

普通高中选课与学习指南

数学 SHUXUE

教育部新课程标准研制组专家 王尚志 主编

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

普通高中
选课与学习指南
数学

教育部新课程标准研制组专家

王尚志 主编

王尚志 张饴慈 马芳华 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

普通高中选课与学习指南·数学 / 王尚志主编. —北京: 北京大学出版社, 2006.3

ISBN 7-301-10071-X

I. 普… II. 王… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 131833 号

书 名: 普通高中选课与学习指南·数学

著作责任者: 王尚志 张饴慈 马芳华 编著

责任编辑: 刘 勇

标准书号: ISBN 7-301-10071-X/G·1746

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网址: <http://cbs.pku.edu.cn> 电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672

基础教育与教师教育中心 62767903 62767913

排 版 者: 北京地大迈捷科技发展有限公司 82321052

印 刷 者: 中煤涿洲制图印刷厂

经 销 者: 新华书店

787mm×1092mm 16 开本 5.75 印张 82 千字

2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷

定 价: 8.80 元

序

2004年秋季，我国普通高中进入新课程改革实验阶段。此次高中新课程改革在课程结构、课程设置、课程实施、课程评价等方面都有较大的变革。为使学生在普遍达到基本要求的前提下实现个性的发展，课程标准在开设必修课的同时，设置丰富多样的选修课程，试行学分管理，开创了我国高中阶段教育的先河。

高中新课程由必修课和选修课两大部分组成。必修课旨在保证所有高中生都达到共同的学习目标和学习要求；选修课则是在必修课学习的基础上，供学生根据自己的兴趣和自身发展需要进行选择学习。其中，选修Ⅰ旨在达到共同要求的基础上，满足学生在不同学习领域、不同科目中加深和拓宽的学习需求；选修Ⅱ是学校根据当地社会、经济、文化以及自身条件开设的校本课程。

这种新课程设置为学生自身的成长和发展提供了较大的空间和自主选择权。然而，有关新课程设置、新课程具体包含哪些内容、新课程如何进行评价，以及学生如何做出适合自己的选择，等等，对于陆续进入新课程改革实验的学生来说，既新鲜又陌生，他们需要更深入全面的认识 and 了解。根据高中新课程改革实验区的广大高中生和指导教师的这一现实需要，教育部各学科课程标准研制组核心成员和学科专家组织编写了这套《普通高中选课与学习指南》，以作为指导高中新课程改革实验区的高中学生及指导教师走进新课程的辅助用书。

《普通高中选课与学习指南》包括了高中阶段的语文、数学、物

理、化学、历史、地理、生物、英语八门学科，既有对各学科课程设置的内容的总体介绍，又有对各学科学习思路和方法的梳理和点拨，也有对新课程下学生如何根据自己的专业兴趣和未来发展选修高中所需学习的选修课程的指导和帮助。这套《普通高中选课与学习指南》主要体现了以下特点：

权威性强——主编均为教育部基础教育新课程标准研制组专家。

指导性强——解决新课程改革有关选修课程的开设中学生对于选课的困惑，引导学生认识新课程，了解新课程，培养学生对学科课程的学习兴趣，有效、自主地选择自身需要的学科知识。

实用性强——指导学生为今后的专业发展和报考高等院校的相关专业选择所需学习的课程，具体介绍所学课程的模块设置、课程内容、如何选修、学分计算、考试与评价等；提供高等院校相关学科的师资情况和学术水平的情况介绍，为学生进行专业选择提供更多具体实用的权威信息。

普适性强——不论使用哪个版本教材的学生和教师都适用。

此外，在书的体例形式上，也多采用了师生问答的形式，提炼学生最为关心和期望得到解答的问题，作一一回应，极具针对性。

高中新课程改革，为广大师生打开一片新天地！我们衷心地希望本套丛书能够为新课程改革实验区的高中学生以及教师开启一扇门，使他们深入了解新课程，顺利走进新课程！

《普通高中选课与学习指南》编写组

2006年3月

前 言

为了配合高中新课程的推进，北京大学出版社推出这套丛书，以帮助同学们理解高中新课程，理解如何进行选课，理解课程的定位，包括必修课程、选修 1、选修 2、选修 3 与选修 4 内容的定位。我们有幸参加了高中课程标准的研制，并参加了北师大版高中数学课程教材的编写；也参与一些推进高中课程的实验工作以及国家级高中数学骨干教师培训，并进行了高中课程实验调研。根据我们对高中新课程了解，我们把一些感受和体会介绍给同学们，希望有助于同学们理解新课程，有助于同学们对数学课程选择性的思考，有助于同学们提高学习效率。同学们在使用本书时，最好能取得教师的指导，才能会有更好的效果。

