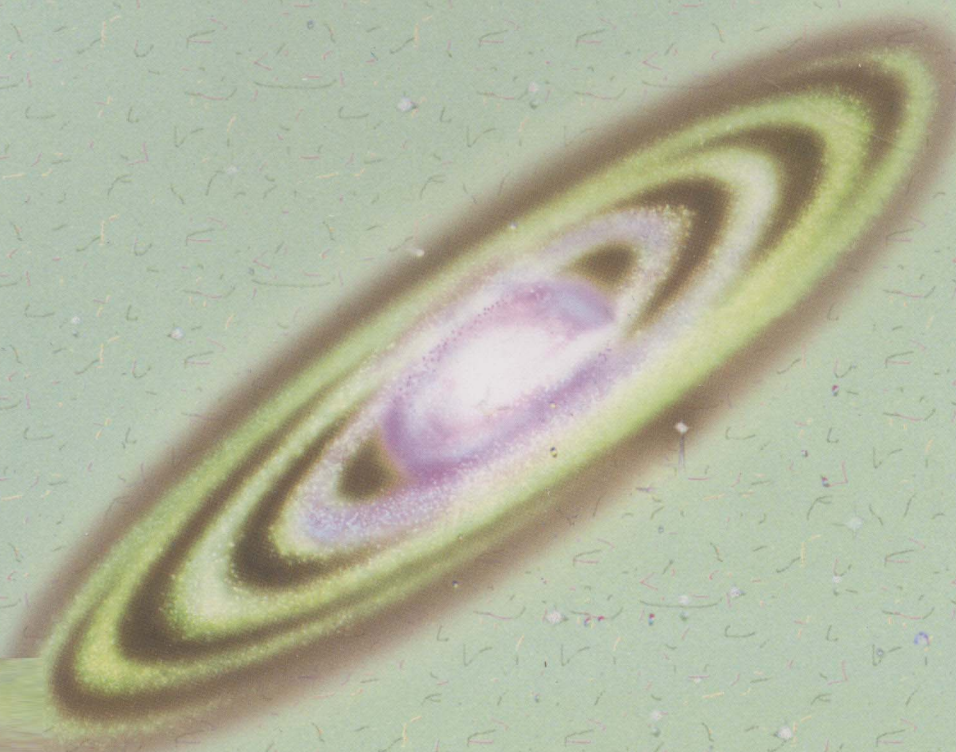


高等院校基础物理教程

原子物理

(第二版)

郑乐民 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

原 子 物 理

(第二版)

郑乐民 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

原子物理/郑乐民编著. —2版. —北京:北京大学出版社,2010.01
ISBN 978-7-301-15921-7

I. 原… II. 郑… III. 原子物理学-高等学校-教材 IV. O562

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 173677 号

书 名: 原子物理(第二版)

著作责任者: 郑乐民 编著

责任编辑: 王剑飞

标准书号: ISBN 978-7-301-15921-7/O·0801

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 电子邮箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752021

出版部 62754962

印 刷 者: 三河市北燕印装有限公司

经 销 者: 新华书店

730 毫米×980 毫米 16 开本 18.5 印张 296 千字

2000 年 9 月第 1 版

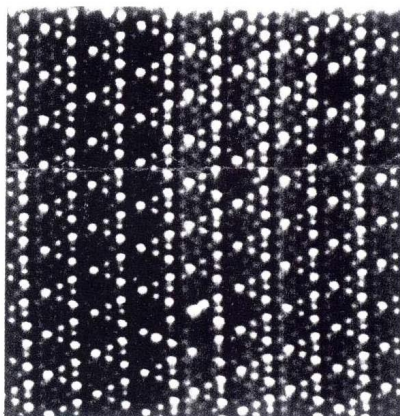
2010 年 1 月第 2 版 2010 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 35.00 元

