Finite Analytic Method in Flows and Heat Transfer

流动与传热中的有限分析法

[美国] Ching Jen Chen Richard Bernatz
Kent D. Carlson Wanlai Lin 著
赵明登 译 冯民权 校

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

Finite Analytic Method in Flows and Heat Transfer

流动与传热中的有限分析法

[美国] Ching Jen Chen Richard Bernatz
Kent D. Carlson Wanlai Lin 著

赵明登 译 冯民权 校

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书介绍了相对较新的计算机模拟流体运动及传热问题的有限分析法。此外，本书还讨论了计算流体动力学领域内的几个相关主题，如网格生成和边界处理。

本书可供从事应用数学、物理学及各种工程领域的科学研究人员、工程技术人员、研究生及水平较高的大学生参考。

版权登记号：图字 01 - 2010 - 6956

图书在版编目（CIP）数据

流动与传热中的有限分析法 / (美) 陈景仁等著 ; 赵明登译. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2010.11
书名原文: Finite Analytic Method in Flows and Heat Transfer
ISBN 978-7-5084-8088-6

Ⅰ. ①流… Ⅱ. ①陈… ②赵… Ⅲ. ①流体力学—计算机模拟②传热—计算机模拟 Ⅳ. ①035-39②TK124-39

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第225388号

书　　名	**流动与传热中的有限分析法**
原 书 名	**Finite Analytic Method in Flows and Heat Transfer**
原 著 者	[美国] Ching Jen Chen　Richard Bernatz　Kent D. Carlson　Wanlai Lin 著
作　　者	赵明登　译　冯民权　校
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座　100038) 网址：www. waterpub. com. cn E - mail：sales@waterpub. com. cn 电话：(010) 68367658（营销中心）
经　　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：(010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	北京时代澄宇科技有限公司
印　　刷	北京市兴怀印刷厂
规　　格	175mm×245mm　16 开本　12.75 印张　204 千字
版　　次	2010 年 12 月第 1 版　2010 年 12 月第 1 次印刷
印　　数	0001—2000 册
定　　价	**28.00** 元

译 者 序

有限分析法是由陈景仁等在1977年提出的一种数值方法，它克服了有限差分法在大雷诺数下求解不可压黏性流体时的各种困难。有限分析法具有自动迎风特性、计算精度较高、稳定性好、收敛较快。

本书介绍了20多年来有限分析法在计算流体动力学与传热学方面的研究应用成果。原著由5部分组成，第1部分介绍流体流动及传热的控制方程和计算方法，第2部分介绍有限分析法的基本原理，第3部分介绍数值网格生成方法，第4部分介绍边界条件和一些问题的处理方法，第5部分介绍有限分析法的应用。

本书对原著第1部分引论、第2部分有限分析法、第5部分有限分析法的应用不做任何删减，全文译出。由于篇幅、时间等原因，本书对与有限分析法关系不很密切的原著第3部分和原著第4部分不做翻译，并对章节编排和结构形式作了相应调整。

本书由赵明登翻译，冯民权校审。由于译审者水平有限，书中难免出现错误，敬请读者批评指正。

最后，感谢陈景仁先生等授权同意翻译原著，感谢郑邦民教授、李义天教授、槐文信教授及方红卫教授对本翻译工作的支持和帮助、感谢研究生宁静、田志静、杜献梅、李泰儒等为本书翻译付出的辛勤劳动，感谢中国水利水电出版社编辑为本书顺利出版所做的一切工作。

武汉大学　**赵明登**

西安理工大学　**冯民权**

2010年9月1日

前 言

本书是对计算流体动力学与传热学的研究成果，内容为有限分析法的基本原理和进展。有限分析法是求解多种微分方程的一种新型数值技术，其特点是用小子域的分析解构成微分方程的数值解。将整个区域分成许多小子域（单元），从而得到每个小单元内线性化的控制方程的局部分析解。由此构成的代数形式的有限分析解可以将其中一个节点的值表示为以有限分析系数为权重的周围各节点值之和。由这些有限分析代数方程就可以确定函数在给定离散区域的数值解。

有限分析解具有两个显著特点。第一，以分析解作为代数方程的基础，在求解像纳维尔—斯托克斯方程的对流扩散方程时具有自动迎风效应和斜迎风效应。第二，与有限差分法等传统数值方法相比，有限分析法稳定性较好、精度较高、适应的流动和计算参数（如雷诺数、网格间距等）范围较广。

有限分析法是 1977 年陈景仁博士和李皮特博士（陈景仁博士的学生）在求解纳维尔—斯托克斯方程的有限差分代数方程组遇到困难时提出的，是他们为克服这一困难而努力的结果。有限分析法首先用于求解简单的二维拉普拉斯方程、热扩散问题及非线性常微分方程，后来由许多研究者推广到多种流体流动和传热问题中，其中包括二维和三维应用、层流和紊流应用。

