

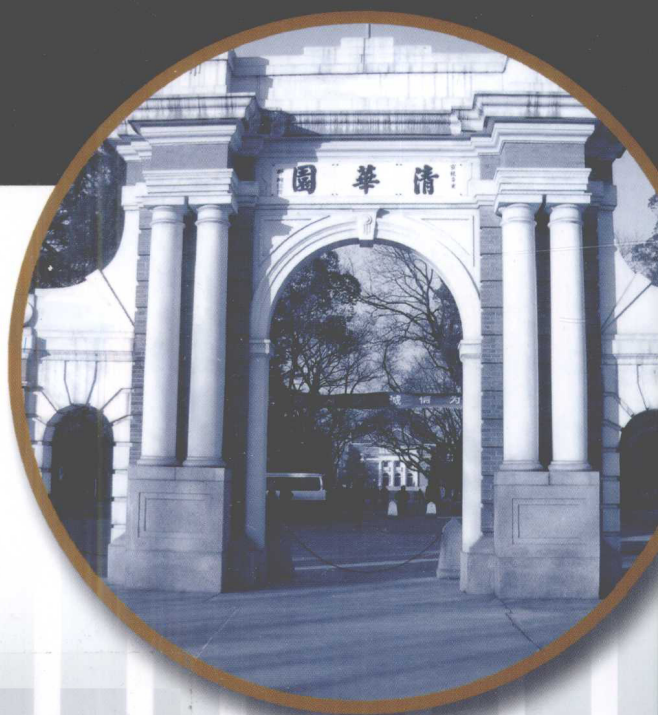
重点大学计算机教材

HZ BOOKS
华章教育

信号处理导论

徐明星 编著

清华大学



机械工业出版社
China Machine Press

重点大学计算机教材

信号处理导论

徐明星 编著

清华大学



机械工业出版社
China Machine Press

本书较为系统地介绍了信号处理的基础理论与基本概念,并通过大量实例展示了信号处理理论的应用。全书共6章,内容包括:信号处理的基本概念、连续时间傅里叶变换、拉普拉斯变换、Z变换、离散时间信号的傅里叶分析、系统分析与数字滤波器设计等。此外,为便于读者巩固所学知识,每章后都给出了大量的习题。

本书章节安排合理,论证清楚,可作为高等院校相关专业本科生的教材及参考书,也可作为工程技术人员的自学参考书。

封底无防伪标均为盗版

版权所有,侵权必究

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

图书在版编目(CIP)数据

信号处理导论/徐明星编著. —北京:机械工业出版社, 2011.4
(重点大学计算机教材)

ISBN 978-7-111-33021-9

I. 信… II. 徐… III. 信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.7

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第004542号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:迟振春

北京诚信伟业印刷有限公司印刷

2011年5月第1版第1次印刷

185mm×260mm·13.25印张

标准书号:ISBN 978-7-111-33021-9

定价:26.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

客服热线:(010) 88378991; 88361066

购书热线:(010) 68326294; 88379649; 68995259

投稿热线:(010) 88379604

读者信箱:hzjsj@hzbook.com

前 言

关于信号处理的原理与方法，是许多高等院校本科相关专业的重要基础课，广泛应用于通信、控制、航空航天、电子信息等领域。本课程的任务是研究信号分析和处理的基本概念与方法，重点是建立通过变换在频域对信号进行分析和处理的思想方法，为今后更深层次、更广范围的信号处理方法的学习与应用打下理论基础。

作者在借鉴国内外优秀教材的基础上，经过多年的信号处理原理的本科课程教学工作，逐渐形成了自己对课程相关内容的独特理解，本书即是在多年讲义的基础上加以整理形成的。考虑到计算机技术的日益广泛应用，计算机在信号处理中发挥着越来越不可忽视、不可替代的重要作用，因此，作者在教学内容安排上，始终是沿着如何应用计算机（或其他数字处理设备）来处理信号这个主线，来讲授关于信号处理的一般概念、常见方法和基本原理，从而加强了课程内容之间的有机联系，突出了理论与实践的紧密结合。

