

21世纪高等学校规划教材

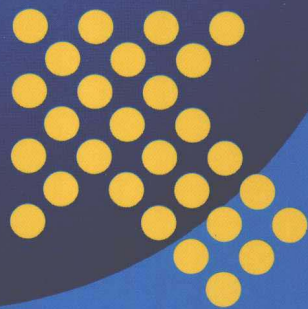


CAILIAO LIXUE

材料力学

于月民 主 编

于丽艳 郝俊才 唐玉玲 副主编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

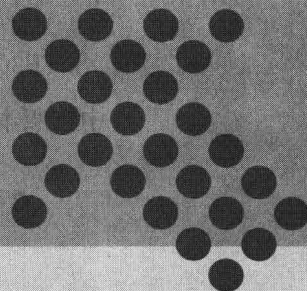
21世纪高等学校规划教材



CAILIAO LIXUE

材料力学

主 编	于月民		
副主编	于丽艳	郝俊才	唐玉玲
编 写	袁景阳	程 玲	
主 审	吴云鹏		



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为 21 世纪高等学校规划教材。全书分为基础篇和专题篇两篇,共 19 章,主要内容为轴向拉伸与压缩、剪切与挤压、截面几何性质、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态与强度理论、组合变形、能量法(一)、压杆稳定(一)、材料力学试验、薄壁杆件的自由扭转、弯曲问题的进一步研究、能量法(二)、压杆稳定(二)、动荷载和疲劳。本书根据“教育部高等学校力学教学指导委员会力学基础课程教学指导分委员会编制的 08 年理工科非力学专业力学基础课教学的基本要求”编写而成。全书注重培养学生的建模能力、计算能力、实验能力和自学能力。

本书可作为普通高等院校工科类各专业的教材,也可作为电大、函授、业余大学的教材,还可供相关工程技术人员、自学考试者参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/于月民主编. —北京:中国电力出版社,2010.7

21 世纪高等学校规划教材

ISBN 978-7-5123-0553-3

I. ①材… II. ①于… III. ①材料力学—高等学校—教材

IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 14653 号

中国电力出版社出版、发行
(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)
北京市同江印刷厂印刷
各地新华书店经售

2010 年 9 月第一版 2010 年 9 月北京第一次印刷
787 毫米×1092 毫米 16 开本 19.75 印张 478 千字
定价 32.50 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失
本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前言

为了适应高等学校应用型人才培养的需要,作者根据“教育部高等学校力学教学指导委员会力学基础课程教学指导分委员会编制的 08 年理工科非力学专业力学基础课教学的基本要求”,结合普通高校学生特点及编者多年的教学经验,编写这部教材。

本书可作为普通高等院校工科类各专业的教材,也可作为电大、函授、业余大学的教材,还可供相关工程技术人员、自学考试者参考。本书适合普通高等学校 50~80 学时材料力学课程教学。

本书由于月民任主编,于丽艳、郝俊才和唐玉玲任副主编。全书由于月民统稿,吴云鹏审阅。

参加本书编写工作的有:黑龙江科技学院郝俊才(第 1 章、第 6 章、第 7 章、第 8 章、第 11 章、第 16 章);黑龙江科技学院于月民(第 2 章、第 3 章、第 4 章、第 5 章、第 18 章);黑龙江科技学院于丽艳(第 9 章、第 12 章、第 14 章、第 15 章、第 17 章);黑龙江工程学院唐玉玲(第 10 章、附录);厦门大学袁景阳(第 19 章);黑龙江科技学院程玲(第 13 章)。

本书在编写过程中,参考了国内外一些优秀的材料力学教材,在此向这些教材的作者表示由衷感谢!

由于编者水平有限,书中难免存在疏漏和不妥之处,恳请读者批评指正。

编 者

2010 年 4 月

目 录

前言

第一篇 基 础 篇

第 1 章 绪论	2
§ 1.1 材料力学的任务	2
§ 1.2 变形固体的基本假设	3
§ 1.3 外力及其分类	3
§ 1.4 内力、截面法和应力	4
§ 1.5 变形与应变	6
§ 1.6 杆件变形的形式	7
本章小结	9
思考题	9
习题	10
第 2 章 轴向拉伸与压缩	11
§ 2.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例	11
§ 2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力	11
§ 2.3 轴向拉伸或压缩时截面上的应力	13
§ 2.4 轴向拉伸或压缩时的强度计算	16
§ 2.5 轴向拉伸与压缩时的变形	18
§ 2.6 简单拉压超静定问题	21
§ 2.7 应力集中	25
本章小结	26
思考题	27
习题	27
第 3 章 剪切与挤压	30
§ 3.1 概述	30
§ 3.2 剪切的实用计算	30
§ 3.3 挤压的实用计算	32
本章小结	35
思考题	36
习题	36
第 4 章 截面几何性质	38
§ 4.1 概述	38

