

高等量子力学 (第二版)

Advanced Quantum Mechanics

上册

张永德◎著



科学出版社
www.sciencep.com

高等量子力学

(第二版)

(上册)

张永德 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

全书共12章,各章名称分别为:量子状态描述、对称性分析补充、全同多粒子非相对论量子力学——二次量子化方法述评、量子变换理论概要、非相对论量子电动力学、相对论量子力学及缺陷、量子力学的路径积分表述、多道散射理论(I)、多道散射理论(II)、近似计算方法、量子纠缠与混态动力学、量子理论述评。外加8个附录。

本书致力于阐述现代物理学的理论基础。全书体系清晰、内容翔实、叙述清楚、分析透彻,适合作为物理类研究生的公共理论基础教材,也是物理学工作者有用的参考书。为了便于教学和自学,除少量普通的或书中已有答案的习题,其他都给出了解答或有关参阅文献。

图书在版编目(CIP)数据

高等量子力学.上册/张永德著.-2版. —北京:科学出版社,2010
ISBN 978-7-03-028005-3

I. ①高… II. ①张… III. ①量子力学—研究生—教材 IV. ①0413.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第160227号

责任编辑:钱 俊 鄢德平/责任校对:张 林
责任印制:钱玉芬/封面设计:王 浩

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双 青 印 刷 厂 印 刷

科学出版社编务公司排版制作

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009年7月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2010年8月第 二 版 印张: 47 3/4

2010年8月第二次印刷 字数: 922 000

印数: 2 501—5 500

定价: 98.00 元(上下册)

(如有印装质量问题,我社负责调换)

再 版 前 言

趁这次再版机会，对全书作了一次全面的校订和推敲。除了改进一些叙述，改正已发现的书写、公式编号和印刷错误外，主要是继续遵循“向前看”的思想，同时也为了加强第 9 章 Lippmann-Schwinger 方程的实用性，添加了当前热点之一的碱金属原子 Bose-Einstein 凝聚体的 Feshbach 共振计算，作为新的“附录 D”。这个被称作“可爱”的自由度，其实是个超精细作用诱导的超低温下双原子闭道散射问题。与此同时，为了不增加全书份量，基本删除了原先“附录 D”，只保留其中叙述偶极近似部分，并将其移入第 5 章作为 5.1.4 小节。

张永德

2010 年 7 月 12 日

前 言

本书是作者有关量子理论的几本书之一。此前,《量子力学》和《量子信息物理原理》已由科学出版社出版。

此书采用《高等量子力学》作为书名有些犹豫。且不去说“高等”二字当前给人的感觉,单从内在逻辑自洽性角度看,“高等”、“量子”、“力学”这三个词有一种古怪而常被人们忽略的“三体排斥作用”:三者之中无论去掉哪一个,都可以构建逻辑自洽(至少较为自洽)的理论体系。高等力学、量子力学、量子场论等都可以。但三者凑到一块儿必定构建不出比较“自圆其说”的理论体系。比如,既然已是“高等”的“量子”,难免要涉及粒子的产生、湮没和转化,粒子数真的不守恒了!这就超出了只限于研究物体受外力作用在时空中运动的传统“力学”的范畴。也有用《高等量子理论》的,但此名称又宽泛得与量子场论牵连不清,也许还让人感觉只重理论的偏颇。思前想后,只得是“前面的书名爬,后面的书名跟着爬”了。

20 世纪 80 年代初,作者由四川三线国防单位转入中国科学技术大学,甫始即为研究生讲授高等量子力学这门课程。其后近三十年时间里,不断执教着它或是周边课程。与此同时,也一直从事与量子理论有关的研究工作。这本书便是在这样的科研教学背景下,根据作者多年讲稿,结合科研成果和体会整理修订而成。其中也包括一些我的学生和国内外学者的适宜纳入《高等量子力学》的研究成果。

