教育部规划 中等职业学校文化课教材

数学 1

工科类●第一册

全国中等专业学校数学课程组 组编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

教育部规划

中等职业学校文化课教材

数　学

（工科类）

第一册

全国中等专业学校数学课程组　组编

丁百平　主编

高等教育出版社

内容提要

本书是全国中等专业学校数学课程组根据教育部2000年颁布的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》组织编写的工科类中等职业学校数学教材．与本教材配套的教学参考书和习题册同时出版．

本教材内容包括：集合与逻辑用语，不等式，函数，指数函数与对数函数，任意角的三角函数，数列、数列极限．

本书除可作为中等职业学校数学课程的教材外，也可作为自学者的参考书．

图书在版编目(CIP)数据

数学(工科类)第一册/丁百平主编；—北京：高等教育出版社，2000(2005年重印)

ISBN 7-04-008247-0

Ⅰ．数… Ⅱ．丁… Ⅲ．数学-专业学校-教材 Ⅳ．01

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第62089号

数学(工科类)第一册

全国中等专业学校数学课程组　组编

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-82028899		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店上海发行所		
排　　版	南京理工排版校对公司		
印　　刷	上海师范大学印刷厂		
开　　本	787×1092　1/16	版　　次	2000年7月第1版
印　　张	11.75	印　　次	2005年8月第9次印刷
字　　数	290 000	定　　价	12.90元

前　言

面向21世纪,中国的职业技术教育改革迈出了重要的一步.教育部于2000年审定并通过了《中等职业学校数学教学大纲(试行)》.这一大纲的颁布与实施,为中等职业学校数学课程的教学改革指明了方向.为了配合此新教学大纲的颁布与实施,全国中等专业学校数学课程组组织数学教材编写组,根据新大纲,并参考普通高中的数学教学基本要求,编写了这套《数学》教材.为适应各种不同类别的中等职业学校的需要,本教材按照模块式编排,共有七个模块,其中必学部分有四个模块(一、函数;二、向量、复数;三、几何;四、概率与统计初步.)选学部分有三个模块(五、微积分初步;六、统计;七、拓宽和提高).全套教材共分三册出版,第一册:函数;第二册:向量,复数,几何;第三册:概率与统计初步,微积分初步,统计.

本教材按照《中等职业学校数学教学大纲(试行)》的要求,贯彻"加强基础,注重能力培养,突出应用,增加弹性,适度更新,兼顾体系"的原则,在教学内容、体例安排、教材结构、练习设置等方面,力求体现中等职业教育专业广、工种多的特点,将现代生活及各类专业学习中均有着广泛应用的基础知识作为必学内容,着重培养学生分析问题和解决问题的能力,以保证高中阶段的基本数学水准.教材通过模块式的编排,让有不同要求的专业及学有余力的学生选择不同的内容,使教材具有了一定的弹性,从而适用面更为广泛.同时,为方便教学,与教材相配套的教学参考书和习题册同步发行.在教材中,练习题附在每节内容之后,供课堂练习使用,复习题附在每章内容之后,供复习本章知识使用;在教学参考书中,给出了教材中练习、复习题及习题册的全部参考答案与提示;习题册供课内或课外作业使用.

参加本教材编写的有上海水产学校丁百平,九江船舶工业学校胡胜生,芜湖机械学校夏国斌,上海航空工业学校潘碚.全书由丁百平主编.第一册由丁百平统稿,第二册由胡胜生统稿,第三册由夏国斌统稿.参加审稿的有广东省水利电力学校沈彩华(主审第一册),四川省机械工业学校李以渝(主审第二册),渤海船舶工业学校杜吉佩(主审第三册),安徽银行学校余志祖,承德工业学校陈祖泽,北京二轻工业学校张进军,上海环境工程技术学校周建和,全套教材由上海航空工业学校张又昌总体策划并主审.