§ 4.2 静矩与形心·····	38
§ 4.3 惯性矩·····	40
§ 4.4 惯性积·····	42
§ 4.5 平行移轴公式·····	43
§ 4.6 转轴公式·····	44
本章小结·····	47
思考题·····	48
习题·····	48
第5章 扭转 ·····	50
§ 5.1 扭转的概念和实例·····	50
§ 5.2 外力偶矩与扭矩·····	51
§ 5.3 圆轴扭转时的应力及强度计算·····	53
§ 5.4 薄壁圆筒的扭转·····	56
§ 5.5 圆轴扭转时的变形及刚度计算·····	57
§ 5.6 简单超静定轴·····	58
§ 5.7 矩形截面杆的自由扭转·····	59
本章小结·····	60
思考题·····	61
习题·····	61
第6章 弯曲内力 ·····	63
§ 6.1 弯曲的概念和工程实例·····	63
§ 6.2 梁的计算简图·····	64
§ 6.3 剪力和弯矩·····	65
§ 6.4 剪力图和弯矩图·····	67
§ 6.5 弯矩、剪力和荷载集度间的关系·····	70
§ 6.6 用叠加法画剪力图和弯矩图·····	74
本章小结·····	74
思考题·····	75
习题·····	75
第7章 弯曲应力 ·····	79
§ 7.1 梁弯曲时的正应力·····	79
§ 7.2 弯曲正应力的强度条件·····	84
§ 7.3 梁的弯曲切应力及其强度条件·····	86
§ 7.4 提高梁弯曲强度的措施·····	91
本章小结·····	94
思考题·····	95
习题·····	95
第8章 弯曲变形 ·····	100
§ 8.1 工程中的弯曲变形问题·····	100

§ 8.2	梁的挠曲线的近似微分方程	100
§ 8.3	用积分法求梁的变形	102
§ 8.4	用叠加法计算梁的变形	105
§ 8.5	梁的刚度条件	109
§ 8.6	简单超静定梁	111
§ 8.7	提高梁弯曲刚度的措施	113
本章小结		114
思考题		115
习题		116
第 9 章 应力状态与强度理论		119
§ 9.1	应力状态概述	120
§ 9.2	平面应力状态应力分析——解析法	120
§ 9.3	平面应力状态应力分析——图解法	125
§ 9.4	三向应力状态	129
§ 9.5	广义胡克定律	130
§ 9.6	复杂应力状态的应变能密度	132
§ 9.7	强度理论概述	133
§ 9.8	四种常用强度理论	134
§ 9.9	莫尔强度理论	136
§ 9.10	强度理论的应用	138
本章小结		142
思考题		145
习题		146
第 10 章 组合变形		150
§ 10.1	组合变形的概念和实例	150
§ 10.2	斜弯曲	151
§ 10.3	拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	153
§ 10.4	弯曲与扭转的组合变形	155
本章小结		160
思考题		161
习题		161
第 11 章 能量法(一)		164
§ 11.1	杆件应变能的计算	164
§ 11.2	互等定理	169
§ 11.3	卡氏定理	171
§ 11.4	莫尔积分法	174
本章小结		178
思考题		179
习题		179

第 12 章 压杆稳定 (一)	183
§ 12.1 压杆稳定的概念	183
§ 12.2 细长压杆的临界压力	185
§ 12.3 压杆的临界应力	187
§ 12.4 压杆的稳定性计算	190
§ 12.5 提高压杆稳定性的措施	193
本章小结	194
思考题	196
习题	196
第 13 章 材料力学试验	200
§ 13.1 概述	200
§ 13.2 拉伸试验	200
§ 13.3 压缩试验	205
§ 13.4 扭转试验	206
§ 13.5 弯曲正应力的测定	208
§ 13.6 弯扭组合变形的主应力测定	210
本章小结	213
思考题	213

第二篇 专 题 篇

第 14 章 薄壁杆件的自由扭转	214
§ 14.1 开口薄壁杆件的自由扭转	214
§ 14.2 闭口薄壁杆件的自由扭转	216
本章小结	218
思考题	219
习题	219
第 15 章 弯曲问题的进一步研究	221
§ 15.1 非对称弯曲	221
§ 15.2 开口薄壁杆件的切应力 · 弯曲中心	225
§ 15.3 组合梁的强度计算	229
§ 15.4 偏心压缩与截面核心	231
本章小结	233
思考题	234
习题	235
第 16 章 能量法 (二)	238
§ 16.1 功能原理	238
§ 16.2 杆件的变形能	238
§ 16.3 卡氏定理	243