写作本书过程中,作者尽力做到体系清晰、内容清新、叙述清楚。关于选择内容、叙述角度、掌握深度等问题,作者遵循的主导思想是:其一,现代科学技术发展迅猛,对物理人才素质要求越来越高。当前情势要求教师在传授高等量子力学中,在保持系统性和相对稳定性的同时,应当注意引导学生向前看,顺应科学发展趋势,顾及时代需求,适当提高标准,不断吐故纳新。这对培养高素质研究人才十分重要。其二,要讲清当然,更要尽力讲清所以然。注意分析概念实质、挖掘物理内涵、揭示理论意图、强调理论应用、交代清楚所讲内容与周边课程的衔接与分界。其三,众所周知,总体上说,量子理论还存在许多基本困难和尚未弄清楚的重要问题。有鉴于此,作者本着开放思维,力求说清物理内涵、指明认知边界,叙述问题不回避、不含糊、不偏执。虽时有临笔踌躇、颇费思量,对此总是不离不弃。其四,除个别章节外,全书选材大体偏重低能、偏重非相对论量子

理论。这是为了顾及物理类多数专业（还有材料物理、量子化学、量子信息等）研究生的需要，也有展示量子理论内在逻辑自洽、结构优美的考虑。

书中将作为依据或是细研深究所需的文献列在脚注内。各章都附有习题，部分为作者自拟。它们是书中内容延伸、叙述拓宽、计算落实，所以不应忽视。但由于解答篇幅较大，所以删去了常见的或书中已叙述的解答。全书共计 12 章，8 个附录，详见目录。

涵括从非相对论量子力学到相对论量子场论，以及周边量子课程的整个量子理论，其领域广阔无垠，构架雄伟壮观，风姿绚丽卓绝，禀性精灵古怪。不像其他物理理论，量子理论是大批杰出理论和实验物理学家的共同创造。她是迄今物理学中最宏伟壮丽的宫殿群落，也是应用领域最为宽广的物理理论。她不仅是整个近代物理学的理论基础，甚至正在成为包括纳米材料科学、近代化学、近代生物学、量子信息科学的几乎整个近代科学的理论基础。她不但是一部厚重的科学理论，更是哲学和认识论的重要源头活水。总之，她堪称人类文化的一块瑰宝奇珍。诚如朱熹所说：

半亩方塘一鉴开， 天光云影共徘徊；

问渠哪得清如许， 为有源头活水来。

高量虽属“可道”之“道”，却也是一泓清澈明亮的湖水，徘徊激荡着微观世界的天光云影，令人流连忘返。倘若读者在阅读辛劳之后从书中得到这份愉悦，那正是作者的追求和期盼。

作者感谢吴建达同学，他将作者大量杂乱讲稿和参考材料录入计算机中。没有他的辛劳，本书问世几乎是不可能的。感谢胡丹、董莹、汤卫东、邓修豪同学，赵梅生博士和陈建兰博士。他们是本书的第一批读者，通过集体阅读讨论，他们对本书初稿提供了不少好意见。感谢中国科学院合肥分院固体物理所王玉琪教授和曾雉教授，他们的盛情邀请给了作者写作本书的初始动力，感谢香港科技大学孟国武教授提供有关的数学文献并校阅了附录 B 中部分内容。

限于作者所知、所做和所好，一定有适宜纳入本书的好成果未被收纳，欢迎见告。言多必失、算多易误，敬盼指正。

张永德

2008 年 11 月 21 日

目 录

(上册)

再版前言

前言

第 1 章 量子状态描述	1
1.1 Schrödinger 绘景、Heisenberg 绘景与相互作用绘景	1
1.1.1 三个绘景	1
1.1.2 Heisenberg 绘景进一步叙述	5
1.1.3 相互作用绘景进一步叙述	7
1.1.4 三种绘景小结	8
1.2 量子系综与密度矩阵(I)——基本概念	9
1.2.1 量子系综与混态	9
1.2.2 密度矩阵方法, Gleason 定理	13
1.2.3 $1/2$ 自旋粒子的纯态与混态, Bloch 球描述	17
1.2.4 密度矩阵集合的凸性	21
1.3 量子系综与密度矩阵(II)——进一步叙述	22
1.3.1 密度矩阵的运动方程	22
1.3.2 约化密度矩阵	23
1.3.3 混态用密度矩阵描述的含糊性	25
1.4 量子系综与密度矩阵(III)——信息、认证和应用	26
1.4.1 算符基与密度矩阵的正交算符展开	26
1.4.2 密度矩阵 ρ 的实验认证	29
1.4.3 量子态信息的度量——von Neumann 熵与其特性	32
1.4.4 密度矩阵简单应用举例	34
第 2 章 对称性分析补充	38
2.1 空间转动变换分析	38
2.1.1 R_3 群与 $SU(2)$ 群	38
2.1.2 标量场、矢量场、旋量场的转动行为——总角动量的引入	50
2.1.3 $ lm\rangle$ 的转动变换, D 函数计算	55
2.1.4 角动量耦合与分解, Clebsch-Gordan 系数	60
2.1.5 两个角动量耦合基矢的广义交换对称性	66
2.1.6 不可约张量算符矩阵元计算, Wigner-Eckart 定理	68