全书共分为九个专题，其中前三个专题是对高中数学课程的总体介绍，包括如何选择高中课程、高中课程的变化和高中课程的选择性；第四、五、六、七专题是本书的重点，从几个不同的视角来介绍高中数学课程的整体性、高中数学课程必修和选修内容的定位以及数学建模与数学探究等；第八专题，我们就数学的学习，提出了一些建议，希望能使学生受益；最后一个专题，我们抛砖引玉地谈了大家都非常关注的评价问题，希望能引起同学们深入的思考。

本书的基本想法之一是强调整体地把握高中数学课程。这应该是同学们打好基础的重要组成部分。函数思想、几何思想、算法思想、运算思想、随机思想等都是高中数学课程的主线，但它们彼此之间又

有着密切的联系，是贯穿整个高中数学课程最基本、最重要的数学思想，并从多个角度链接起了高中数学课程的许多内容。这些主线可以把高中数学知识编织在一起，构成了一张无形的网，把整个高中数学课程的知识融会贯通。同学们应该不断加深对这个网的认识，从不同的角度认识高中数学课程，即从局部到整体，再从整体到局部，整体地把握高中数学课程。

编写此书，承蒙北京大学出版社再三邀请，盛情难却。我们都是北京大学的毕业生，希望能为培养我们的母校做一点有益的事，尽力而为。但是，我们不是数学教育的科班出身，又由于水平有限，书中一定有很多不妥和错误，恳请教师和同学们批评指正，书中的内容仅供参考。

王尚志 张怡慈

2005年8月22日

目 录

一、高中数学课程的总体介绍	1
1. 课程结构	1
2. 内容结构	1
3. 内容主线	5
4. 课程顺序	6
5. 课程变化	6
二、如何选择课程	15
1. 课程功能	15
2. 课程选择建议	16
3. 课程调整	17
三、数学课程的选择性	19
1. 选择性与系统性	19
2. 选择性——“选择选修课”	21
四、高中课程的整体把握	23
1. 主线之一——函数思想	23
2. 主线之二——几何思想（把握图形的能力）	30
3. 主线之三——算法思想	30
4. 主线之四——运算思想（运算对象与运算性质）	32
5. 主线之五——随机思想与统计思想	33
五、数学课程内容定位——必修与选修 1 和选修 2	35
1. 立体几何初步（必修 1）和空间向量与立体几何（选修 2-1）	35
2. 解析几何初步（必修 2）与圆锥曲线（选修 1-1 和选修 2-1）	39
3. 概率（必修 3）与概率（必修 2-3）	40
4. 新内容——算法	41

六、高中数学课程内容定位——选修3和选修4	44
1. 信息安全与密码(选修3-2)	44
2. 球面几何(选修3-3)	46
3. 对称与群(选修3-4)	47
4. 欧拉公式与闭曲面分类(选修3-5)	48
5. 三等分角与数域扩充(选修3-6)	49
6. 矩阵与变换(选修4-2)	51
7. 坐标系与参数方程(选修4-4)	52
8. 试验设计与优选法(选修4-7)	53
9. 统筹法与图论初步(选修4-8)	56
10. 开关电路与布尔代数(选修4-10)	59
11. 不等式选讲(选修4-5)	60
12. 初等数论初步(选修4-6)	63
13. 数学史选讲(选修3-1)	64
14. 几何证明选讲(选修4-1)	64
15. 数列与差分(选修4-3)	65
16. 风险与决策(选修4-9)	66
七、数学建模与数学探究	69
1. 数学探究和数学建模的意义及作用	69
2. 在高中开展数学探究和数学建模活动的要求	70
八、评价	73
1. 评价的变化	73
2. 高考评价	75
九、如何学好数学	78
1. 学会“数学阅读”	78
2. 养成好的数学学习习惯	80
3. 学会“索取”——主动学习	81
4. 独立思考与研讨交流	82
主要参考文献	83