§ 16.4 虚功原理·····	248
§ 16.5 单位荷载法、莫尔积分的图乘法·····	249
本章小结·····	253
思考题·····	255
习题·····	256
第 17 章 压杆稳定 (二) ·····	258
§ 17.1 弹性支承和阶梯状细长压杆临界力的欧拉公式 ·····	258
§ 17.2 折减系数法 ·····	261
§ 17.3 纵横弯曲 ·····	264
本章小结·····	266
思考题·····	267
习题·····	267
第 18 章 动荷载 ·····	269
§ 18.1 概述·····	269
§ 18.2 考虑惯性力时构件的动应力计算·····	269
§ 18.3 冲击应力分析·····	272
本章小结·····	275
思考题·····	275
习题·····	275
第 19 章 疲劳 ·····	277
§ 19.1 交变应力和疲劳破坏的概念·····	277
§ 19.2 交变应力的特性及材料的疲劳极限·····	277
§ 19.3 影响构件疲劳极限的主要因素·····	279
§ 19.4 构件的疲劳强度计算·····	283
§ 19.5 提高构件疲劳强度的措施·····	287
本章小结·····	288
思考题·····	289
习题·····	289
附录 型钢表 ·····	291
习题答案 ·····	299
参考文献 ·····	306

第一篇 基础篇

材料力学课程任务是研究杆件的强度、刚度和稳定性的计算理论,为设计既安全又经济的构件提供必要的理论基础和计算方法。

第1章绪论介绍材料力学的基本概念(内力、应力、应变)、变形固体的基本假设、杆件变形的形式。

第4章研究与截面设计有关的几何学基础,即与构件的强度、刚度、稳定性计算有关的截面几何性质及其运算。

材料力学主要研究长度远大于横截面尺寸的构件,称为杆件,简称为杆。杆是工程中最基本的构件。杆件变形的形式有四种:拉伸或压缩、剪切、扭转和弯曲。第2章研究杆件的轴向拉压强度和刚度问题;第3章剪切与挤压,研究构件的联接强度校核问题;第5章研究杆件的扭转强度和刚度问题。

在杆件变形的四种基本形式中,弯曲最为复杂而又最重要,第6章弯曲内力研究由弯曲产生的剪力和弯矩的计算问题;第7章弯曲应力研究由弯曲产生的正应力和切应力的计算问题;第8章弯曲变形研究由弯曲产生的挠度和转角的计算问题。第2章~第8章系统地研究了杆件的各种单一基本变形问题。

构件内某一点的各个不同方位的截面上的应力及其相互关系,通常称为点的应力状态。一点的应力状态,通常由单元体的9个应力分量表示。强度理论是判断材料在复杂应力状态下是否被破坏的理论,又称为失效准则。因二向或三向应力状态下,应力有多种组合,难以用有限个实验来确定不同组合下的许用应力状态,只能通过一些假设以使用单向拉伸、压缩或剪切下的许用应力来判断复合受力下的材料是否被破坏。

第9章应力状态与强度理论,主要研究主应力的确定方法,应力与应变之间线弹性关系,即广义胡克定律;最大拉伸应力理论;最大伸长应变理论;最大剪应力理论和最大形变比能理论,并介绍了莫尔强度理论。

第10章利用叠加法、应力状态分析和强度理论,研究了组合变形的强度问题。

第11章主要研究互等定理、卡氏定理和莫尔积分法。

第2章~第8章研究杆件的强度和刚度问题,第12章研究压杆稳定性问题及提高压杆稳定性的措施。

第13章主要介绍低碳钢和铸铁的拉伸、压缩和扭转实验方法及其力学性能;电阻应变测试技术的基本原理;弯曲正应力和弯扭组合变形的主应力的测定。

第 1 章 绪 论

学习要点 材料力学是研究构件承载能力的一门学科。本章主要介绍材料力学的基本概念（内力、应力、应变）、变形固体的基本假设、杆件变形的基本形式。

§ 1.1 材料力学的任务

机械或工程结构的组成部分称为零件或构件，统称为构件。如电动机的轴、活塞连杆、建筑物的梁和柱等都称为构件。在荷载作用下，构件由于材料的力学效应达到一定极限值以后失去正常工作能力的现象称为失效。为使构件正常工作，要求任何一个构件都有足够的承受荷载的能力，简称为承载能力。构件的承载能力主要包括强度、刚度和稳定性三方面。