全书共分为6章。第1章围绕信号这个被研究和处理的对象，介绍了关于信号、信号处理、系统的一般概念，涉及信号的表示方法、分类方法、各种信号运算、各种信号分解方法、处理信号的一般过程，以及系统的基本概念等。第2章从信号的正交函数分解开始，介绍了连续时间信号的傅里叶级数展开FS、傅里叶变换的定义与性质、周期信号与离散采样信号的傅里叶变换、采样定理等内容。第3章在连续时间信号分析方法的基础上，针对处理连续时间信号的连续时间系统的分析需求，简要介绍了拉普拉斯变换LT。第4章以采样后的离散时间序列为对象，介绍了Z变换，包括Z变换的定义、性质、逆变换的求解方法等，为分析和设计离散时间系统打下数学基础。第5章围绕离散时间信号的分析，介绍了离散时间傅里叶变换DTFT的定义、性质，以及DTFT的频谱计算，然后在此基础上引入离散傅里叶变换DFT，介绍了DFT的性质、快速算法FFT以及DFT的应用。第6章介绍了系统定义、系统属性、系统表示与分析方法，在数字滤波器的设计方法中，介绍了用窗函数法进行FIR滤波器设计和用双线性变换法进行IIR滤波器设计。

本书适合作为高等院校电子信息、计算机科学与技术等专业“信号处理原理（基础）”课程的教材使用。教学时，可按48~64学时进行相应内容安排。

由于作者水平有限，书中文字错误和不足、内容安排的不当之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

徐明星

2011年2月于清华园

教学建议

教学章节	教学要求	课时
第1章 基本概念	了解信号处理的应用；掌握信号与信号处理的基本概念，信号的分类方法，常见典型信号，冲激信号的定义和性质，信号的各种运算，信号的多种分解方法；了解系统与系统分析的基本概念	8
第2章 连续时间傅里叶变换	了解信号的完备正交函数分解；掌握傅里叶级数分解，傅里叶变换的定义与性质；了解常见典型信号的傅里叶变换；掌握周期信号的傅里叶变换，抽样信号的傅里叶变换，时域抽样定理	12
第3章 拉普拉斯变换	掌握拉普拉斯变换的定义、收敛域、性质，拉普拉斯逆变换及求解方法；了解拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	4
第4章 Z 变换	掌握 Z 变换的定义、收敛域、性质，常见序列的 Z 变换，逆 Z 变换及其求解方法	6
第5章 离散时间信号的傅里叶分析	掌握离散时间傅里叶变换的定义、性质，离散傅里叶变换的定义、性质；了解快速傅里叶变换的算法原理，离散傅里叶变换的用途；理解离散傅里叶变换在应用中的问题	10
第6章 系统分析与数字滤波器设计	了解系统的概念、分类与分析方法；掌握系统的因果性与稳定性的定义与判定方法，系统的单位冲激响应、频率响应、传递函数、差分方程等表示方法及相互关系；了解滤波器的概念与分类；掌握低通FIR、IIR数字滤波器的设计与实现方法；了解其他类型的FIR和IIR数字滤波器的设计与实现方法	8

目 录

前言

教学建议

第 1 章 基本概念	1	1.5.2 单位阶跃信号	22
1.1 信号的概念	1	1.5.3 单位矩形脉冲信号	23
1.1.1 信息、消息和信号	1	1.5.4 符号函数信号	23
1.1.2 描述信号的方法	1	1.5.5 单位冲激信号	24
1.2 信号的分类	2	1.6 信号的分解	25
1.2.1 确定信号与随机信号	3	1.6.1 直流分量与交流分量	26
1.2.2 实值信号与复值信号	3	1.6.2 偶分量与奇分量	26
1.2.3 时间连续信号与时间离散 信号	3	1.6.3 实部分量与虚部分量	26
1.2.4 周期信号与非周期信号	5	1.6.4 脉冲分量	27
1.2.5 能量信号与功率信号	5	1.6.5 正交函数分量	27
1.2.6 奇异信号与普通信号	6	1.7 信号处理	28
1.2.7 因果信号与非因果信号	6	1.7.1 信号处理的意义	28
1.3 典型普通信号	6	1.7.2 数字信号处理的过程	28
1.3.1 指数信号	7	1.8 系统与系统分析	29
1.3.2 正弦信号	7	1.8.1 系统的概念	29
1.3.3 复指数信号	8	1.8.2 系统的性质	29
1.3.4 高斯信号(钟形脉冲 信号)	9	习题	31
1.3.5 $\text{Sa}(t)$ 信号	9	第 2 章 连续时间傅里叶变换	36
1.4 信号的运算	10	2.1 引言	36
1.4.1 四则运算	10	2.2 用完备正交函数集表示 信号	36
1.4.2 时移、尺度与反褶运算	12	2.2.1 正交矢量	36
1.4.3 积分与微分运算	14	2.2.2 正交函数	38
1.4.4 卷积运算	14	2.2.3 正交函数集	39
1.4.5 相关运算	20	2.2.4 正交复变函数集	40
1.5 奇异信号	21	2.2.5 完备正交函数集	40
1.5.1 单位斜变信号	21	2.2.6 信号分解为完备正交 函数	42