一、高中数学课程的总体介绍

1. 课程结构

同学们进入高中阶段的学习，应该做一些准备，首先，应该了解一下，整个高中课程的框架和结构，对高中课程有一个比较全面的了解。然后，我们再由粗到细，由简到繁，逐步的向同学们展开对高中课程的介绍。

高中课程由三部分组成。

第一部分是必修部分，由五个模块组成，每个模块要学习 36 个课时，这是每个同学都要学习的内容。

第二部分，由选修 1 和选修 2 组成，这部分内容可以选择，简单地说，如果感觉自己适合在人文社科方面发展，可以选择选修 1 系列课程，两个模块，共 72 个课时；如果感觉自己适合在理工等方面发展，可以选择选修 2 系列课程，三个模块，共 108 个课时。

第三部分，根据学生兴趣的需求，设计了选修 3 和选修 4 系列课程，其功能在第六章具体介绍。

为了有个直观的了解，同学们可以参考以下框图 1-1，这样就一目了然。从数学课程内容来说，理解选择性是非常重要的，理解了选择性才能搞清楚课程结构。

2. 内容结构

为了使同学们对课程有一个大致的了解，我们先对内容作粗略介绍，由简到繁，由粗到细，一步一步细化。用框图的形式对内容给予简单的描述是一种好方法，同学们可以不断地修改这个框图，如果能把这样的框图印在自己的头脑中就更好了。我们在中学时，遇到了一

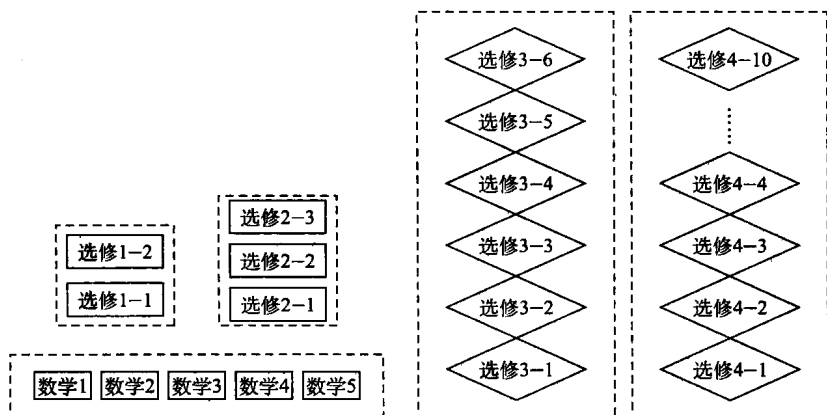
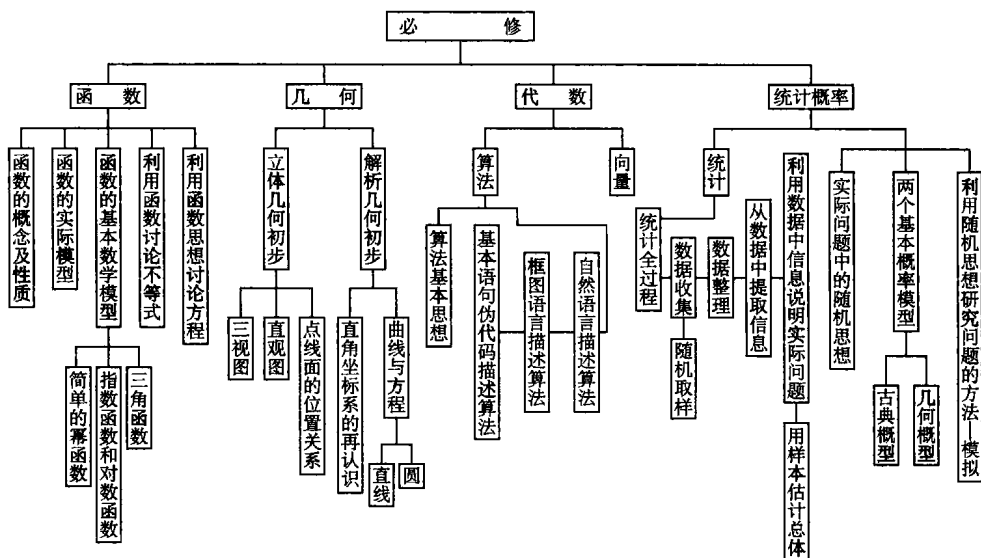