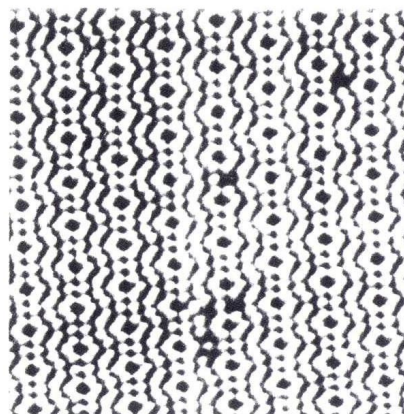
未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子邮箱:fd@pup.pku.edu.cn



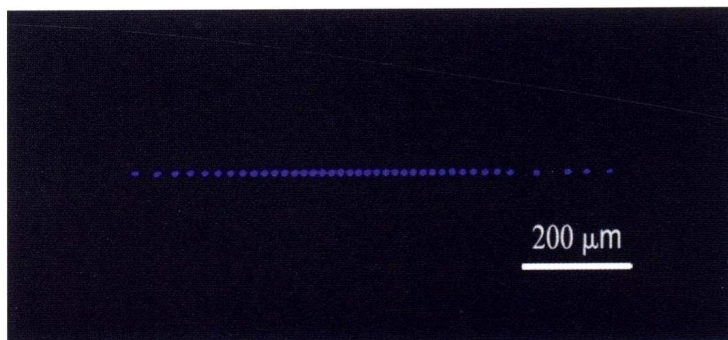
(a) 正偏压



(b) 负偏压

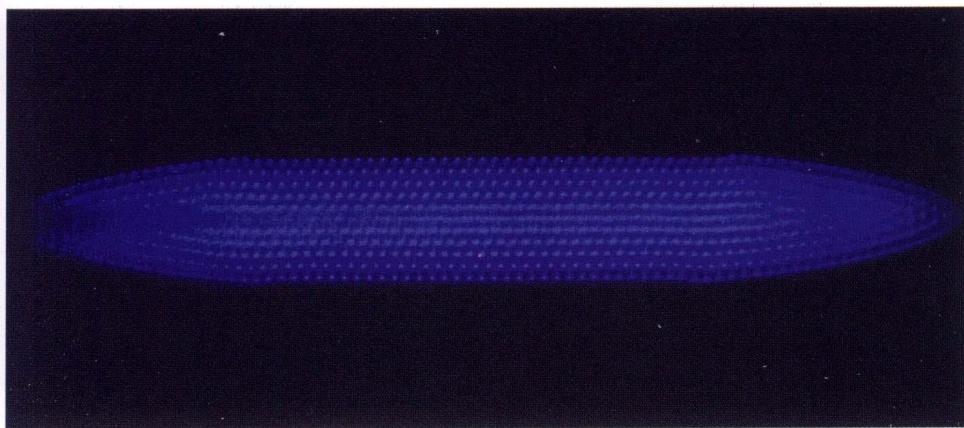
彩图1 Si (111) 7×7 表面的硅原子STM像 (参看p.49)

取自北京大学信息科学技术学院物理电子学研究所



彩图2 39个钡离子被陷俘在一个离子阱中，排成一行 (参看p.175)

承蒙德国马普研究院光学所王力军教授赠送

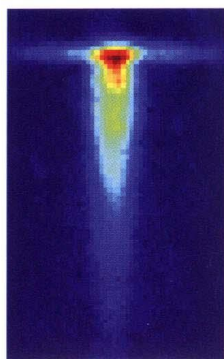


彩图3 被陷俘的钡离子在离子阱中组成离子晶体 (ion crystal) (参看p.175)

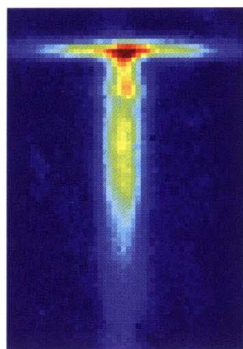
承蒙德国马普研究院光学所王力军教授赠送



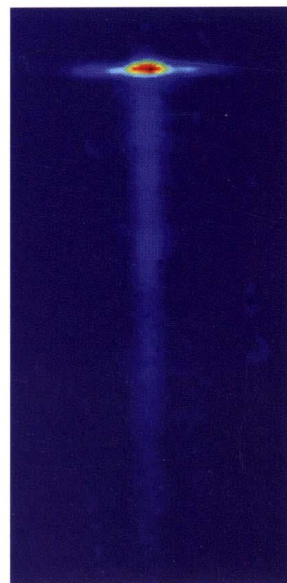
6ms



7ms



9ms



14ms

彩图4 我国首次观察到的原子激光 (参看p.184)