2.3 周期信号的频谱分析——傅里叶级数(FS)	43	2.7.8 时域微分	69
2.3.1 三角形式的 FS	43	2.7.9 频域微分	70
2.3.2 复指数形式的 FS	45	2.7.10 时域积分	71
2.3.3 两种傅里叶级数展开形式之间的联系	46	2.7.11 频域积分	71
2.3.4 具有对称性的周期信号的 FS	49	2.7.12 时域卷积定理	72
2.3.5 周期信号的傅里叶频谱	50	2.7.13 频域卷积定理	72
2.4 非周期信号的频谱分析——傅里叶变换(FT)	54	2.7.14 帕斯瓦尔定理	72
2.4.1 非周期信号的频谱密度	54	2.8 周期信号的 FT	73
2.4.2 傅里叶变换的定义	55	2.8.1 正余弦信号的 FT	73
2.4.3 FT 与 IFT 的特性	55	2.8.2 一般周期信号的 FT	74
2.4.4 FT 存在的充分条件	56	2.9 抽样信号的 FT 及抽样定理	76
2.5 典型非周期信号的傅里叶变换	57	2.9.1 抽样信号的 FT	77
2.5.1 单边指数信号	57	2.9.2 时域抽样定理	77
2.5.2 双边指数信号	58	2.9.3 矩形脉冲抽样	79
2.5.3 矩形脉冲信号	58	习题	81
2.5.4 符号函数	59	第3章 拉普拉斯变换	87
2.6 冲激信号和阶跃信号的傅里叶变换	60	3.1 引言	87
2.6.1 冲激信号	60	3.2 拉普拉斯变换的定义	88
2.6.2 直流信号	61	3.2.1 拉普拉斯变换的收敛域	90
2.6.3 单位阶跃信号	61	3.2.2 常见函数的拉普拉斯变换	91
2.7 傅里叶变换的性质	62	3.3 拉普拉斯变换的基本性质	92
2.7.1 线性	62	3.4 拉普拉斯逆变换	95
2.7.2 反褶与共轭性	62	3.4.1 用留数定理求逆变换	95
2.7.3 奇偶虚实性	63	3.4.2 用部分分式法求逆变换	96
2.7.4 对称性	66	3.5 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	99
2.7.5 尺度变换	67	3.5.1 从 FT 求 LT	99
2.7.6 时间平移(延时)	68	3.5.2 从 LT 求 FT	99
2.7.7 频移	69	习题	101
		第4章 Z 变换	103
		4.1 引言	103
		4.2 Z 变换的定义	103
		4.3 Z 变换的收敛域	104
		4.3.1 有限长度序列	106