本书由 5 部分组成，内容涵盖了流体流动与传热数值计算所需的系统知识。适用于研究计算流体动力学与传热学的研究生和有意应用本书所提供数值方法解决所需问题的研究人员。本书的读者需具备一定的微分方程知识和求解简单方程的分析方法（如分离变量法）。

原著第 1 部分首先介绍计算力学的发展简史和流体流动及传热的控制

方程。接着提出了一些偏微分方程的数学背景和适定性概念。最后概括讨论了数值计算方法并专门介绍了有限差分法。原著第 2 部分介绍有限分析法的原理及其在各种类型方程中的发展应用，其中包括一维、二维和三维对流扩散方程，也包含双曲型方程的有限分析法和显式有限分析公式。原著第 3 部分介绍复杂区域的坐标生成方法，其中也包括近期发展的复杂区域网格自动生成法。由于没有直接表达压强的方程，求解不可压缩流体的压强特别具有挑战性。原著第 4 部分介绍了成功解决这一问题的不同格式，解决方法包括交错网格法和非交错网格法两种。原著第 5 部分介绍有限分析法成功应用的各种范例，其中包括二维和三维、层流和紊流运动和传热。还有一些特殊应用，如海风模拟、人造心脏血液流动、船舶动力学和电子元件阵列中的三维热传导等。

网址：需要有限分析法 FORTRAN 程序代码的读者可以访问有限分析法网址（www.finiteanalytic.com），可以在这个网址上通过电子邮件将问题与评论传给作者。

Ching Jen Chen
Richard Bernatz
Kent D. Carlson
Wanlai Lin

目　　录

第 2 部分　有 限 分 析 法

第 3 部分　有限分析法的应用

第 1 部分

计算流体动力学导论

本部分简单介绍流动与传热问题的计算方法。第 1 章先简单介绍流动与传热问题的预测方法。第 2 章介绍流动与传热问题的控制方程，先介绍层流的方程然后再介绍紊流的方程，最后讨论紊流模型的封闭问题。第 3 章介绍偏微分方程的分类。第 4 章介绍适定性问题，并讨论流动与传热中的适定性问题。第 5 章介绍不同的数值方法及难点。最后，在第 6 章详细介绍有限差分法。

第1章 引 言

在多种多样的科学和工程应用中，流动和传热是不可或缺的部分。几乎在所有的熔炉设计和空调系统中，热交换和流体运动都是重要的考虑对象。内燃机、发电站和许多化工生产系统都涉及流动和热传方面的有关知识。环境上的应用包括天气预报和污染物输移。电子设备设计中涉及的元件冷却是关于热交换和流动的另一个应用。对于环绕其形体的气流进行数值模拟是汽车和飞机设计中的一个重要部分。此外，其在医疗科学上的应用也很广泛，例如人造心肺的设计。

流体运动和传热问题的重要性和广泛性是积极探求流速、动压、温度、传热速率等物理量预测方法的动因。本书的主要目的是介绍流动与传热中的有限分析法，包括详细推导输运方程解法（例如一维、二维、三维的纳维尔一斯托克斯方程和能量方程）、如何适用于不规则区域或复杂区域及其在多种问题中成功应用的结果。

1.1 预 测 方 法

预测方法分为实验方法和理论方法两种。实验方法通常包括比尺模型的建立以及对于所需物理量的直接测量。实验方法的缺点是放缩比例可能无法包含某些方面的重要问题，如沸腾、燃烧等。尽管直接测量方法通常是可取的，但测量的仪器误差也是不可避免的。

理论方法是对微分方程建立数学建模，这些方程中含有描述问题特性的参数。在某些情况下，例如紊流模型中，这些参数值可以由实验来确定。在满足初始条件和边界条件下求解这些数学方程是理论方法中最具挑战性之处。在典型流动和传热问题上，实际方程中复杂的非线性项使封闭

解变得极其困难。

数值方法是用计算机程序在问题区域中有限的指定位置上近似求解模型方程。计算机速度和处理能力的不断提高使得数值方法在很复杂的应用中也是切实可行的。数值方法的一些优缺点见表 1.1。

表 1.1　　数值方法的优缺点

序号	优　　点	缺　　点
1	速度快	需建立数学模型
2	经济（时间、费用）	需精确数值方法
3	范围广（参数、尺寸）	计算机限制
4	适应性强（参数、几何学）	费用高
5	清洁	不可靠且难以观察物理现象

1.2　数　值　方　法

数值方法（或计算方法）的目的是确定因变量（例如速度分量、压强、温度等）在问题区域中有限个指定位置上的数值。任何数值计算过程的第一步都是将问题区域划分或离散为许多小单元（多边形子域）。计算位置（节点或格点）通常位于子域的顶点。流动或传热问题中的控制方程转变或离散成对应的代数方程。