取自北京大学信息科学技术学院量子电子学研究所

内 容 提 要

本书主要含原子物理及分子物理部分. 与传统内容相比, 重点增加了与“辐射场与原子的共振相互作用”有关的内容. 第一章介绍量子力学以前的原子物理学, 增加了关于谱线的定量描述及对二能级间跃迁问题的讨论. 第二章为量子力学初步, 其中重点增加了“量子跃迁”一节, 阐明了拉比跃迁, 介绍了瞬态光谱现象. 第三、四章分别介绍碱金属原子、复杂原子的结构和光谱. 第五章讨论磁场中的原子, 较深入地介绍了磁共振. 第六章讨论辐射场与原子的共振相互作用, 给出了经典理论(含量子力学修正), 阐明了共振吸收与色散过程. 在此基础上, 分析了量子放大与振荡(含激光原理), 以及微观粒子的陷阱问题, 涉及了有关玻色-爱因斯坦凝聚、原子激光等现象. 第七章为分子结构与光谱. 作为附篇, 第八章给出了关于固体物理的一些知识. 第九章为原子核物理简介.

除正文外, 书中有内容较为广泛的附录, 以及思考题和习题, 读者从中可以更多地了解原子物理的最新发展, 体会到综合运用基础物理知识、联系实际、思索问题和解决问题的乐趣.

本书可作为综合大学理工科的基础物理教材, 也可以作为其他高等院校和中学物理教师的教学或自学参考读物.

第二版序

本书在内容更新方面,继续第一版的精神,进一步增加与“原子与辐射场的相互作用”有关材料.回顾近十年间,又有三次诺贝尔物理学奖被授予与原子物理研究密切相关的科学家,他们的工作,包含原子的冷却和囚禁、玻色-爱因斯坦凝聚、高分辨激光光谱、光波频率的测量等方面.一位初学者,如果具有初步的原子与场的相互作用方面的知识,想对这些新的发展有一点浅近的了解,不是不可能的.基于这种认识,本书在第二章“量子力学初步”中,增加了“量子跃迁”一节,重点在介绍孤立的、自发发射可以忽略的原子与辐射场的相互作用,引进拉比跃迁、能态的制备等知识,然后以简化的方式过渡到气体原子的稳态吸收问题.我们认为,初学者有了这些知识后,将容易理解不少原子物理的新发展,对以后学习物理也会有所帮助.当然,这还是一次试验,请识者与读者指正.

有了上述知识,在其后几章中得以增加有关原子、离子的陷阱与操控问题,以及若干新的重要应用.

又为了适应教学的需要,增加了“原子核物理简介”一章,以备选用.

如以本书作为主要教材,则对新增内容的取舍,可根据课程的基本要求来确定.

北京大学信息科学技术学院量子电子学研究所的王义遒、董太乾两教授,长期从事原子、离子的冷却、储存,以及原子频标的研究.以上关于在原子物理课程方面的改革意见,是我们三人的共识.书中新增加的部分内容,即来自他们两位及其合作者的工作.我做的事,就是将新增加的内容“普通物理化”.

新增加的“原子核物理简介”和“量子跃迁”书稿曾请教过王正平教授.有关核裂变问题曾请教过黄祖洽教授,特在此致谢.书后附有习题的部分解答,感谢王延辉博士为此付出了辛勤的劳动.

在本书编辑过程中,王剑飞和孙琰两位编辑深入细致的工作,使书稿得到不少的改进,专此致谢.

郑乐民

2009年11月

第一版序*

本书是作为信息与电子科学类专业及应用物理专业基础物理课程的教材而编写的,包含原子物理学和分子物理学部分,亦可作为其他专业基础物理中“原子物理”部分的教学参考书.