2.2	时间反演变换若干应用	75
2.2.1	时间反演变换应用(I): Kramers 定理	75
2.2.2	时间反演变换应用(II): 微观可逆性定理	75
2.2.3	时间反演变换应用(III): $K^0 - \bar{K}^0$ 问题	77
2.2.4	时间反演变换应用(IV): 中子电偶极矩问题	77
2.3	全同粒子系统的置换对称性	79
2.3.1	微观粒子全同性原理	79
2.3.2	全同粒子系统的一般状态	81
2.3.3	全同粒子系统的交换作用	83
2.3.4	置换群, Yang 图与 Yang 盘	88
2.3.5	Yang 图基本表示的一些分析	89
第 3 章	全同多粒子非相对论量子力学——二次量子化方法述评	93
3.1	经典场论, Lagrange 框架和 Hamilton 框架	93
3.1.1	经典场论, Lagrange 框架和 Hamilton 框架	93
3.1.2	Noether 第一定理	95
3.1.3	时空连续变换分析讨论	98
3.1.4	内禀连续对称变换与荷守恒	101
3.1.5	“Schrödinger 场”的“经典场论”	102
3.2	“Schrödinger 场”对易规则二次量子化	104
3.2.1	“Schrödinger 场”按对易规则二次量子化	104
3.2.2	转入粒子数表象	106
3.2.3	与全同 Boson 多体量子力学的等价性	108
3.3	“Schrödinger 场”反对易规则二次量子化	113
3.3.1	“Schrödinger 场”按 Jordan-Wigner 规则二次量子化	113
3.3.2	转入粒子数表象	114
3.3.3	与全同 Fermion 多体量子力学的等价性	115
3.3.4	二次量子化中对易规则选择问题	118
3.4	自作用“Schrödinger 场”二次量子化	119
3.4.1	自作用“Schrödinger 场”的二次量子化	119
3.4.2	转入粒子数表象	121
3.4.3	转入坐标表象	123
3.4.4	非相对论二次量子化方法评论	125
3.5	全同多体算符转入粒子数表象表示	126
3.5.1	全同 Boson N 体算符的转换	126
3.5.2	全同 Fermion N 体算符的转换	129
3.6	简单应用	130
3.6.1	弱耦合全同多体系统状态跃迁概率计算	130
3.6.2	Bose-Einstein 与 Fermi-Dirac 统计分布律的简明推导	133
3.6.3	电中性介质简并电子气的二次量子化	136