(1) 强度要求。不同的材料有不同的抵抗破坏的能力及不同的破坏机理。同一种材料在不同环境、不同工作条件下的破坏机理和形式也不尽相同。按不同要求设计的构件，如起重机的吊索，机器、运载车辆和船舶的传动轴，建筑物的梁、柱等，在所处的工作条件和环境下，在规定的使用寿命期间不应该发生断裂破坏。构件必须具有足够的抵抗破坏的能力，即必须有足够的强度。

(2) 刚度要求。有些构件虽然满足其强度要求，但过大的变形也使它不能正常工作。所以还应要求构件的变形在一定的限度内，也就是构件必须具有足够的抵抗变形的能力，即必须有足够的刚度。

(3) 稳定性要求。稳定性是指构件保持其原有平衡状态的能力。轴向受压的细长直杆，当压力增加到一定值时，杆件会突然变弯，这种现象称为稳定失效，简称失稳。例如建筑中的脚手架结构，如图 1.1 所示，由于立杆的失稳而导致整个结构的倒塌。因此，对于长的压杆，必须保证其具有足够的稳定性。

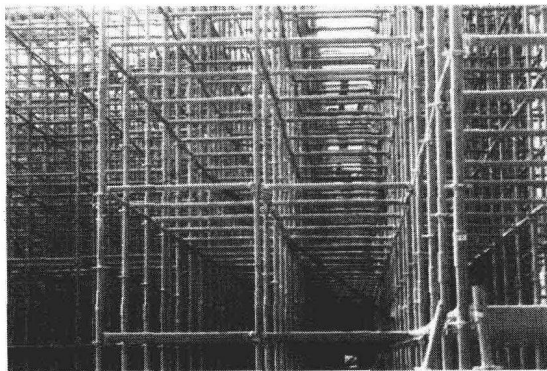


图 1.1

一般来说，要使构件安全工作，应同时满足以上三项要求。但由于各种构件对强度、刚度和稳定性的要求程度有所不同，有的以强度为主，有的以刚度为主，有的则以稳定性为主，因此，工程上设计构件时只考虑其主要的要求便可。

构件的承载能力，不仅与其受力有关，还与其形状、尺寸、组成、工作条件、材料的力学性质等有关。在结构设计中，如果构件截面积设计得过小，则构件不能满足强度、刚度或稳定条件；如果构件截面积设计得过大，则用料过多会造成浪费。这样就必须对构件进行承载能力计算。一个合理的构件设计，不但应该保证构件有足够的承载能力，使其能够安全可靠工作，还应该满足降低材料消

耗、减轻自身重量和节约资金等经济性要求。因此，材料力学的任务就是要研究如何在满足强度、刚度和稳定性的前提下，为设计既安全又经济的构件提供必要的理论基础和计算方法。

§ 1.2 变形固体的基本假设

构件由固体材料组成，任何固体在外力作用下将或多或少地发生变形，因此也称为可变形固体，简称变形固体。变形固体的变形，按其变形性质可分为弹性变形和塑性变形。弹性变形是指作用于变形固体上的外力去除后能消失的变形，而塑性变形是指作用于变形固体的外力去除后不能消失的变形。只产生弹性变形的固体称为弹性体。材料力学仅研究弹性体的变形。

制造构件的材料多种多样，它们的组成和微观结构更为复杂。材料力学仅研究材料的宏观形态，为了突出主要因素，以便于工程应用，对变形固体做如下假设：

(1) 连续性假设。假设组成固体的物质不留空隙地充满了固体的体积。这个假设有助于将有关的力学量表达为固体内各点坐标的连续函数。

(2) 均匀性假设。假设组成固体的物质在固体内均匀分布，并且在各处都具有相同的力学性能。这个假设有助于将用小试样测得的力学性能作为该材料的性能。

(3) 各向同性假设。假设材料沿任何方向的力学性能是完全相同的。金属材料单晶的力学性质具有方向性，但许多晶粒随机排列的结果，从宏观上看，是各向同性的。许多工程材料，如金属材料、塑料、玻璃，都可认为是各向同性材料。这个假设使得对构件进行力学分析时，可沿任意方向截取分析对象，而材料力学性能均相同。

还有一些材料，如木材、长纤维复合材料，是各向异性材料。这些材料在顺纤维方向和垂直于纤维方向，材料的力学性质有很大差别。本书主要研究各向同性材料。

实践表明，根据这些假设得出的力学理论，对于工程上的大多数材料都是正确的。当然，也有一些工程材料，它们的力学性能具有明显的方向性，如木材，其顺纹与横纹的强度是不同的；又如单向纤维增强复合材料，沿其纤维方向和垂直于纤维方向的力学性能也是不相同的。这类材料属于各向异性材料。