本书在内容更新方面,主要是增加了与“场与原子共振相互作用”有关材料.场与原子共振相互作用本是原子物理学不可分割的一部分,而近几十年来,原子物理学(及其密切相关学科)有了很大的发展,其中突出的,如量子放大与振荡(含激光)、磁共振、非线性光学等等,都充分反映了场与原子共振相互作用的丰富内容.编者认为,这些内容,应该成为原子物理课程的有机组成部分,而不仅限于随手举例而已.再者,原子物理学早已走出象牙之塔,日益渗入到各个学科以至技术部门中去,产生了巨大的影响.其中,与信息及电子科学类专业密切有关的,有光通信、纳米电子学、计量技术、医学电子学等等.电子器件向原子尺度方向发展,更是本世纪科技发展的方向之一.传统的以原子结构为中心的课程内容,看来难以充分反映这种状况.因此,本书在重视原子物理学作为近代物理的导引课程这一重要特点的同时,做了将场与原子共振相互作用问题“普通化”的努力.编者认为,应用经典模型,并加上必要的量子力学修正,可以在普通物理框架内,较为系统地介绍有关问题.某些较为深入的理论问题、物理现象或重大应用问题的原理,则放在附录中.

由于本书内容偏多,在进行教学时,可以有所选择.作为最基本的要求,可以选第一至第四章的主要内容进行教学.其次,可增加第五、七两章中若干内容.有关场与原子共振相互作用的材料,虽散见于各章.但集中反映在第六章中,建议学习之.编者以为,不论教师是否系统地讲授,学生能认真地读一遍也是有益的.

大学生需要生动活泼地学习,本书为此提供了一些条件.书中的思考题,内容较为广泛,涉及新的原子物理实验方法,以及多种应用的可能性.

* 本书在2000年出版时,是北京大学信息科学技术学院“面向21世纪课程教材”中《基础物理教程》中的一本,该教程有总序一篇,现从略.其中《原子物理》一书的序现仍立于此,作为第一版序.

编者建议,教师不必拘泥于讲授的内容,而可主动向学生介绍正文、思考题、附录中一些感兴趣的问题,而学生更不妨主动地去翻阅.有些思考题可能不好问答,存疑亦可.读者可能会发现,这有利于了解新动态、思考新问题,有助于开动脑筋,增加兴趣,而不致于把原子物理看成是一大堆难以记忆的公式的堆积.

此外,作为附篇,本书列入了“固体物理学的一些知识”一章,含固体结构、晶格振动、固体能带结构、半导体等节,其目的在于使后续课中不设置固体物理学或固体电子学课的时候,在此可以得到一些初步的理论知识.

本教材不含原子核物理及粒子物理部分.如有教学需要,请选用其他教材.

本教材曾先后多次在北京大学电子信息科学与技术专业及微电子学专业试用,经过几次修改.其间,编者曾请教过多位专家教授,并得到了他们的宝贵的意见,特在此致谢.他们是:王国文、叶佩弦、叶朝辉、许祖华、宋增福、李守中、李师群、尚仁成、高政祥、曾谨言、韩汝琦等诸位教授.本丛书主编王楚教授审阅了全稿,并提出了重要的意见.张量博士对全书文字作了修饰,并整理了全部习题,亦在此致谢.

郑乐民
2000年5月

目 录

第一章 量子力学以前的原子物理学	(1)
§ 1.1 玻尔理论以前的原子物理学	(1)
§ 1.2 玻尔理论	(6)
§ 1.3 弗兰克-赫兹实验	(11)
§ 1.4 玻尔理论的推广和意义	(13)
§ 1.5 关于光谱产生的机制	(16)
附录 A 关于黑体辐射	(30)
附录 B 关于爱因斯坦系数	(32)
思考题	(33)
习 题	(34)
第二章 量子力学初步	(36)
§ 2.1 物质的二象性、概率波与量子态	(36)
§ 2.2 薛定谔方程	(43)
§ 2.3 量子力学中的一些理论和方法	(50)
§ 2.4 用薛定谔方程求解氢原子问题	(58)
§ 2.5 量子跃迁	(64)
§ 2.6 氢原子结构的进一步讨论	(69)
附录 C 关于量子跃迁的一些计算	(74)
思考题	(76)
习 题	(77)
第三章 碱金属原子结构及光谱	(79)
§ 3.1 碱金属原子光谱与能级	(79)
§ 3.2 自旋轨道相互作用	(83)
§ 3.3 碱金属原子能级和谱线的精细结构	(86)
§ 3.4 碱金属原子能级的超精细结构和同位素移位	(91)
思考题	(95)
习 题	(96)