第 4 章 量子变换理论概要	142
4.1 引言与数学准备	142
4.1.1 引言——线性量子变换(LQT)概念	142
4.1.2 数学预备	146
4.2 多模 Fock 空间广义线性量子变换的基本理论	150
4.2.1 多模 Boson 系统	150
4.2.2 多模 Fermion 系统	157
4.3 一些应用	159
4.3.1 特例 I: 多模空间转动变换, 角动量的 Schwinger 表示	159
4.3.2 特例 II: 多模 Bogoliubov-Valatin 变换	163
4.3.3 多模二次型 Boson 系统和 Fermion 系统的配分函数计算	164
4.3.4 多模 Boson 二次型系统能谱和波函数计算	168
4.3.5 Bures 保真度和纠缠度计算	169
4.4 向连续无穷模情况推广	169
4.4.1 基本公式	169
4.4.2 量子场 CPT 变换表达式推导	170
第 5 章 非相对论量子电动力学	176
5.1 Maxwell 经典场论概要	177
5.1.1 自由电磁场能动张量	177
5.1.2 与电荷相互作用的经典 Maxwell 场论, Lorentz 规范	177
5.1.3 与电荷相互作用的经典 Maxwell 场论, Coulomb 规范	179
5.1.4 规范变换与偶极近似	181
5.2 Maxwell 场正则量子化——非相对论 QED(I)	183
5.2.1 Coulomb 规范下的正则量子化	184
5.2.2 Hamilton 量与运动方程	185
5.2.3 动量展开	185
5.3 电磁场真空态能量和 Casimir 效应——非相对论 QED(II)	188
5.3.1 量子电磁场真空态及其能量	189
5.3.2 Casimir 效应的物理原因	190
5.3.3 Casimir 效应计算	190
5.3.4 讨论	192
5.4 Lamb 移动——非相对论 QED(III)	193
5.4.1 Lamb 移动的物理根源	193
5.4.2 电子位置晃动计算	195
5.5 相互作用场的量子化——非相对论 QED(IV)	198
5.5.1 Maxwell 场与 Schrödinger 场的相互作用, 基本方程组	198
5.5.2 相互作用场的二次量子化, 相互作用 Hamilton 量	199
5.6 单原子与多模光场相互作用——非相对论 QED(V)	202

5.6.1	相互作用 H_I 表达式	202
5.6.2	H_I 的初步应用	204
5.6.3	原子受激辐射与自发辐射的发射、吸收系数	205
5.6.4	模型计算	208
5.7	广义 Jaynes-Cummings 模型——非相对论 QED(VI)	212
5.7.1	广义 Jaynes-Cummings 模型	212
5.7.2	求解与讨论	213
5.7.3	应用(I): 共振条件下 Raman 散射腔 QED	216
5.7.4	应用(II): 四模-两道腔 QED 模型	220
第 6 章	相对论量子力学及缺陷	222
	引言	222
6.1	Klein-Gordon 方程	223
6.1.1	Klein-Gordon 方程的引出及平面波解	223
6.1.2	外电磁场中的 K-G 方程	226
6.2	Klein-Gordon 方程作为单粒子波函数方程的缺陷	228
6.2.1	阶跃势垒散射, Klein 佯谬	228
6.2.2	K-G 方程作为单粒子状态波函数方程的几个缺陷	229
6.3	Dirac 方程的引出及正负能态解	231
6.3.1	自由粒子 Dirac 方程的导出	231
6.3.2	Dirac 代数及 γ 矩阵的表示问题	233
6.3.3	自由粒子 Dirac 方程正负能态解	237
6.3.4	电磁场下 Dirac 方程及共轭方程	241
6.4	Dirac 方程性质	241
6.4.1	Dirac 方程解的概率解释	241
6.4.2	Dirac 方程的 Lorentz 变换不变性	242
6.4.3	波函数二次式的变换规律——协变量研究	250
6.4.4	空间转动下 ψ 变换规律——1/2 自旋双旋量解释	252
6.4.5	Dirac 方程的分立对称变换	254
6.4.6	相对论性自由运动的“Zitterbewegung”现象	257
6.5	中心场 Dirac 方程求解——氢原子能谱精细结构	259
6.5.1	Dirac 方程球坐标下的变数分离——球旋量的引入	259
6.5.2	Dirac 单电子方程精确解——氢原子能谱精细结构	262
6.5.3	简要讨论	265
6.6	Dirac 方程的非相对论近似	265
6.6.1	电磁场中 Dirac 方程的简单旋量联立表示	265
6.6.2	非相对论一阶近似——Pauli 方程	266
6.6.3	非相对论二阶近似	268
6.6.4	讨论	271

6.7 Foldy-Wouthuysen 变换	273
6.7.1 自由粒子 F-W 变换	273
6.7.2 一般 F-W 变换	275
6.8 Dirac 方程作为单粒子波函数方程的缺陷	281
6.8.1 阶跃势垒散射, Klein 佯谬	281
6.8.2 Klein 佯谬物理分析	282
6.8.3 作为单粒子量子力学方程缺陷分析	284
习题解答概要	287

(下册)