(4) 小变形假设。所谓小变形指的是构件的变形远小于构件的原始尺寸。材料力学中研究的构件在承受荷载作用时，其变形与构件的原始尺寸相比通常很小，所以，在研究构件的平衡或运动以及内部受力和变形等问题时，可按构件的原始尺寸和形状进行计算。

§ 1.3 外力及其分类

机械或建筑物工作时通常都受到各种外力作用，例如轧钢机所受钢坯的阻力、车床主轴所受切削力和齿轮啮合力、建筑物所受风压力及地震力等，这些力可统称为荷载。机械或建筑物中的任一零件或构件一般也要承受作用力或传递运动，当将其从周围物体中隔离出进行力学分析时，构件所受的外部作用力（包括荷载和支反力）即为外力。

一、外力按作用方式分类

外力按作用方式不同可分为体积力和表面力。体积力是场力，包括自重和惯性力，连续

分布在物体内部各点处。体积力通常由其集度来度量其大小，体积分布力集度就是每单位体积内的力。

表面力则是作用在物体表面的力，包括直接作用在物体上和经由周围其他物体传递来的外力，又可分为分布力和集中力。分布力是在物体表面连续分布的力，如作用于油缸内壁的油压力、作用于水坝和船体表面的水压力、屋面上的雪载荷等。表面分布力也由其集度来度量其大小，表面分布力集度就是每单位面积上的力。有些分布力是沿杆件轴线作用的，如楼板对梁的作用力，这时工程上常用的单位是 N/m 。若表面力分布面积远小于物体表面尺寸或轴线长度，则可视作集中力（作用于一点），如火车轮对钢轨的压力、车刀对工件的作用力等。

二、外力按随时间变化的情况分类

外力按随时间变化的情况不同可分为静荷载和动荷载。静荷载是指缓慢由零增加到一定数值，以后即基本保持不变的荷载。例如将设备缓缓搁置于基础上时基础所承受的外力、屋面所承受的雪荷载等。

动荷载则是指随时间明显变化的荷载。随时间作周期性变化的动荷载称为交变荷载，例如齿轮轮齿的受力、内燃机连杆和机车轮轴的受力，都明显随时间作周期性变化。因由物体运动瞬间突然变化或碰撞所引起的动荷载则称为冲击荷载，例如冲床冲杆冲压工件和汽锤锤杆锻造工件时的受力、飞轮急刹车时轮轴的受力等。

§ 1.4 内力、截面法和应力

一、内力和截面法

变形固体在没有受到外力作用之前，内部质点与质点之间就已经存在着相互作用力以使固体保持一定的形状。当受到外力作用而发生变形时，各点之间产生附加的相互作用力，称为附加内力，简称内力。

内力是由外力引起并与变形同时产生的，它随着外力的增大而增大，当超过某一限度时，构件就发生破坏。所以，要研究构件的承载能力，必须要研究和计算内力。

根据变形固体的连续性假设，弹性体内各部分的内力是连续分布的。为显示并求出内力，可假想将构件沿某一截面切开，确定截面上的内力。这就是求解内力的普遍方法，即截面法。下面介绍截面法。

用一假想平面 $m-m$ 在欲求内力处将构件分为 I、II 两部分。任取其中一部分（如左半部分 I）作为研究对象，弃去另一部分（如右半部分 II）[图 1.2 (a)]。在 I 部分，除原有作用的外力，截开面上还作用有内力（即 II 部分对 I 部分的作用力），才能与 I 部分所受外力平衡，如图 1.2 (b) 所示。根据作用与反作用定律可知，另一部分 II 也受到 I 部分内部构件的反作用力，两者大小相等且方向相反。

对研究对象 I 部分而言，该部分所受外力与 $m-m$ 截面上的内力组成平衡力系 [图 1.2 (c)]，根据平衡方程即可求出 $m-m$ 截面上所作用的内力。

上述显示并确定内力的方法，称为截面法。概括而言，截面法可归纳为以下 3 个步骤：

- (1) 截开。用假想截面将构件沿待求内力截面处截开，一分为二。
- (2) 代替。任取一部分分析，画出作用在该部分的所有外力、内力。
- (3) 平衡。根据研究部分的平衡条件建立平衡方程，由已知外力求出未知内力。