4.3.2 右边序列	107	5.3 抽样信号频谱的数值计算——	
4.3.3 左边序列	108	离散时间傅里叶变换 DTFT ...	135
4.3.4 双边序列	108	5.3.1 用离散序列值计算抽样	
4.3.5 Z 变换极点位置与		信号的频谱	135
收敛域的关系	109	5.3.2 关于 DTFT 公式的几点	
4.4 常用序列及其 ZT	111	说明	136
4.4.1 单位冲激序列 $\delta(n)$	111	5.3.3 频率归一的 DTFT	137
4.4.2 单位阶跃序列 $u(n)$	111	5.3.4 DTFT 的基本性质	138
4.4.3 矩形脉冲序列 $G_N(n)$...	111	5.4 加窗序列的 DTFT	139
4.4.4 单位斜变序列 $nu(n)$...	112	5.4.1 加窗对序列频谱的影响 ...	140
4.4.5 单边指数序列 $a^n u(n)$...	112	5.4.2 小结	141
4.4.6 单边正、余弦序列	113	5.5 DTFT 的数值计算——连续	
4.5 Z 变换的性质	113	频谱离散化	141
4.5.1 线性	113	5.5.1 某个频率处的 DTFT 频	
4.5.2 时域平移	114	谱密度值	142
4.5.3 序列线性加权		5.5.2 某个频率范围上均匀分布	
(z 域微分)	116	的多个频率点的 DTFT	
4.5.4 序列指数加权(z 域		频谱密度值	143
尺度变换)	116	5.6 离散傅里叶变换 DFT	144
4.5.5 序列反褶	117	5.6.1 DFT 的定义	144
4.5.6 时域共轭	118	5.6.2 DFT 的矩阵表示法	144
4.5.7 初值定理	119	5.6.3 补零与回绕	145
4.5.8 终值定理	119	5.6.4 离散傅里叶逆变换 IDFT ...	147
4.5.9 时域卷积定理	120	5.7 DFT 的性质	148
4.5.10 z 域卷积定理	121	5.7.1 DFT 频谱的特点	148
4.5.11 帕斯瓦尔定理	122	5.7.2 DFT 变换的性质	150
4.6 逆 Z 变换	122	5.8 DFT 的快速算法——FFT ...	156
4.6.1 部分分式展开法	123	5.8.1 DFT 的算法复杂度	156
4.6.2 幂级数展开法	125	5.8.2 快速傅里叶变换(FFT)的	
4.6.3 留数法	127	算法原理	157
习题	130	5.8.3 FFT 的算法流程	159
第 5 章 离散时间信号的傅里叶		5.9 DFT 应用中的问题	163
分析	134	5.9.1 频带分析宽度与频率	
5.1 引言	134	分辨率	163
5.2 抽样信号频谱与连续时间信号		5.9.2 序列加窗与频谱泄漏 ...	164
频谱的关系	134	5.9.3 频谱离散化与栅栏效应 ...	164

5.9.4	DTFT 物理频率分辨率与 DFT 计算频率分辨率·····	165	6.3.2	系统传递函数与差分 方程的关系·····	182
5.9.5	DFT/IDFT 与连续时间 信号的频谱分析·····	166	6.3.3	系统传递函数与系统频率 响应的关系·····	183
习题	·····	167	6.3.4	系统传递函数与系统 因果性和稳定性的关系···	185
第 6 章	系统分析与数字滤波器 设计·····	172	6.3.5	小结·····	185
6.1	引言·····	172	6.4	滤波器的基本概念·····	185
6.1.1	系统的概念·····	172	6.4.1	引言·····	185
6.1.2	系统的激励与响应·····	172	6.4.2	模拟滤波器·····	186
6.1.3	系统的表示方法·····	173	6.4.3	数字滤波器·····	187
6.2	线性时不变系统·····	175	6.5	FIR 数字滤波器的设计·····	188
6.2.1	线性系统·····	176	6.5.1	窗函数法设计低通 FIR 滤波器·····	189
6.2.2	时不变系统·····	176	6.5.2	其他类型 FIR 滤波器的 设计·····	192
6.2.3	线性时不变系统特性的 表征方法·····	176	6.6	IIR 数字滤波器的设计·····	194
6.2.4	线性时不变系统的串联与 并联·····	178	6.6.1	双线性变换法设计低通 IIR 滤波器·····	195
6.2.5	线性时不变系统的 因果性·····	179	6.6.2	其他类型 IIR 滤波器的 设计·····	198
6.2.6	线性时不变系统的 稳定性·····	180	习题	·····	199
6.3	线性时不变系统的传递函数···	181	参考文献	·····	203
6.3.1	系统传递函数的定义···	181			

第1章 基本概念

1.1 信号的概念

1.1.1 信息、消息和信号

本课程主要讲述有关信号处理的一些基本原理和方法，特别是如何用计算机这种数字处理设备来进行信号处理。

人类对自然界的认识和改造过程都离不开对自然界中的信息的获取和处理。所谓信息，是指存在于客观世界的一种事物形象，是关于事物运动规律的知识，一般泛指消息、情报、指令、数据、信号等有关周围环境的知识。

物质的形态和特性在时间或空间上的变化，以及非物质的人类社会的各种活动，都会产生信息。我们生活在信息的海洋之中，获取并处理信息的活动是人类最基本的活动之一。从某种意义上说，信息交换能力也是人类得以成为人类的重要原因。