第 7 章 量子力学的路径积分表述	335
7.1 路径积分的基本原理	335
7.1.1 基本概念和方法——传播子与 Feynman 公设	335
7.1.2 与 Schrödinger 方程的等价性	341
7.1.3 Gauss 型积分传播子计算, 经典路径法	342
7.1.4 传播子的微扰论计算	345
7.1.5 路径积分变数变换——Jacobi 计算(I)	347
7.2 Green 函数及其生成泛函	350
7.2.1 算符编时乘积矩阵元	350
7.2.2 Green 函数	352
7.2.3 Green 函数生成泛函及其变分	355
7.2.4 算符行列式——泛函 Jacobi 计算(II)	357
7.3 约束系统量子化方法	360
7.3.1 奇异 Lagrange 系统的 Hamilton 框架, Hess 行列式	360
7.3.2 约束系统的广义正则方程	362
7.3.3 约束分析, Dirac 定理, Dirac 括号	365
7.3.4 约束系统的 Dirac 量子化	369
7.3.5 约束系统的路径积分量子化	370
7.3.6 算例: Dirac 正则量子化, 路径积分量子化	373
7.4 路径积分与有效 Lagrange 量	382
7.4.1 有效 Lagrange 量概念	382
7.4.2 算例: 带电振子与交变电场的相互作用	383
第 8 章 多道散射理论(I)	385
8.1 时演框架的形式散射理论, 散射矩阵	387
8.1.1 碰撞过程时间演化描述, 散射矩阵 S 定义	387
8.1.2 量子力学碰撞理论的应用范畴	392
8.1.3 Møller 算符 $\Omega_{\pm}$ 的定义及其与 S 矩阵的关系	392

8.2	S 矩阵微扰展开计算	393
8.2.1	S 矩阵微扰展开	393
8.2.2	S 矩阵元计算——向 Schrödinger 绘景含时微扰论的转换	395
8.2.3	Gell-Mann-Low 定理	397
8.3	跃迁概率、散射截面与 S 矩阵的关系	401
8.3.1	跃迁矩阵 T 和跃迁概率计算	401
8.3.2	微分截面 $\sigma(\theta, \phi)$ 计算	403
8.3.3	T 矩阵的么正关系	404
8.3.4	光学定理	405
8.3.5	末态密度计算	405
8.4	多道散射矩阵 S	406
8.4.1	散射分道的概念	406
8.4.2	分道 Hamilton 量 H^α 与渐近态	410
8.4.3	渐近条件与分道 Møller 算符	414
8.4.4	多道散射矩阵 S	418
8.5	多道散射截面计算	422
8.5.1	动量空间基矢	422
8.5.2	S 矩阵元、能量守恒及壳上 T 矩阵	425
8.5.3	多道散射截面计算	430
第 9 章	多道散射理论(II)	437
9.1	多道散射理论的定态框架	437
9.1.1	单道散射 Lippmann-Schwinger 方程, 自由 Green 函数算符	437
9.1.2	定态框架的单道 T 算符及 T_β 计算	441
9.1.3	单道 L-S 方程的一些变形, 全 Green 函数算符	442
9.1.4	单道定态波函数 $\langle \underline{x} \underline{k} \pm \rangle$ 的分波展开	444
9.1.5	多道散射 L-S 方程	448
9.2	两种框架的关联, 分道 Møller 算符 $\Omega_\pm^\alpha$	451
9.2.1	分道 T 算符	451
9.2.2	分道 T 算符的几点讨论	453
9.2.3	分道 Møller 算符 $\Omega_\pm^\alpha$ 的定义	455
9.2.4	$\Omega_\pm^\alpha$ 与 $ \underline{p}, \alpha \pm \rangle$ 的关系	455
9.2.5	$ \psi_i^\pm, \alpha \rangle$ 与 $ \varphi_i, \alpha \rangle$ 间的“穿衣关系”	457
9.2.6	Møller 算符作用小结	459
9.3	时空变换的不变性	461
9.3.1	空间转动不变性	461
9.3.2	空间反射不变性	467