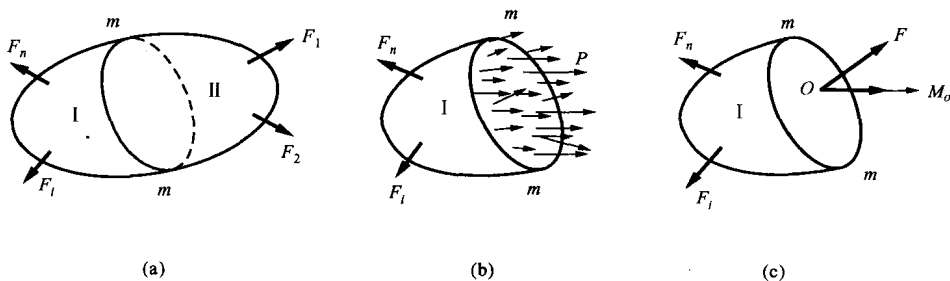


图 1.2

例 1.1 用截面法求图 1.3 所示折杆在 D 截面的内力, 已知 $F_1 = F_2 = F_3 = F$ 。

解: 用假想的平面在 D 处截开, 考虑第 II 部分的平衡, D 截面上必然分布有 F_s 、 F_N 、 M 等内力分量, 其方向事先假设如图。

利用静力学平衡方程

$\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_D = 0$, 分别得到

$$F_N - F_3 = 0, F_N = F_3 = F$$

$$F_2 - F_s = 0, F_s = F_2 = F$$

$$M + aF_2 + 2aF_3 = 0, M = -3Fa$$

负号表示实际方向与所设方向相反, 当然也可以考虑 I 部分的平衡来求内力, 只不过先要把约束反力算出来。

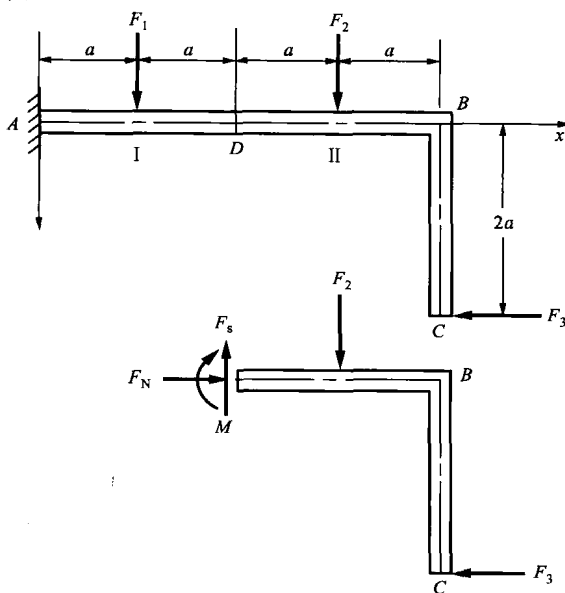


图 1.3

二、应力的概念

确定截面内力以后, 还不能判断构件在外力作用下是否会因强度不足而破坏。为说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度和方向, 下面引入内力集度的概念。

要了解物体的某一截面 $m-m$ 上任意一点 C 处分布内力的情况, 可设想在 $m-m$ 截面上围绕 C 点取一微小面积 ΔA (图 1.4), 设该截面积上分布内力的合力为 ΔF , ΔF 与 ΔA 的比值可度量 C 点周围内力系的平均集度, 称为平均应力, 记做 $p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$ 。

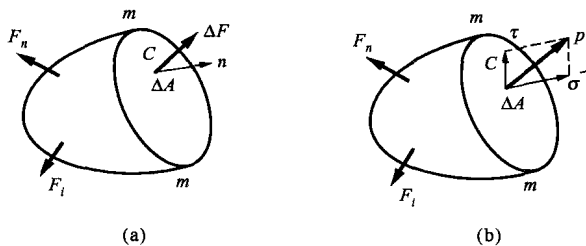


图 1.4

当 ΔA 趋近于零时, 平均应力 p_m 的极限值, 称为截面 $m-m$ 上 C 点的应力, 用 p 表示, 即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1.1)$$

应力 p 的方向为 ΔF 的极限方向, 如图 1.4 (b) 所示, 通常将应力 p 沿截面的法向与切向分解为两

个分量。沿截面法向的应力分量称为正应力，用 σ 表示，沿截面切向的应力分量称为切应力，用 τ 表示。

应力的国际单位为帕斯卡 (Pascal)，简称为帕 (Pa)， $1\text{Pa}=1\text{N}/\text{m}^2$ 。在工程实际中应力的常用单位为 MPa、GPa， $1\text{MPa}=10^6\text{Pa}=1\text{N}/\text{mm}^2$ ， $1\text{GPa}=10^9\text{Pa}$ 。

