | Q)| / |G(L | Q)| = 2$, 所以 $G(F | L)$ 与 $G(F | M)$ 均不为 $G(F | Q)$ 的 Sylow 2-子群。

设 F 为域 K 的伽罗华扩张,如果 F 在 K 上的伽罗华群 $G(F | K)$ 是循环群,称 F 为 K 的循环扩张 $|G(F | K)| = n$ 时,称 F 为 K 的 n 次循环扩张。

命题 5 设 $E | F$ 与 $F | K$ 是两个有限维循环扩张,则 $E | K$ 与 $F | K$ 平行相似的充分必要条件是它们的维数相等。

证明 必要性显然,现证充分性。如果 $[E : K] = [F : K] = n$, 则 $G(E | K)$ 与 $G(F | K)$ 均为 n 阶循环群,因此它们同构,故 $(E | K) \sim (F | K)$ 。

推论 循环扩张 $F | K$ 的任何两个维数相同的中间域均平行相似。

命题 6 设 $E | K$ 与 $F | K$ 均为 p (素数) 次循环扩张,并且它们在 K 上可分,则 $EF | E$ 与 $EF | F$ 平行相似。

证明 由命题 5, $E | K$ 与 $F | K$ 平行相似。由于 $G(E | K)$ 与 $G(F | K)$ 为 p 阶循环群,因此它们是单群,据谢邦杰的《抽象代数学》(223 页)中的定理 3, $G(EF | E) \cong G(F | E \cap F)$, $G(EF | F) \cong G(E | E \cap F)$ 。

因 E, F 是 K 的正规可分扩张, $E \cap F$ 也在 K 上正规可分,所以 $E \cap F$ 在 K 上是伽罗华的,而 $G(E | K)$ 与 $G(F | K)$ 是单群,因此 $E | K$ 与 $F | K$ 除 K 外无其它中间域,于是 $E \cap F = K$, 所以 $G(EF | E) \cong G(F | K) \cong G(EF | F)$, 即 $EF | E$ 与 $EF | F$ 平行相似。

命题证毕。

零正规 NCD—环的诣零根

天津师范大学 李正明 副教授

在普通环 R 中, $\forall r \in R$, 显然 $ro=0, or=0$ 是成立的, 但在 NCD—环中, 这一事实不一定成立。

定义 1 设 R 为 NCD—环, 若对 $\forall r \in R$, 有 $ro=0, or=0$ 成立, 称 R 为零正规的 NCD—环。

定义 2 设 R 为 NCD—环, $x \in R$, 若存在自然数 n 使 $x^n=0$ 成立, 称 x 为幂零元。

定义 3 设 S 为 NCD—环 R 的子集, 如果存在自然数 n , 使 $S^n=\{0\}$ 成立, 称 S 是幂零的。

定义 4 设 S 为 NCD—环 R 的子集, 如果 $\forall x \in S$, 存在自然数 n , 使 $x^{n(x)}=0$ 成立, 称 S 是诣零的, 其中 $n(x)$ 表示与 x 有关的自然数。

定义 4 指出了, 如果 S 中每一个元都是幂零元, 那么 S 就是诣零的, 以下出现的 R 均表示 NCD—环, 而不再说明。

命题 1 设 $S \subseteq R$, 如果 S 是幂零的, 那么 S 一定是诣零的。

证明 $\because S$ 是幂零的, 就存在自然数 n , 使 $S^n=\{0\}$, $\therefore \forall x \in S$, 必有 $x^{n(x)}=0$, $\therefore S$ 是诣零的。

命题 2 设 $S \subseteq T \subseteq R$, 若 T 是幂零(诣零)的, 那么 S 也是幂零(诣零)的。

证明 设 T 是幂零的, $\therefore$ 存在自然数 n , 使 $T^n=\{0\}$, 又 $\because S \subseteq T$, $\therefore S^n \subseteq T^n=\{0\}$, 故 $S^n=\{0\}$, 即 S 也是幂零的。

若 T 是诣零的, 则 $\forall x \in S \subseteq T$, 存在自然数 $n(x)$, 使 $x^{n(x)}=0$ 成立, $\therefore S$ 是诣零的。

命题 3 设 $I \trianglelefteq R$, 则 $(R/I)^n = R^n/I$

证明 $\forall \bar{a} \in R/I$, 则 $\bar{a}^m = (a+I)^m = a^m + I = \bar{a}^m$

$\therefore (R/I)^n = \{\bar{a}_1 \bar{a}_2 \cdots \bar{a}_n \mid a_i \in R\} = \{\overline{a_1 a_2 \cdots a_n} \mid a_i \in R\} = R^n/I$ 。

普通环 R 的理想 I 必是 R 的子环, 但在 NCD—环中, 理想不一定是子环, 但对零正规 NCD—环来说, 情形就不一样了。

命题 4 设 S 为零正规 NCD—环 R 的理想, 则 S 必是 R 的子环。

证明 $\because S \trianglelefteq R$, $\therefore \forall r_1 \cdot r_2 \in R, \forall x_1, x_2 \in S$, 有 $-r_1 r_2 + (r_1 + x_1)(r_2 + x_2) \in S$ (1)

由 r_1, r_2 的任意性, 可取 $r_1 = r_2 = 0$, 由 R 是零正规的, $\therefore r_1 r_2 = 0$, 由 (1) 又知, $x_1 x_2 \in S$, 即 S 对乘法闭合, 显然 S 是 $(R, +)$ 的子群, 故 S 是 R 的子环。