9.3.3 时间反射不变性	470
9.4 多道散射 Born 近似与扭曲波近似	473
9.4.1 多道弹性散射的 Born 近似	473
9.4.2 多道非弹性散射的 Born 近似——靶粒子激发	476
9.4.3 例算: 电子在氢原子上散射导致激发跃迁 $1s \rightarrow 2p$	477
9.4.4 多道扭曲波 Born 近似	479
9.5 束缚态与散射理论的完备性、正交性和么正性	484
9.5.1 多道散射形成束缚定态的分析, Levinson 定理	484
9.5.2 三组态矢序列的正交性	485
9.5.3 束缚态存在与散射理论的渐近完备性	488
9.5.4 束缚态存在与散射矩阵 S 的么正性	490
9.5.5 束缚态存在与 Møller 算符的么正性	491
第 10 章 近似计算方法	493
10.1 变分法近似	493
10.1.1 变分极值定理	493
10.1.2 应用: 无限维 L_2 空间分立谱 H 完备性的 Courant-Hilbert 定理	494
10.1.3 讨论	497
10.2 WKB 近似	498
10.2.1 WKB 渐近展开	499
10.2.2 适用条件	501
10.2.3 转向点邻域分析	502
10.2.4 例算	503
10.3 绝热近似理论	507
10.3.1 传统绝热理论摘要	507
10.3.2 绝热 $U(1)$ 不变基	509
10.3.3 绝热不变基的变系数展开	511
10.3.4 新绝热条件	513
10.3.5 几点重要分析	516
10.3.6 例算与分析	519
10.3.7 量子几何势差与 Berry 相位的关联	520
第 11 章 量子纠缠与混态动力学	523
引言	523
11.1 混态静力学, 纠缠度与保真度	523
11.1.1 量子纠缠, 纠缠度定义	523
11.1.2 量子纠缠判断	526
11.1.3 Gauss 纠缠纯态的纠缠度计算	530
11.1.4 Bures 保真度计算	531
11.2 混态动力学(I)——超算符映射与 Kraus 方程	533

11.2.1	密度矩阵演化的超算符映射	534
11.2.2	超算符的性质, Kraus 定理	537
11.3	混态动力学(II)——Markov 近似与主方程	541
11.3.1	Markov 近似	541
11.3.2	主方程与混态演化	542
11.4	混态动力学(III)——主方程求解	545
11.4.1	求解方法介绍	545
11.4.2	求解例算	551
第 12 章	量子理论述评	560
12.1	量子理论内禀性质概述	560
12.1.1	力学量的“可观测性”与其算符本征函数族的“完备性”	560
12.1.2	QT 本质的非线性	563
12.1.3	测量坍缩的或然性	565
12.1.4	测量坍缩的不可逆性	566
12.1.5	量子纠缠性	568
12.1.6	QT 内在逻辑自治性	570
12.1.7	QT 本质的多粒子性	571
12.1.8	QT 本质的空间非定域性	572
12.1.9	QT 中的因果性	577
12.2	量子理论空间非定域性评述	579
12.2.1	量子纠缠与“关联型空间非定域性”的等价性	579
12.2.2	Bell-CHSH-GHZ-Hardy-Cabello 路线评述	583
12.2.3	QT 空间非定域性评述	584
12.3	量子理论因果观评述	585
12.3.1	坍缩与关联坍缩的因果分析	585
12.3.2	QT 因果观(I): 与相对论定域因果律不兼容	586
12.3.3	QT 因果观(II): 绝对的因果关系只归属于不可逆过程	588
12.3.4	QT 因果观(III): 不可逆过程也可以是熵不增加的么正演化过程	588
12.4	量子理论的先天不足、逻辑矛盾和困难	589
12.4.1	QT 的先天不足(I): 对测量过程描述的唯一性	589
12.4.2	QT 的先天不足(II): 对跃迁转化过程描述的唯一性	589
12.4.3	QT 内在的逻辑矛盾及引发的困难	590
附录 A	状态空间几点附注	593
A.1	QT 状态空间是数学 Hilbert 空间的扩充	593
A.2	态空间直和: 内直和与外直和	595
A.2.1	内直和	595
A.2.2	外直和	596
A.3	态空间直积	597