消息是指用来表达信息的某种客观对象，如电话中的声音，电视中的图像，雷达的目标距离、高度、方位等参量，这些都是消息。通常把含有信息的文字、声音、图像或编码等分别按一定规则约定而成的符号统称为消息。在我们得到一个消息之后，可能得到一定的信息，而我们所得到的信息与我们在得到消息前以及得到消息后对某一事件的无知程度无关。因此，可把信息与消息在含义上的区别概括为：信息是消息中不确定性的消除（也就是该消息给予受信者的新知识），消息就是知道了的信息。

信号是带有信息的某种物理量，如电信号、光信号、声音信号等。因此，信号是消息的表现形式，而消息则是信号的具体内容。消息的传送一般都不是直接的，而必须借助于一定形式的信号才能便于传输和进行各种处理。由于信号是带有信息的某种物理量，因此这些物理量的变化包含着信息。

可见，信号是与物理量相联系着的。这就为我们对它们进行研究定下了物理背景。换言之，为了很好地理解某些信号，有时需要思考一下它对应的物理现象和蕴涵的物理规律。

1.1.2 描述信号的方法

前面我们知道了信号的重要作用，也知道了它是与物理量有一定关系的，那么怎样表示信号，或者说，如何来描述信号呢？

信号作为带有信息的某种物理量,可以随时间或空间变化。因此,在数学上,信号可以用一个或几个独立变量的函数来表达,即用数学函数符号来表示信号,对信号的各种处理、变换都可以用数学函数来表述。需要特别指出的是,虽然本书后面常将“信号”与“函数”这两个词相互通用,但信号与函数在概念的内涵和外延上都是有本质区别的。信号一般是时间变量 t 的函数,但函数并不一定是信号。信号是实际的物理量或物理现象,而函数则只是一种数学上对于映射关系的抽象定义。

此外,信号也可以用物理量随时间或空间变化的图形来直观表示,即用信号的波形来表示信号。例如,日常生活中所用的交流电的相位是随时间不断变化的,我们可以在相位与时间之间建立函数关系,一般用 $\sin(t)$ 来表示,即交流电的相位这种信号可以用三角函数 $\sin(t)$ 来描述。如果将相位与时间之间的关系用图形表示出来(如图1-1所示),则相对比较直观,便于从中发现一些有关信号的规律。

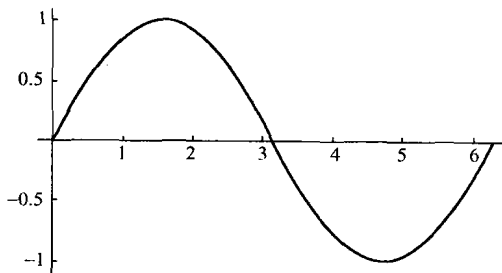


图1-1 相位与时间之间关系的图形表示

除了上述两种直观的信号描述方法以外,还可以用信号的频谱来描述信号。关于频谱的概念,我们将在以后的章节中详细讲解。这里要说明的是,我们通常视信号频谱为信号的一种间接描述,而将其数学描述和波形描述视为是对信号的直接描述。

事实上,人们一般更倾向于把频谱作为一种信号分析方法或者说手段,而不太强调它也是一种信号描述方法。这里,描述的含义要灵活地理解。因为频谱与信号有一一对应关系,所以从频谱就可以知道对应信号的特点——而信号特点正是我们在描述信号时所要表现出来的——因此,可以说频谱是对信号的描述。

1.2 信号的分类

为了研究信号处理的方法,我们先要搞清楚信号有哪些种类,每类信号各有什么特点,以及对应的处理方式。通过这些分类,我们还可以更清楚地认识到在本书中所学知识适用于处理哪些信号,以及实际信号应用何种方法处理。

1.2.1 确定信号与随机信号

根据信号的取值是否确定,可以将信号分为确定信号和随机信号。

如果信号可以用确定的数学表达式来表示,或用确定的信号波形来描述,则称此类信号为**确定信号**。在工程上,有许多物理过程产生的信号都是确定信号。例如,卫星在轨道上运行时的轨迹变化,电容器通过电阻放电时电路中的电流变化等。

如果信号只能用概率统计方法来描述,其取值不可预知,即具有不确定性,则称此类信号为**随机信号**。随机信号也是工程中一类应用广泛的信号。例如,在通信传输中引入的各种噪声,海面上海浪的起伏等。