有很多方法可以获得流动和传热方程中的代数形式，其中包括有限差分法、有限元法、有限体积法和频谱法等，但并不仅仅限于这几种方法。通常来说，有限分析法是相对高效的求解流动与传热控制方程的方法。有限分析法的特点是在建立给定微分方程对应的代数方程时加入了小子区域的分析解。有限分析解具有两个显著优点：①以分析解作为代数方程的基础，在求解像纳维尔斯托克斯方程的对流输运方程时具有自动迎风效应和斜迎风效应；②与有限差分法相比，有限分析法稳定性较好、精度较高、适用的计算参数（如雷诺数、网格间距等）范围较广。

1.3 目的和概要

本书的主要目的是对有限分析法进行全面的介绍。本书结合并编排了有关有限分析法流动模型的重要部分，以便对计算流体力学感兴趣的科学家和工程师能够理解这个方法，并将其应用到他们感兴趣的问题之中。在原著第 1 部分介绍本书导论之后，原著第 2 部分介绍各类方程的有限分析法的基本原理。原著第 3 部分介绍网格生成方法的背景，使不规则区域中有限分析法的应用成为可能。另外还介绍了复杂区域中流动传热的对角笛卡尔法。这项新技术将对角线段和笛卡尔坐标的纵横网格线相结合，来逼近不规则边界。边界节点位置甚至可以自动确定以便减轻其他网格生成技术所需的工作量。

原著第 4 部分介绍计算所需考虑的问题，包括联立求解连续性方程和动量方程的方法，边界条件的成功实施。原著第 5 部分介绍有限分析法的应用范例，其中包括紊流运动、紊流传热和复杂区域流动。

第2章 控 制 方 程

欧拉在1755年导出欧拉方程后，流体运动的数学模型首次应用于非黏性流动。纳维尔1823年的研究、斯托克斯1845年的研究使其发展为黏性流动模型。傅里叶在1822年建立热传导数学模型，从而奠定了黏性流体数学模型的基础。自1775年以来，众多的科学家、数学家、物理学家和工程师经过近一个世纪的努力，终于成功建立了黏性流体模型。

2.1 斯托克斯—傅里叶假定

纳维尔、斯托克斯、傅里叶对于建立黏性流体模型所做的假定，在众多流动（包括紊流）模拟中具有重大意义。

斯托克斯—傅里叶假定可以概括如下：

（1）局部平衡的流体是连续的。由于对分子运动的平均，有关分子碰撞的详细信息也因此丢失。要恢复这些丢失信息需要模型。

（2）黏性流体运动的动量和热量扩散分别与变形速率和温度梯度成正比（扩散梯度模型）。

（3）流体是各向同性的（各向同性分子碰撞模型）。

（4）流体是均质的。也就是说，黏性应力和热通量均不是空间或时间的显函数。

（5）静止流体中，黏性应力等于静水压强。

（6）对于纯膨胀流动，平均黏性应力等于压强 P（斯托克斯假定）。特别地，

$$\bar{\tau} = \frac{1}{3}(\tau_{XX} + \tau_{YY} + \tau_{ZZ}) = -P \tag{2.1}$$

(7) 模型参数（密度、黏性、比热、热传导等）需要实验测定和校准。

在第一个假设中，连续流体的假设略掉了对分子间相互作用力和碰撞的描述。为了恢复假设中略掉的信息，必须建立黏性流体模型，同时模型参数（例如黏性、热传导）必须通过实验校准。同样，在对紊流运动纳维尔一斯托克斯方程平均时也略掉了紊流运动的细节。为恢复平均过程中略掉的信息，必须建立紊流模型。紊流模型的参数也需通过实验测定。应该注意，纳维尔一斯托克斯方程并不仅限于层流运动，它同样能够描述紊流运动。直接求解纳维尔一斯托克斯方程预测紊流运动称为直接模拟。

2.2 纳维尔一斯托克斯方程及能量方程

2.2.1 可压缩流动

应用斯托克斯一傅里叶假定，可以推导出以下三维可压缩流动的控制方程，这些方程是以质量守恒定律、动量守恒定律、能量守恒定律为基础的。

连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho U_i}{\partial X_i}=0 \tag{2.2}$$

动量方程

$$\rho\frac{\mathrm{D}U_i}{\mathrm{D}t}=-\frac{\partial P}{\partial X_i}+\frac{\partial\left[\mu\left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j}+\frac{\partial U_j}{\partial X_i}\right)-\frac{2}{3}\mu\,\delta_{ij}\,\frac{\partial U_l}{\partial X_l}\right]}{\partial X_j}+\rho g_i \tag{2.3}$$

能量方程

$$\rho C_P\frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t}=\frac{\partial\left(K\frac{\partial T}{\partial X_j}\right)}{\partial X_j}+\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t}+\mu\left[\left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j}+\frac{\partial U_j}{\partial X_i}\right)-\frac{2}{3}\delta_{ij}\,\frac{\partial U_l}{\partial X_l}\right]\frac{\partial U_i}{\partial X_j} \tag{2.4}$$

状态方程

$$\rho=f(P,T) \tag{2.5}$$

其中因变量为 U_i（速度量在 i 方向的分量），T（温度），P（压强），ρ（密度）；自变量为 X_i，t（时间）。μ（分子动力黏度），C_P（定压比