附录 B 量子力学算符理论简论	599
B.1 常见的几种算符, 定义与基本性质	599
B.1.1 有界算符	600
B.1.2 厄米共轭算符	600
B.1.3 对称算符——厄米算符; 自伴算符——自共轭算符	601
B.1.4 逆算符	602
B.1.5 等距算符	604
B.1.6 等距算符(续)	605
B.1.7 么正算符	607
B.1.8 投影算符	608
B.2 态矢和算符的极限与收敛, 弱收敛与强收敛	609
B.2.1 QT 中常常涉及依赖于连续参数 α 的态矢 $ \psi(\alpha)\rangle$ 及其极限问题	609
B.2.2 Cauchy 判别	609
B.2.3 态矢的强收敛与弱收敛	610
B.2.4 算符的极限	611
B.3 算符奇异性问题初步处理	612
B.3.1 Fock 空间尴尬局面及应对原则	612
B.3.2 有零本征值算符的逆算符的格林函数处理	612
B.4 算符指数(index)定理和算符极化分解	614
B.4.1 算符的核空间和算符指数	614
B.4.2 算符极化分解和指数定理	615
B.5 相位算符和相位差算符	619
B.5.1 单模 Fermion 的相位算符	619
B.5.2 两模 Boson 的相位差算符	619
B.5.3 两模 Fermion 的相位差算符	620
B.5.4 Boson 和 Fermion 混合的相位差算符	621
附录 C 算符完备性的 4 个定理	622
C.1 力学量算符本征函数族完备性的 4 个定理	622
C.1.1 有限维 $\mathcal{L}_2$ 空间中算符完备性	622
C.1.2 无限维 $\mathcal{L}_2$ 空间分立谱 H 完备性(I)——Courant-Hilbert 定理	622
C.1.3 无限维 $\mathcal{L}_2$ 空间分立谱 Hamilton 量完备性(II)——Kato 定理	622
C.1.4 扩大的 $\mathcal{L}_2$ 空间混合谱 Hamilton 量完备性(III)——Fadeev-Hepp 定理	624
C.2 C-H 定理应用(I)——中心场径向波函数完备性分析	626
C.2.1 下限问题	626
C.2.2 C-H 定理的直接应用	626
C.2.3 一维 C-H 定理	626
C.2.4 中心场径向波函数的完备性问题	627
C.3 C-H 定理应用(II)——中心场径向波函数坍缩分析	628

附录 D 超冷原子 Feshbach 共振散射计算	630
D.1 低能势散射的共振现象	630
D.2 超冷原子散射 Feshbach 共振物理分析	632
D.3 Feshbach 共振理论	634
D.4 共振宽度	635
D.5 散射矩阵	637
附录 E 泛函变分与泛函导数	642
E.1 泛函数, 泛函变分和泛函导数	642
E.2 泛函数和泛函导数的物理意义	643
E.3 泛函导数的微分性质	644
E.4 几种泛函的泛函导数	645
E.5 用 $\mathcal{L}$ 来表述泛函导数 $\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi_\sigma}, \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi_\sigma}$ 以及场的运动方程	647
E.6 泛函导数举例	648
E.7 泛函 Taylor 展开	648
附录 F Grassmann 数的数学分析	650
F.1 Grassmann 数	650
F.2 Grassmann 数的变分和积分	651
F.3 Grassmann 数应用举例	652
F.4 Grassmann 数的 Gauss 型重积分计算	654
附录 G 弯曲空间的矢量平移、和乐及 Berry 相位	658
G.1 引言	658
G.2 球面的矢量平行移动	660
G.2.1 矢量平移的定义	660
G.2.2 球面上的矢量平移	661
G.2.3 讨论	662
G.2.4 沿并非大圆弧段平移计算举例	662
G.3 $U(1)$ 和乐(holonomy)群	663
G.4 再谈球面和乐相因子——缓变磁场中 $1/2$ 自旋粒子的演化	665
G.5 球面度规与联络系数计算	667
G.6 小结	669
附录 H 路径积分数学分析	672
H.1 泛函 Jacobi 计算	672
H.1.1 动量空间展开法	672
H.1.2 平方为常数算符	673

H.1.3 Green 函数法	673
H.1.4 近似展开法	674
H.2 泛函 δ 函数计算	674
H.2.1 泛函 δ 函数定义	674
H.2.2 泛函 δ 函数的宗量变换	676
H.2.3 例算	677
H.3 几个数学分析问题	677
H.3.1 分部积分	677
H.3.2 Gauss 型泛函积分	677
H.3.3 Fourier 变换	679
H.3.4 例算	680
习题解答概要	682
索引	720