随机信号是工程中一类很重要的信号。如果考虑到差异总是存在的,从这个意义上讲,甚至可以说我们接触的实际信号都是随机信号。当差异在应用上可以忽略或在工程上难以检测时,我们通常就认为信号是确定性的。如果差异变化很大,就不能视为是确定性信号,对这类信号,通常需要用统计方法来研究。这些内容属于随机信号处理的范畴,本书不予讨论,感兴趣的读者可以阅读相关书籍。

1.2.2 实值信号与复值信号

在探讨了信号取值的随机性问题之后,现在来看看信号所取值的类别。根据信号的取值是否只能是实数,可以将信号分为实值信号和复值信号。

如果信号的取值只能是实数,则称此类信号为**实值信号**,简称**实信号**。物理可实现的信号都是实信号,例如,无线电信号、电视信号和雷达信号。

如果信号在复数域中取值,即信号的值为一般的复数,则称此类信号为**复值信号**,简称**复信号**。

什么样的实际信号会取值为复数呢?实际上,现实生活中的信号都是实信号!不过,虽然在实际中不能产生复信号,但采用复信号来代表某些物理量,往往更便于进行理论分析。在学习后续章节内容时,大家会发现引入这种信号的确使得研究问题更方便了。

1.2.3 时间连续信号与时间离散信号

根据信号的取值在时间上是否是连续的(不考虑个别不连续点),可以将信号分为时间连续信号和时间离散信号。

除个别不连续点外,如果信号在所讨论的时间段内的任意时间点都有确定的函数值,则称此类信号为**时间连续信号**,简称**连续信号**。连续信号的函数值可以是连续的,也可以是离散的。

若信号的时间与取值都是连续的,则称此类信号为**模拟信号**。例如,信号 $f(t) = \sin(t)$ 的时间和取值都是连续的,即为模拟信号。

如果信号的时间连续,但取值是离散的,则称此类信号为**量化信号**。

注意 这里的“连续”是指允许信号在任意的时间点上取值。

若信号只在离散时间瞬间才有定义,则称此类信号为**时间离散信号**,简称**离散信号**。离散信号也常称为**序列**。此处“离散”是指在某些不连续的时间瞬间给出函数值,在其他时间没有定义。离散信号的函数值可以是连续的,也可以是离散的。

若离散信号的取值是连续的,则也可称此类信号为**抽样信号**(或**取样信号**、**采样信号**)。若离散信号的取值是离散的,则可称此类信号为**数字信号**。

注意 这里的“连续”是指对信号的取值是连续的,没有限制。这与前面讲的“连续”是有差别的。

下面是一些典型的信号的波形。

1) 时间连续信号:矩形脉冲信号,如图 1-2 所示。

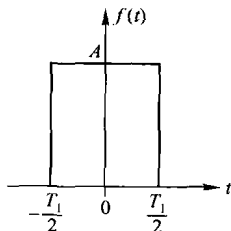


图 1-2 矩形脉冲信号

2) 模拟信号: $\sin(t)$ 信号,如图 1-3 所示。

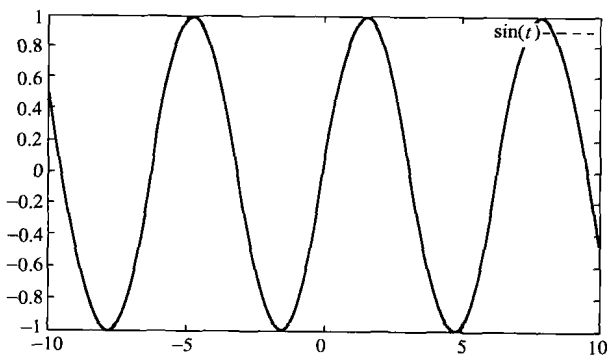
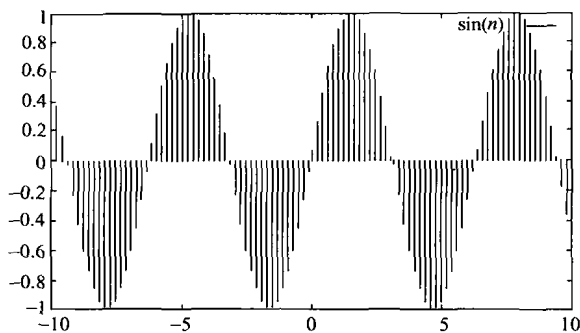
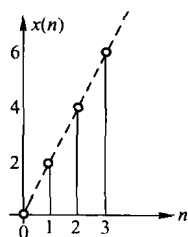