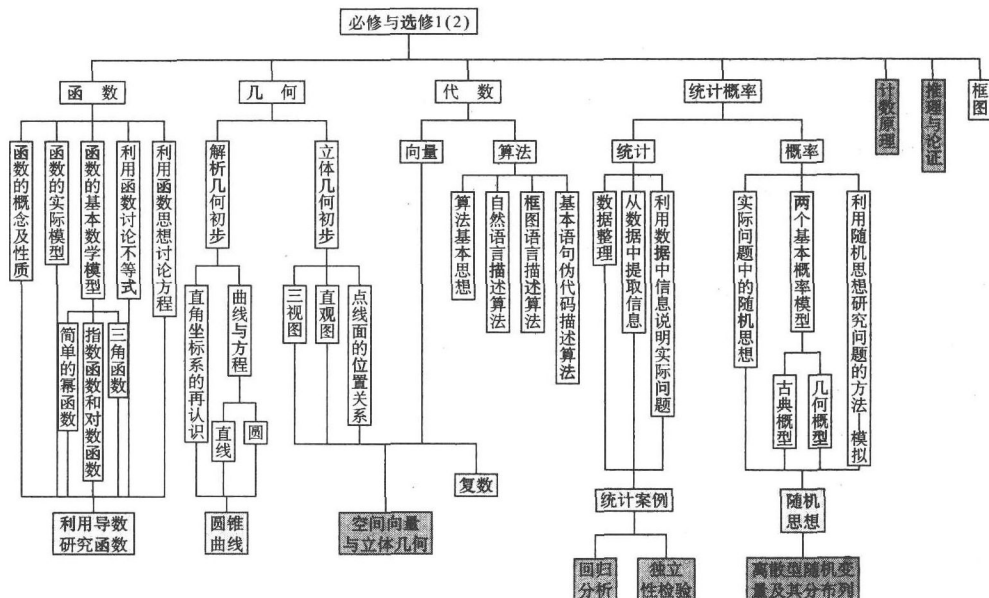
图 1-1

些好老师，他们要求我们对学过的东西有个整体认识，还要求能“背着”讲出来。把东西放在头脑中，这样一个好的方法就使得思考的机会大大增加了。

(1) 必修内容体系的框图



(2) 必修与选修 1 (选修 2) 的体系框图



(3) 选修 3

选修 3 由六个专题组成：数学史选讲，球面上的几何，对称与群，欧拉公式与闭曲面分类，信息安全与密码，三等分角与数域扩充。

选修 3 的内容是以前的高中没有正式开设的，一些学校以选课的形式开设过，对同学们来说，必修、选修 1 和选修 2 与数学教学大纲的高中课程没有太大的区别，选修 3 就内容来说也并不难，但是，需要认真深入地体会其中蕴涵的思想。同样，先做一个概述，随后再不断的深入。

数学史选讲是要告诉同学们数学发展的一个基本的脉络，选择一些数学历史发展中一些重要的事件、成果作为线索，介绍一些伟大的数学家的贡献和奋斗人生，这些是非常有趣的。

对球面上的几何，顾名思义，讨论“球面上图形的性质”。我们学过平面几何，它们有什么相同，有什么不同？有什么用处？相信很多同学希望搞清楚。

“对称”是日常生活中常用的词，特别是图形，在生活中有很多“对称得很漂亮”的图形，这些对称图形形状不相同，如何对它们加以区别？这些对称图形中蕴涵什么数学？“对称”有什么用处？“对称与群”将使同学们对“对称”有个初步了解。

很多同学都知道欧拉，他是最伟大的数学家之一，他的研究成果非常丰富，多面体的欧拉公式就是其中之一，四面体、长方体等都是多面体，欧拉发现了：这些图形的“面数减去棱数再加上顶点数是2”，并且他给出了很好的证明。这是很有趣的，反映了这些图形——曲面的性质，同学们一定会问：是否还有其他图形也有这样的性质？是否所有多面体的曲面都有这样的性质？等等。“欧拉定理与闭曲面分类”这个专题将回答这些问题。

在“信息时代”，传送信息时保密的需求越来越大。在“信息安全与密码”中，将告诉同学们一些基本的数学原理，同学们可以通过操作、认识和使用，进一步地了解和熟悉常用的信息安全保密的方法。