§ 1.5 变形与应变

构件在荷载作用下，其形状和尺寸都将发生改变，即产生变形，构件发生变形时，内部任意一点将产生移动，这种移动称为线位移。同时，构件上的线段（或平面）将发生转动，这种转动称为角位移。由于构件的刚体运动也可产生线位移和角位移，因此，构件的变形要用线段长度的改变和角度的改变来描述。线段长度的改变称为线变形，线段角度的改变称为角变形。线变形和角变形分别用线应变和角应变来度量。

如图 1.5 所示，在构件中取出一微小六面体，现取其中一棱边研究，设棱边 AB 原长为 Δx ，构件在荷载作用下发生变形， A 点沿 x 轴方向的位移为 u ， B 点沿 x 轴方向的位移为 $u+\Delta u$ ，则棱边的改变为 $[(\Delta x+u+\Delta u)-\Delta x=\Delta u]$ ，棱边 AB 的平均应变为

$$\epsilon_m = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1.2)$$

通常情况下， AB 上各点的变形程度不同，则

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1.3)$$

称为点 A 沿 x 轴方向的线应变，或简称为应变。

线应变的物理意义是构件上一点沿某一方向变形量的大小。线应变无量纲，无单位。

棱边长度发生改变时，相邻棱边之间的夹角一般也发生改变。如图 1.5 (b) 所示， AD 边与 AB 边原交角为直角。若变形后两线段的夹角为 $\angle D'A'B'$ ，当 AB 边与 AD 边的两边长趋于无限小时，则变形后原直角发生的微小角度改变为

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle B'A'D' \right) \quad \text{即 } \gamma = \alpha + \beta \quad (1.4)$$

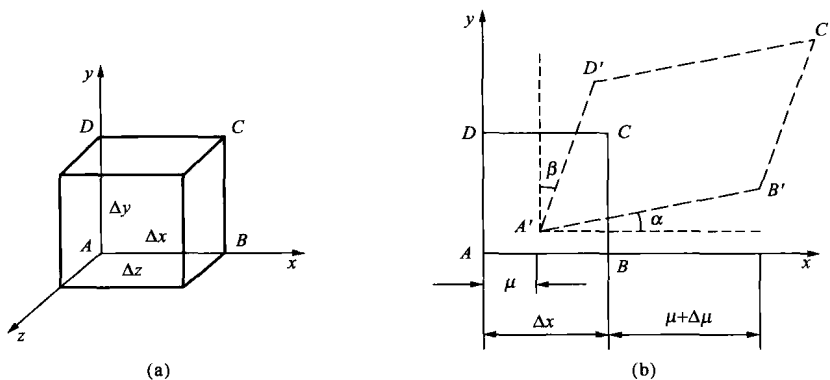


图 1.5

γ 称为 A 点在 xy 平面内的切应变或剪应变。切应变无量纲，单位为弧度。

线应变 ϵ 和切应变 γ 是度量一点处变形程度的基本量，无量纲。

例 1.2 薄板两边固定，如图 1.6 所示。板变形后 ab 和 ac 两边仍保持为直线， a 点沿水平方向右移 0.02mm 。试求 ab 边的平均应变和 ab 、 ac 两夹角的改变。

解：由式 (1.2) 可知， ab 边的平均应变为

$$\epsilon_m = \frac{\overline{a_1b} - \overline{ab}}{\overline{ab}} = \frac{0.02}{200} = 1 \times 10^{-4}$$

由于变形非常微小，变形后 ab 、 ac 两边夹角的改变为

$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{\overline{a_1a}}{\overline{ac}} = \frac{0.02}{200} = 1 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

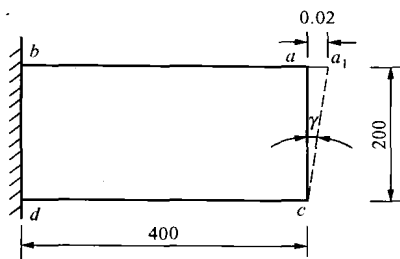


图 1.6

§ 1.6 杆件变形的形式

工程上常用的构件有不同的形式，按空间几何特征可分为以下几种：

- (1) 杆：空间一个方向的尺度远大于其他两个方向的尺度，这种物体称为杆件。
- (2) 板：空间一个方向的尺度远小于其他两个方向的尺度，且各处曲率为零，这种物体称为板，建筑结构中的板类构件有各种墙板、楼板、屋面板等。
- (3) 壳：空间一个方向的尺度远小于其他两个方向的尺度，且至少有一个方向的曲率不为零，这种物体称为壳。
- (4) 块：空间三个方向具有相等级别的尺度，这种物体称为块。建筑结构中的块体构件有砖、砌块、柱角支座等。