第四章 复杂原子的能级结构和光谱	(98)
§ 4.1 原子的壳层结构	(98)
§ 4.2 两个价电子的原子结构和光谱	(101)
§ 4.3 复杂原子能级结构的一般规律	(108)
§ 4.4 原子的电离能级和 X 射线谱	(110)
§ 4.5 原子的光电子能谱和俄歇电子能谱	(114)
附录 D 等效电子组成的 LS 耦合能态	(116)
附录 E 关于 X 射线的若干知识	(117)
思考题	(123)
习 题	(124)
第五章 磁场中的原子	(125)
§ 5.1 原子的磁性	(125)
§ 5.2 原子光谱的塞曼效应	(131)
§ 5.3 磁共振	(136)
附录 F 关于原子在外场中的行为	(144)
附录 G 原子(分子)频率标准	(146)
附录 H 关于核磁共振	(149)
思考题	(152)
习 题	(154)
第六章 原子与电磁场的相互作用	(156)
§ 6.1 辐射场与原子共振相互作用的经典理论	(156)
§ 6.2 量子振荡与微波激射	(163)
§ 6.3 激光	(167)
§ 6.4 微观粒子的电磁陷阱	(172)
§ 6.5 原子的激光操控与陷阱	(179)
附录 I 关于核磁共振的经典理论	(185)
附录 J 消多普勒谱	(190)
附录 K 激光稳频与光频测量	(192)
附录 L 关于量子计算的一些补充	(195)
思考题	(197)
习 题	(198)
第七章 分子结构与光谱	(200)
§ 7.1 分子的形成	(200)

§ 7.2 分子的能级与光谱	(204)
§ 7.3 拉曼散射和非线性光学效应	(211)
思考题	(216)
习 题	(217)
第八章 附篇一——固体物理学的一些知识	(218)
§ 8.1 固体结构	(218)
§ 8.2 晶格振动	(221)
§ 8.3 晶体的能带结构	(223)
§ 8.4 半导体	(229)
第九章 附篇二——原子核物理简介	(234)
§ 9.1 原子的放射性	(234)
§ 9.2 原子核的结构	(244)
§ 9.3 核反应、核裂变和核聚变	(253)
附表一 元素周期表	(267)
附表二 本书常用的物理常数表	(268)
附表三 能量换算因子表	(269)
部分思考题注释	(270)
部分习题答案或解	(276)

第一章 量子力学以前的原子物理学

§ 1.1 玻尔理论以前的原子物理学

1.1.1 原子结构的模型

以“原子”作为物质组成基本单元,在古代仅是一种假说.到了19世纪,人们对原子已有了相当的了解.由气体动理论可知,1 mol 原子物质含有的原子数是阿伏伽德罗数 N_A . 因此,由一定量的原子总质量就可以求出每个原子的质量.最轻的原子——氢原子的质量约为 1.67×10^{-27} kg. 原子的大小也可以从气体动理论估计出来,其半径是 0.1 nm 量级.1869年,门捷列夫(D. L. Mendeleev)发现元素周期律,它系统地总结了元素的物理、化学性质,对于人们认识原子有极其重要的意义.

以上所说,都属于原子的外部特性.更深一个层次的问题是:它为什么会有这样一些性质?原子的内部结构是怎样的?

在19世纪中,从溶液导电(电解)和气体放电现象中,人们得知原子可以带有正或负电荷而形成离子.对于“电”的本质的认知延续了相当长的时间.到了19世纪末、20世纪初,两个著名的实验确认了电子的存在,由实验结果得知电子的一些基本性质.第一个是1897年汤姆孙(J. J. Thomson)阴极射线实验.他指出,阴极射线就是电子流,实验测量出了电子的荷质比 e/m .第二个是1910年的密立根(R. A. Millikan)油滴实验.由实验求得电子电荷的值 $e \approx 1.6 \times 10^{-19}$ C,再由 e/m 之值求得电子质量 $m \approx 9.11 \times 10^{-31}$ kg.