命题 5 设 I, J 为零正规 NCD—环 R 的诣零理想, 则 $I \cap J$ 也是 R 的诣零理想。

证明 $\because I \trianglelefteq R, J \trianglelefteq R$. $\therefore$ 由命题 4 知 $J \leq R$, 故由 $I \leq R, J \leq R$, $\therefore I \cap J \subseteq J \subseteq R$, 再由命题 2 知, $\therefore J$ 是诣零的, $\therefore I \cap J$ 也是诣零的。

命题 6 设 $I \trianglelefteq R$ 且 I, R 均为诣零的, 则 R/I 也是诣零的。

证明 $\because R \cong R/I, \therefore \forall \bar{a} \in R/I$, 存在 $a \in R$, 使 $\varphi: a \rightarrow \bar{a}$, $\because R$ 是指零的, $\therefore$ 对 $a \in R$ 存在自然数 $n(x)$,

使 $a^{n(x)} = 0 \therefore \forall \bar{a} \in R/I$ 由命题 3 知, $\overline{a^{n(x)}} = \overline{a^{n(x)}} = \bar{0}$, 故 R/I 是指零的。

定理 1 设 $I \trianglelefteq R$, 则 R 是指零的 $\Leftrightarrow I, R/I$ 都指零。

证明 $\Rightarrow$ 若 R 是指零的, 由命题 2 知 I 是指零的, 由命题 6 知 R/I 是指零的。

$\Leftarrow$ 若 $I, R/I$ 都是指零的, $\forall a \in R$, 由 $R \sim R/I, \therefore \varphi: a \rightarrow \bar{a} \in R/I$, 由 R/I 是指零的, $\therefore$ 存在自然数 $n(a)$ 使 $\overline{a^{n(a)}} = \overline{a^{n(a)}} = \bar{0}$, 故 $\varphi: a^{n(a)} \rightarrow \overline{a^{n(a)}} = \bar{0}, \therefore a^{n(a)} \in \text{Ker } \varphi = I, \therefore I$ 是指零的, $\therefore$ 存在自然数 k , 使 $a^{n(a)k} = 0$. 故 R 是指零的。

命题 7 设 I, J 是 NCD-环 R 的指零理想, 则 $I+J$ 也是 R 的指零理想。

证明 显然 $I+J \trianglelefteq R$, 又 $I \subseteq I+J, \therefore I$ 是 $I+J$ 的指零理想, 又 $I \cap J \subseteq J$, 由命题 5 知, $I \cap J$ 是 J 的指零理想, 故得 $(I+J)/I \cong J/I \cap J$. 由于 J 与 $I \cap J$ 均是指零理想, 由命题 6 知 $J/I \cap J$ 是指零的, 故 $(I+J)/I$ 是指零的. 由于 $I, (I+J)/I$ 都是指零的, 由定理 1 知 $I+J$ 是指零的。

定理 2 设 $I_x (x \in A)$ 是零正规 NCD-环 R 的指零理想, 则 $\sum I_x$ (元素为有限和) 是指零的。

证明 归纳法, 由命题 7 知两个指零理想之和是指零的. 假设 n 个指零理想之和是指零的成立, 当 $n+1$ 个指零理想之和 $I_1 + I_2 + \cdots + I_n + I_{n+1} = I + I_{n+1}$. 其中 $I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$ 由归纳假设知 I 是指零的, $\therefore I + I_{n+1}$ 是指零的, 即 $n+1$ 个指零理想之和是指零的. 总之, 当 $|A| < \infty$ 时, $\sum I_x$ 是指零的。

定义 5 零正规 NCD-环 R 的一切指零理想之和叫 R 的指零根, 记为 $n(R)$

定理 3 设 R 是零正规 NCD-环, 则 $n(R)$ 是 R 的最大指零理想. 且 $n(R)$ 是使 $R/n(R)$ 无非零指零理想的最小理想。

证明 设 I 是 R 的任一指零理想, 由指零根定义知 $I \subseteq n(R), \therefore n(R)$ 是 R 的最大指零理想。

下证 $R/n(R)$ 无非零指零理想:

设 $\forall \bar{J} \in R/n(R)$ 且为指零的, 由 $R \cong R/n(R)$, 则 $J = \varphi^{-1}(\bar{J}) \in R$ (J 为 $\bar{J}$ 在自然映射下的原象). $\therefore \forall x \in J$, 有 $\varphi(x) \in \bar{J}, \therefore \bar{J}$ 是指零的, $\therefore$ 存在自然数 k , 使 $\varphi(x)^k = \varphi(x^k) = \bar{0}, \therefore x^k \in \text{Ker } \varphi = n(R)$, 由于 $n(R)$ 是指零理想, $\therefore$ 存在自然数 l , 使 $x^{kl} = 0, \therefore J$ 是指零的, 故 $J \subseteq n(R), \therefore \bar{J} = \bar{0}$, 故 $R/n(R)$ 无非零指零理想。

再证 $n(R)$ 是使 $R/n(R)$ 无非零指零理想的最小者, 设 I 是使 R/I 无非零指零理想的任一理想, $\therefore n(R)$ 是 R 的指零理想, 又 $I \cap n(R) \subseteq n(R)$, 由命题 2 知, $I \cap n(R)$ 是指零的, 显然 $I \subseteq I + n(R)$, 由定理 2 知, $I + n(R)$ 是指零的, $\therefore (I + n(R))/I \cong n(R)/I \cap n(R), \therefore (I + n(R))/I$ 是 R/I 的指零理想, 由 R/I 无非零指零理想, $\therefore (I + n(R))/I = I, (\because \bar{0} = I) \therefore I + n(R) \subseteq I$, 故 $n(R) \subseteq I$, 即 $n(R)$ 是使 R/I 无非零指零理想的最小指零理想。

(高教局科研基金资助课题)