图 1-3 $\sin(t)$ 信号

3) 抽样信号: $\sin(n)$ 信号,如图 1-4 所示。

4) 数字信号: $x(n) = 2n$, $n = 0, 1, 2, \dots$,如图 1-5 所示。

综上所述,连续信号有两种:一种取值是连续的,另一种取值是离散的;离散信号有两种:一种取值是连续的(这也叫抽样信号),另一种取值是离散的(这也叫数字信号)。

图 1-4 $\sin(n)$ 信号图 1-5 $x(n) = 2n$

1.2.4 周期信号与非周期信号

若信号按照一定的时间间隔周而复始地重复出现,并且无始无终,则称此类信号为**周期信号**。其表达式可以写作

$$f(t) = f(t \pm nT) \quad n=0, 1, 2, \dots (\text{任意整数}), T>0$$

其中 nT 称为 $f(t)$ 的周期,而满足关系式的最小 T 值则称为信号的基本周期。为叙述方便,在不致引起混淆的情况下,如不作特别强调,今后我们将把“基本周期”简称为“周期”。

若信号在时间上不具有周而复始的特性,即信号重复出现的周期趋于无限大,则称此类信号为**非周期信号**。

把非周期信号的周期视为无穷大,是一种很有用的思想。后面我们在学习傅里叶变换时,就需要用到这个思路。此外,周期信号可以视为是由非周期信号周而复始地重复而得到的,这种思想也很重要。

1.2.5 能量信号与功率信号

在研究过程中,我们有时需要知道信号的能量特性和功率特性。对连续信号 $f(t)$ 和离散信号 $f(n)$,我们分别定义它们在区间 $(-\infty, \infty)$ 上的能量 E 为:

$$E[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$$

$$E[f(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |f(n)|^2$$

信号的功率 P 是区间 $(-\infty, \infty)$ 上的平均功率, 即

$$P[f(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$$

$$P[f(n)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |f(n)|^2$$

功率是能量在一定时间内的平均值, 所以在公式里要除以时间长度。对于离散信号来讲, 这个时间长度就是信号的离散样本点数。

如果信号的能量 $0 < E < \infty$, 则称之为**能量有限信号**, 简称**能量信号**。如果信号的功率 $0 < P < \infty$, 则称之为**功率有限信号**, 简称**功率信号**。之所以要对信号做这样的区分, 是因为在对信号进行各种变换处理时, 需要根据信号是功率信号还是能量信号予以不同的处理。能量信号的平均功率为零, 所以只能从能量去加以研究。例如, 非周期的脉冲信号就是能量信号。功率信号的总能量为无限大, 能量对于此类信号没有意义。例如, 所有的周期信号都是功率信号。

1.2.6 奇异信号与普通信号

若信号本身有不连续点, 或其导数与积分存在不连续点, 而且不能以普通函数的概念来定义, 则称此类信号为**奇异信号**, 反之, 则称为**普通信号**。

关于典型的普通信号以及常见的几个奇异信号, 将在后文中详细讲述。

1.2.7 因果信号与非因果信号

若当 $t < 0$ 时, $f(t) = 0$, 当 $t \geq 0$ 时, $f(t) \neq 0$, 则 $f(t)$ 为**因果信号**。反之, 则称为**非因果信号**。“非”即“不是”, 是指逻辑上的非此即彼的意思。为叙述方便, 若信号在 $t > 0$ 时, $f(t) = 0$, 而在 $t \leq 0$ 时, $f(t) \neq 0$, 则称 $f(t)$ 为**反因果信号**。“反”即“相反”, 是指信号非零区域与因果信号正好相反。显然, 非因果信号未必是反因果信号, 但反因果信号一定是非因果信号。

因果信号只在自变量的非负左闭区间 $[0, \infty)$ 才取非零值; 而反因果信号则在自变量的正半轴开区间 $(0, \infty)$ 取值均为零。显然, 一个在整个自变量区间都存在非零值的信号, 可以表示成为一个因果信号和一个反因果信号的和。非因果信号是不满足因果信号定义的信号, 即在 $(-\infty, 0)$ 区间信号有非零的取值。