由此可以推断,原子中包含有电子成分.由于电子的质量仅是原子质量的 $10^{-5} \sim 10^{-3}$,且带负电荷,所以中性原子中存在着质量占原子的极大部分、且带有等量正电荷的成分.中性原子如失去电子,即成正离子;如获得额外电子,即成负离子.

现在,核心问题就是:带正电荷的成分究竟是什么?两种成分是如何结合成原子的?

汤姆孙曾提出过一个模型.他设想带正电荷部分是一个原子那样大的球体,正电荷均匀分布于球体中,而电子则嵌在其中.这个模型为后来

的实验事实所否定。

1911年,卢瑟福(E. Rutherford)提出了原子结构的核式模型.通过对 α 粒子被原子散射的实验结果的分析,他认为,一个原子序数为 Z 的原子,它的带正电荷 Ze 的部分,集中于半径小于 10^{-14} m的原子核内.原子核的质量占原子质量的绝大部分,而其半径仅为原子半径的 10^{-4} 量级. Z 个电子则分布于核外,以库仑力与核相联系,并绕核运动,如同行星绕太阳转动似的.用这个模型来计算 α 粒子被原子散射的结果,理论与实验完全一致.

下面我们定性地分析一下两种模型中 α 粒子被原子散射后运动方向改变的情况. α 粒子是带两个电量 e 的正电荷的氦原子核,当它与原子碰撞时,原子中的电子,由于质量仅为 α 粒子的 $1/8000$ 左右,对 α 粒子的运动方向的影响可以忽略不计.原子中带正电部分的作用,对两种模型是很不相同的.

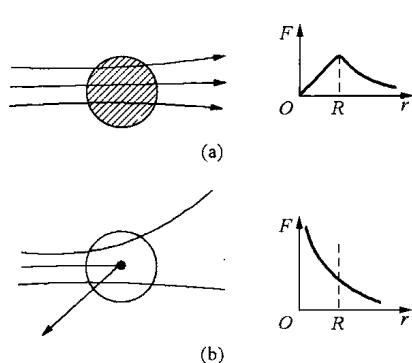


图 1.1 两种模型中 α 粒子受力比较

图 1.1(a)中, α 粒子受力随 r 的减小而线性地趋于零,原子很容易穿越这种原子.总起来讲, α 粒子被原子散射而偏转的角度总是非常小的.在图 1.1(b)中则不然, α 粒子受力随 r 的减小,按二次方反比规律急剧增大. α 粒子的偏转角可能很大,而当“对头”碰撞时, α 粒子可能折回(偏转 180°),这在图 1.1(a)中根本不可能出现.理论计算表明, α 粒子偏转角在 $\theta \sim \theta + d\theta$ 范围内的概率正比于 $\cot^4(\theta/2)$,实验结果与此相符.在实验中,曾观察到粒子折回($\theta \approx 180^\circ$)的概率达 10^{-4} 量级.简言之,核式模型得到了实验的有力支持.

但是,从经典理论看,原子的核式模型有内在的不可克服的矛盾.由电学得知,具有加速度的带电粒子将发射电磁波.电子绕原子核转动时,具有加速度,由于发射电磁波而不断损失能量,转动的轨道半径将越来越小,最后落入核内,从而使正负电荷中和,原子崩溃.理论估算表明,这个时间极短,仅约 10^{-9} s量级.这就是说,根本不可能出现稳定的原子,而这

与众所周知的事实不符。

1.1.2 原子光谱的一些经验规律

本小节将从另一方面提出问题. 我们知道, 原子太小, 其内部结构无法直接观察. 只有利用外部手段影响原子, 并观察其反应, 通过对实验结果的分析来推断原子结构. 卢瑟福用 α 粒子撞击原子, 这属于“碰撞”的实验方法. 原子物理学中另一大类实验方法就是光谱方法. 由于原子发射或吸收特定波长的电磁波这一行为, 必定与原子内部的运动过程相联系, 应该能从光谱的规律性中得到有关原子内部结构的信息. 在玻尔理论提出以前, 人们已经发现了原子光谱的许多经验规律, 但当时的理论都无法解释光谱实验结果. 下面举两个例子.