“用尺规可以三等分角吗？”这是同学们都想了解的一个问题。在“三等分角与数域扩充”这个专题中，我们将引导同学们一步一步地解决这个问题，同学们会发现，解决这种问题与做习题不大一样，我们应该学习这样一种思考方法，不论是否专门学习数学，这种思考问题的方法都是很有用的。

我们希望同学们喜欢这些选题，选几个学一下，会对数学有一些新的感觉。当我们是高中生的时候，我国一些著名数学家，像华罗庚、段学复、熊庆来等，就开设了许多类似的讲座，对当时年轻人的成长起了很大作用。

(4) 选修4

选修4包括十个专题，可以分为三类：

一类是与中学数学内容密切联系的，例如，几何证明选讲，不等式选讲，坐标系与参数方程。

一类是中小学数学课程内容的拓展，例如，矩阵与变换，数列与差分，初等数论初步。

另一类是数学应用方面的选题，例如，风险与决策，优选法与试验设计初步，统筹法与图论初步，开关电路与布尔代数。

这样的分类方式并不严格，仅仅是提供思考的背景。选修4与选修3一样，就内容来说并不难，但是，需要认真深入地体会其中蕴涵的思想，这些思想在今后学习和工作中会对同学们有很大帮助。在随后的内容中，我们将进一步地介绍这些选题的定位。

3. 内容主线

整体地把握高中数学课程，这是我们在本书中给各位同学最基本的建议。在学习高中数学时，我们希望同学们思考一些问题，其中之一是：是否有贯穿高中数学课程的“主线”？或者说基本脉络。这些“主线”是什么？根据我们在研制高中数学课程标准过程中的思考，我们感到“主线”还是有的。在这里，我们提供一些建议，供同学们参考。

在高中数学课程中，函数思想、运算思想、几何思想（把握图形的能力）、算法思想、统计和随机思想，等等，这些都是贯穿在高中数学课程始终的东西，构成高中数学的基本脉络。另一方面，这些思想之间联系密切。它们像一张无形的网，把高中数学课程的所有内容有机地联系起来，抓住了这张网，就可以更好地掌握数学课程，了解其实质，提高学习效率。当然，同学们也会提高解题能力、考试能力。学习高中课程应该这样，以后，在大学、在工作中学习，也应该这样。华罗庚先生常常说“既要能把书读厚，又能把书读薄”。读厚，就是要把每一逻辑关系，每一个细节搞清楚，想清楚；读薄，就是能抓住课程的主线，基本脉络，抓住课程的内在联系，形成整体认识。现在，我们的中学教师非常重视细节，这是好的传统，希望同学们保持；整体是另一方面，也必须重视，在一定程度上，它更为重要。

在第四专题“高中课程的整体把握”这部分内容中，我们将一起来分析为什么它们是“主线”。

4. 课程顺序

学习数学课程的内容，总是有前有后。什么在前，什么在后，我们必须搞清楚。

首先，必修课程在选修1和选修2之前开设，选修3、选修4和必修课程是可以同时开设的。在必修中，必修1又是所有必修课程的基础，先开设必修1，才能开设其他必修课，不同学校可以根据自己的实际情况确定必修2、必修3、必修4、必修5的开设顺序。其次，选修3、选修4的开设会因校而异，我们希望学校能有计划、有组织地多开设一些选修课，同学们可以根据自己的兴趣、学校的实际加以选择。选择能力对一个人来说是非常重要的，希望同学们有意识地锻炼自己的选择能力。在下一部分，我们专门讨论如何选择课程。

5. 课程变化

高中课程改革，使高中数学课程有一些内容上的变化，还有一些指导思想方面的变化，或理念上的变化。了解这些变化，形成科学的学习习惯，养成有效率的学习方法，对同学们是有益的，“人无远虑，必有近忧”。希望同学们看得远一些。

(1) 数学课程目标的变化

1) 三维目标

在这一轮课程改革中，根据教育部课程改革纲要，在课程改革目标中，提出了三维课程目标的精神。把课程目标分为三个维度，知识与技能的目标，过程与方法的目标，情感、态度、价值观的目标。三维目标有各自的独立内涵，同时它们之间又存在着密切的联系。