材料力学主要研究杆件的受力和变形。对于板、壳和块体的力学行为将在其他力学分支课程中研究。描述杆件的两个主要几何要素为横截面和轴线，横截面是指垂直于杆长度方向的截面，而轴线则为杆件所有横截面形心的连线，两者相互垂直。如杆的轴线为直线，称为直杆；如杆件的轴线为曲线，则称为曲杆。横截面大小和形状不变的杆件，称为等截面杆；反之称为变截面杆，包括截面突变和渐变两类。材料力学的基本理论主要建立在等直杆（等截面直杆）的基础上。

随着外力作用方式的不同，杆件受力后所产生的变形也有差异。杆件变形的基本形式有四种。

1. 轴向拉伸或压缩

一对大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的外力作用在杆的两端，使杆件产生伸长或缩短，这种变形称为轴向拉伸或压缩。例如理想桁架杆、托架的吊杆、液压缸的活塞杆、压缩机蒸汽机的连杆、门式机床和起重机的立柱，大都属于此类变形，如图 1.7 所示。

2. 剪切

这种变形是由一对大小相等、方向相反、作用线互相平行且相距很近的横向外力所引起。相应于这种外力作用，杆件的主要变形是相邻横截面沿外力作用方向发生相对错动。机

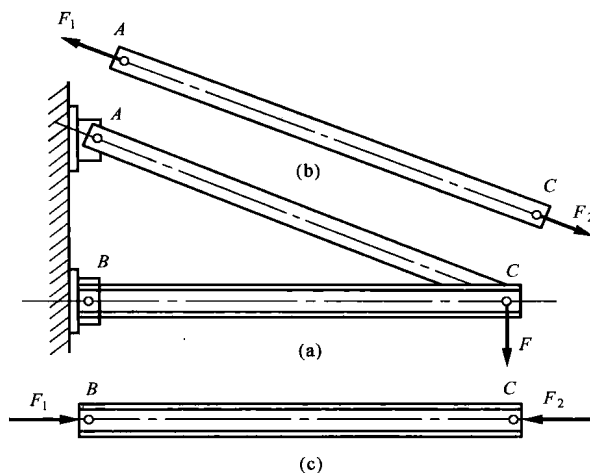


图 1.7

械中的很多连接件，如螺钉、铆钉（图 1.8）、销钉、平键等都产生剪切变形。一般杆件在发生剪切变形的同时，还伴有其他种类的变形形式。

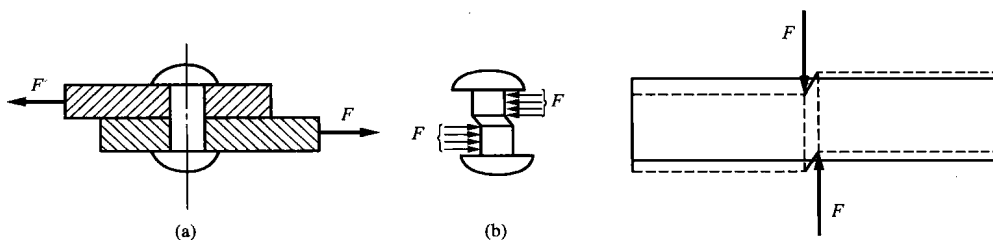


图 1.8

3. 扭转

这种变形是由作用面垂直于轴线的力偶所引起。相应于这种外力作用，杆件的主要变形是任意两横截面绕轴线相对转动。机床和机车的传动轴、电机和汽轮机的主轴，都会产生扭转变形，如图 1.9 所示。

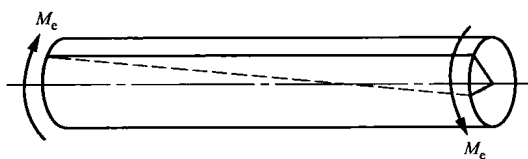


图 1.9



图 1.10

4. 弯曲

这种变形是由作用面平行于轴线的力偶或作用线垂直于轴线的横向力所引起。相应于这种外力作用，杆件的主要变形是轴线由直线变为曲线。建筑物的横梁、起重机的吊臂、桥式起重机的大梁、门式起重机的横梁、机车的轮轴、钻床和冲床的伸臂都会产生弯曲变形，如图 1.10 所示。