1. 氢原子光谱 氢原子谱线相对地比较简单, 只有不多的谱线, 它们的频率(波长)分布初看起来似乎杂乱无章. 巴耳末(J. T. Balmer)经过仔细分析, 发现可见光部分四条谱线(H_α : 656. 21 nm; H_β : 480. 7 nm; H_γ : 434. 01 nm; H_δ : 410. 12 nm)的波数 σ ^① 满足下列关系:

$$\sigma = A \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, 6 \quad (1.1.1)$$

此式叫巴耳末公式, 式中 A 是一个常数. 接着, 里德伯(R. J. Rydberg)得出对氢原子光谱普遍适用的公式:

$$\sigma = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = m + 1, m + 2, \dots \quad (1.1.2)$$

对某一正整数 m 值, n 取大于 m 的各值, 形成线系. $m=2$ 时即为巴耳末线系. 式中 R_H 称为氢的里德伯常数:

$$R_H = 1.09677 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (1.1.3)$$

可以看出, 式(1.1.1)或(1.1.2)是一个非常简洁的数学关系, 它必然反映了氢原子结构中的某种物理本质. 这究竟是什么关系? 当时难以设想. 按照经典理论, 原子或其他物体发射或吸收光谱, 是由于电偶极矩的振动. 原子的电偶极矩, 如果做简谐振动, 且振动的固定频率为 ν_1, ν_2, \dots , 就会发射频率为 ν_1, ν_2, \dots 的谱线; 如果做非简谐振动, 则对应于每一固有振动 ν_i 就会发射基频与倍频系列的谱线 $\nu_i, 2\nu_i, 3\nu_i, \dots$. 式(1.1.2)当然不反映倍频系列. 人们也无法解释, 氢原子的固有振动频率为什么会按这样的数

^① 光谱学中, 常使用波数这一物理量, 记做 σ : $\sigma = 1/\lambda = \nu/c$, 式中 λ 是真空中波长. 波数的单位是 m^{-1} .

学规律分布.

1908年,里兹(W. Ritz)进一步将上述规律普遍化.他发现,各种原子光谱谱线的波数均可以用下式表示:

$$\sigma_{mn} = T_m - T_n \quad (1.1.4)$$

式中 m, n 为正整数, T 称做光谱项,简称谱项.原子中存在一系列不连续的光谱项,而谱线的波数就由两个项值之差决定.这就是里兹组合原理,它给后来的研究者以启示,引导人们思考,原子中可能具有一种不连续的能量状态.

2. X射线谱 自从1895年伦琴(W. C. Röntgen)发现X射线后,原子X射线谱的研究迅速发展.原子发射具有元素特征的线状谱,称作原子的X射线标识谱(参看§4.4).不同元素的标识谱结构相似,都由K, L, M, …等线系组成.莫塞莱(H. G. Moseley)发现,不同元素对应的谱线频率之间,存在着简单的规律.例如, K_α 线的频率,满足关系

$$\nu \approx 2.48 \times 10^{15} (Z - 1)^2 \text{ Hz} \quad (1.1.5)$$

式中 Z 是原子序数.这叫莫塞莱定律.经典理论不能解释这种简单的规律.

1.1.3 普朗克的量子假说

上面所述在解释原子结构方面所遇到的困难,实际上是19世纪末、20世纪初整个物理学所遇到的困难的一部分.下面大致回顾一下这种情况.

到19世纪末,经典物理学已在各个方面取得显著成绩.人们普遍认为,物理学的主要规律均已被发现,以后需要从事的仅是细节问题的研究.有人甚至认为:“未来的物理学真理将不得不在小数点后第六位去寻找”.然而,事物的发展并非如此.除了经典物理学体系本身存在的问题外,许多新的实验事实都在动摇经典物理学的基本概念.例如,关于以太的实验、关于放射性的发现、关于黑体辐射的实验等,于是就出现了“物理学危机”的呼声.这正反映了物理学需要突破经典概念的束缚.