同学们，有这样一个问题是我们一起来思考的，小学、初中学习了很多数学知识，仔细地回忆，哪些东西是留在我们头脑里的呢？熟练地进行数与代数式的四则运算，了解了许多几何定理，例如，勾股定理，等等。就是说你们已经掌握了一些数学的知识和技能。除此之外，还有另外一个重要方面，形成了一些学习数学的习惯，学会了

数学思考问题的方法，等等，还可以用这些“东西”思考和解决一些实际问题，例如，与别人讨论问题时，希望大家有同样的出发点，不然，讨论一通，不可能达成共识，这就是数学教给我们的思维习惯。这一方面是属于“过程性”、“方法性”的东西，它们与知识技能的重要性是一样的。

我们认为把“过程与方法”作为目标是一个很大的变化。在以前的教学《大纲》中，在不同程度上都强调了“过程与方法”的重要性，但是，这次课程改革把“过程与方法”作为目标，这样，“过程与方法”不是可有可无的东西，而是必须实现的基本目标，我们必须认识这种变化不仅力度大，而且有非常重要的意义。实际上，在长期的教学活动中，优秀的教师不仅关注学生对知识技能的掌握，而且特别关注掌握知识技能的过程，包括知识的来龙去脉，结论的背景、产生过程和意义，获取知识的能力和方法，等等。以数学学科为例，我们都知道在知识技能中，蕴涵着一些重要的数学思想和方法，学习的目的，不仅在于掌握知识技能和结果，更重要的是经历形成这些知识技能的过程，体会其中所蕴涵的思想和方法，学会运用这些思想和方法去学习其他的知识，并能从中感悟数学的作用和价值，提高同学们学习数学的兴趣，树立同学们学好数学的信心。

2) 三维目标与数学课程目标

在过去，只有教师才关心课程目标，这次课程改革，有一点变化，希望同学们也来了解和关心课程目标，了解数学课程的目标。这是合乎逻辑的，高中生已步入青年，理应关注自己的未来发展，关注自己应该学到什么，关注自己应该获得哪些本领。

在《课标》中，如何把三维目标与数学课程目标有机结合？这是在《课标》的研制过程中讨论的最基本的问题。《课标》设置了六个具体的目标：

① 获得必要的数学基础知识和基本技能，理解基本的数学概念、数学结论的本质，了解概念、结论等产生的背景、应用，体会其中所蕴涵的数学思想和方法，以及它们在后续学习中的作用。通过不同形式的自主学习、探究活动体验数学发现和创造的历程。

② 提高空间想象、抽象概括、推理论证、运算求解、数据处理等基本能力。

③ 提高数学地提出、分析和解决问题（包括实际应用问题）的能力，数学表达和交流的能力，发展独立获取数学知识的能力。

④ 发展数学应用意识和创新意识，力求对现实世界中蕴涵的一些数学模式进行思考和做出判断。

⑤ 提高学习数学的兴趣，树立学好数学的信心，形成锲而不舍的钻研精神和科学态度。

⑥ 具有一定的数学视野，逐步认识数学的应用价值、科学价值和文化价值，形成批判性的思维习惯，崇尚数学的理性精神，体会数学的美学意义，从而进一步树立辩证唯物主义和历史唯物主义世界观。

从上面的具体目标可以看出，《课标》的研制者没有机械的把数学课程目标分为：知识与技能的目标，过程与方法的目标，情感、态度、价值观的目标，而是采取了整体融合的方式来表述课程目标。

（2）数学课程目标变化的意义

1) 打好基础

在学习数学中，打好基础是非常重要的，中国的数学教育一直很重视这一点，这是一个好的传统。近年来，由于“应试教育”的影响，在强调打好基础时，有一种异化的倾向，以考试为目标的“题型教学”，不加分析追求难题、偏题，等等，都是这种异化的体现。实际上，这些做法都冲击我们的好传统，冲击了“基础”，偏离了数学教育的目标。在这里，我们不想全面论述基础，仅就整体地把握高中数学课程谈一些我们的看法。

高中的数学课程是一个整体，打好基础，首先要抓住贯穿高中数学课程的一些主要的东西，即主线。

函数思想、几何思想、算法思想、运算思想、随机思想等都是高中数学课程的主线，我们将在后面展开对它们的分析。它们是贯穿整个高中数学课程最基本、最重要的数学思想，从多个角度链接起了高中数学课程的许多内容。这些主线可以把高中数学知识编织在一起，