这种分类在分析系统性能时比较有用。

1.3 典型普通信号

典型的普通信号有指数信号、正弦信号、复指数信号、高斯信号和 $\text{Sa}(t)$ 信号。下面我们分别加以介绍。

1.3.1 指数信号

指数信号的数学表达式为： $f(t) = ke^{at}$ ，其中参数 a 是实数。

指数信号通常是对“实指数信号”的一种简称。如果指数是复数，则被称为“复信号”，复信号有很多好的特性，我们将在后面进行介绍。下面，我们先来看看指数信号的一些特性。

指数信号参数 a 控制着信号的特性：

1) 参数 a 的符号决定信号是取值不断减小的衰减型，还是取值不断增大的增长型。 a 为负，则信号衰减； a 为正，则信号增长。

2) 参数 a 的绝对值大小则决定信号变化（衰减或增长）的速度快慢。 a 的绝对值越大，则信号变化的速度越快。

指数信号的一个特殊情况是：当 $a = 0$ 时，信号成为直流信号，这时 $f(t) = k$ 是一个不随时间变化的恒定值，其波形是一条与时间轴平行的直线。

指数信号的波形表示如图 1-6 所示。

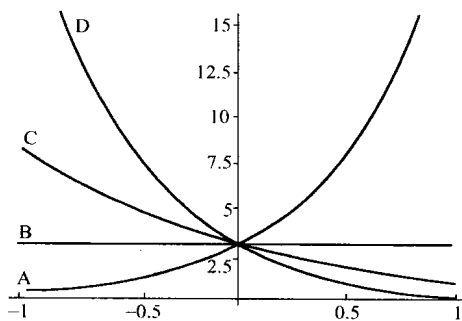


图 1-6 指数信号的波形表示

指数信号具有一个重要特性，即它对时间的微分或积分仍然是指数信号。这里的微分与积分是对信号的运算，我们将在 1.4 节中讲述。

1.3.2 正弦信号

正弦信号和余弦信号仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$ ，常统称为正弦信号，其表达式一般写作 $f(t) = k\sin(\omega t + \theta)$ 。图 1-7 中是正弦信号和余弦信号的一个片段，可以看出它们之间只有相位差，而波形则是一样的。

在信号的几个参数中， k 是正余弦信号的幅度， ω 是正余弦信号的角频率， θ 是信号的初相位（显然，正弦信号的初相位为零，而余弦信号的初相位为 $\frac{\pi}{2}$ ）。这些是三角函数的重要参数，它们决定了函数波形的形状。

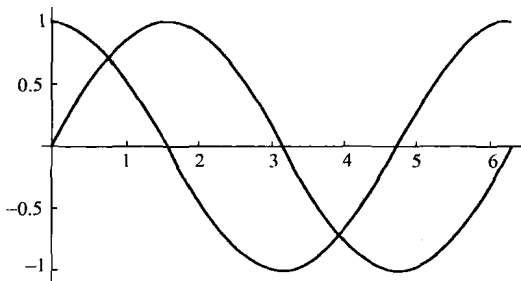


图 1-7 正弦信号和余弦信号片段

正弦信号是周期信号，其周期与角频率和频率之间的关系满足下列关系式：

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

即正弦信号的周期蕴含在它的参数 ω 中。

我们已经知道指数信号的一个重要性质——信号经过微分或积分后仍然是原类型的信号，正弦信号也有类似的特性。

1.3.3 复指数信号

复指数信号的函数表达式为 $f(t) = ke^{st}$ 。其中 $s = \sigma + j\omega$ ， σ 是复数 s 的实部， ω 为其虚部。

借助欧拉公式可将复指数信号的函数表达式进一步展开。欧拉公式为：

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$$

$$e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j\sin(\omega t)$$

因而复指数信号的展开式为：

$$\begin{aligned} f(t) &= ke^{st} \\ &= ke^{(\sigma + j\omega)t} \\ &= ke^{\sigma t} \cos(\omega t) + jke^{\sigma t} \sin(\omega t) \end{aligned}$$

此结果表明，一个复指数信号可以分解为实部、虚部两部分。实部含余弦信号，而虚部则是正弦信号。

根据上面的关系式，我们常将正弦信号和余弦信号借助于复指数信号来表示。利用欧拉公式可推导出

$$\sin(\omega t) = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$

$$\cos(\omega t) = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$$

不仅如此，利用复指数信号可以使许多运算和分析得以简化。在信号分析与处理领域中，复指数信号是一种非常重要的基本信号。虽然在现实世界中是不存在复