第一个突破是1900年普朗克(M. Planck)在研究黑体辐射问题时提出的量子假说.黑体辐射是一种热辐射.任何物体在一定的温度下,都能发射电磁波,称为热辐射.一般物体热辐射的特性是很复杂的,只有黑体的热辐射才可以作严格的理论计算.所谓黑体,是能全部吸收投射于其上的电磁辐射而没有丝毫反射的物体.天然的、理想的黑体是很难寻找的,

但人们可以制造出黑体来. 如图 1.2 所示, 一个较大的空腔, 在腔壁上有一小孔 A. 若有一束电磁辐射经开口 A 射入腔内, 它将在腔壁上作多次反射. 由于每次反射时总有部分辐射被腔壁吸收, 所以入射的电磁辐射经 A 再次逸出腔外的可能性是极小的. 这样, 开口 A 就可以看做一个近似理想的黑体.

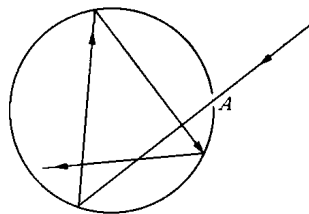


图 1.2 黑体

由于黑体易于制造, 研究它的辐射特性, 就具有重要意义. 实验时, 将腔体均匀加热到某一温度, 用光谱仪器测量从开口 A (黑体) 辐射出的电磁波的频谱和强度. 由于腔的温度稳定, 腔内电磁辐射的能量密度 ρ 也稳定, 所以由 A 辐射出的电磁波的频谱与腔内电磁波的频谱相同. 由辐射的强度可以求出腔内能量密度.

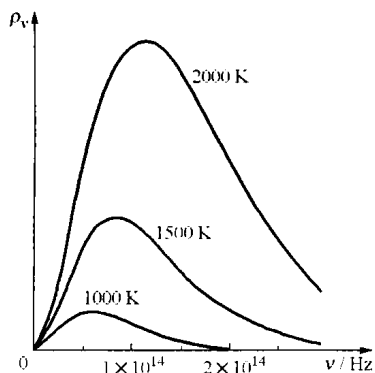


图 1.3 黑体辐射

实验结果如图 1.3 所示. 图中横坐标是频率 ν , 纵坐标是单位频率间隔中的能量密度 ρ_ν ^①, 它亦称能量频谱密度, ρ_ν 与 ρ 的关系是

$$\rho = \int_0^{\infty} \rho_\nu d\nu \quad (1.1.6)$$

ρ 就是曲线下覆盖的面积. 由图可见黑体辐射有两个主要特点: (1) 辐射具有连续谱, 且随着温度的提高, 频谱的主要部分向高频方向移动; (2) 能量密度 (即曲线下面积, 也正比于辐射强度) 随温度的升高而急剧增大.

黑体辐射现象可以在理论上进行严格的分析. 在分析中, 应该考虑到, 腔壁与腔中电磁辐射处于热平衡状态. 它的物理实质如下: 腔壁可以认为是由大量作简谐振动的电偶极矩 (简称谐振子) 组成, 振动的固有频率可以从零到无限大连续分布. 谐振子通过发射与吸收电磁波, 与腔中辐

① ρ_ν 与 ρ 是两个不同量纲的物理量, ρ 的单位是 $\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$, 而 ρ_ν 的单位是 $\text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3}$. 又, ρ_λ 是单位波长间隔中的能量密度, 单位是 $\text{J} \cdot \text{m}^{-4}$. 人们经常也用 ρ_ω 表示单位圆频率间隔中的能量密度. 因为

$$\int_0^{\infty} \rho_\nu d\nu = \int_0^{\infty} \rho_\omega d\omega = \int_0^{\infty} \rho_\omega \cdot 2\pi d\nu$$

故有 $\rho_\nu = 2\pi\rho_\omega$. 由于有时作者说的频率实际上就是圆频率, 所以读者要注意符号写法.