本书在编写过程中,得到了教育部职业教育与成人教育司、全国职业教育教学指

导委员会、中等职业教育文化基础课程教学指导委员会以及高等教育出版社有关领导和编辑的热情关心和指导，得到了北京、上海、江苏、安徽、江西、四川、广东、辽宁、河北、天津等省市教育部门和部分中等职业学校的大力支持，在此谨表示深切的感谢！

限于编写水平，不妥之处在所难免，衷心欢迎广大从事职业教育的教师、专家提出批评指正.

全国中等专业学校数学课程组

2000年4月

目　　录

第1章

集合与逻辑用语

集合是现代数学中最基本的概念之一，它已广泛地渗透到数学的各个领域. 学习集合的初步知识，对进一步学习数学有着重要的意义. 逻辑用语是数学中最常用的语言，是数学中说明问题和论证结论的主要工具. 本章将介绍集合的一些基本概念及集合的简单运算，也将介绍命题、逻辑联词和充要条件等逻辑用语.

§1-1 集合的概念

一、集合及其表示法

在日常生活中，经常把具有某种性质的对象作为一个整体加以研究，例如：

(1) 某校一年级的全体学生；

(2) 某机械工厂的全部机床；

(3) 所有的有理数；

(4) 平面直角坐标系中直线 $y = x + 1$ 上的所有的点；

(5) 所有的锐角三角形.

它们分别是由一些人、物、数、点和图形组成的. 每个组里的对象都具有某种特定的属性.

把具有某种特定属性的对象所组成的总体称为**集合**，简称**集**. 把组成集合的各个对象称为这个**集合的元素**.

例如，上面研究的例子中，第(1)组是由某校一年级的全体学生组成的集合，某校一年级的每一个学生都是它的元素；第(2)组是由某机械工厂的所有机床组成的集合，这个机械工厂的每一台机床都是这个集合的元素；第(3)组是由全体有理数组成的集合，任何一个有理数都是它的元素；第(4)组是由平面直角坐标系中直线 $y = x + 1$ 上的所有的点组成的集合，这一直线上的每一个点都是它的元素；第(5)组是由所有的锐角三角形组成的集合，任何一个锐角三角形都是它的元素.

含有有限个元素的集合称为**有限集**. 上面的(1)、(2)两个集合都是有限集. 含有无限个元素的集合称为**无限集**. 上面(3)、(4)、(5)都是无限集.

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的. 这就是说，任何一个对象或者是这个给定的集合的一个元素，或者不是它的元素. 例如，$\frac{1}{2}$是有理数集合的一个元素，$\sqrt{2}$不是有理数集合的元素.

对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的. 这就是说，集合中的任何两个元素都是不同的元素. 相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素. 因此，集合中的元素是没有重复的.

由于集合是由一些对象组成的一个总体. 因此集合的元素是没有顺序的. 例如，由三个字母 a, b, c 组成的集合和由 b, c, a 组成的集合是同一个集合.

集合的表示法，常用的有列举法和描述法.

把集合的元素一一列举出来，外加花括号表示集合的方法称为**列举法**. 例如，由 a, b, c 三个字母组成的集合，可表示为$\{a, b, c\}$. 又如，由方程 $x^2-4=0$ 的根组成的集合可表示为$\{-2, 2\}$.

有的集合含元素较多，或元素的个数是无限的. 为了书写简便，有时可不写出全部元素而用省略写法. 例如，由 1 至 1 000 的全部正整数组成的集合可省略地表示为$\{1, 2, 3, \cdots, 999, 1\,000\}$.

把集合中的元素的特定属性描述出来，写在花括号内表示集合的方法，称为**描述法**. 表达的方式通常为：在花括号内先写上这个集合的元素的一般形式，再加一条竖线，在竖线右边写上这个集合的元素的特定属性.

例如，由 0 与 1 之间的一切实数组成的集合可表示为 $\{x|0<x<1\}$. 锐角三角形组成的集合可表示为 $\{x|x$ 是锐角三角形$\}$. 有时，为了书写简便，花括号内的竖线及前面的元素的一般形式可省略不写. 例如，锐角三角形组成的集合可表示为{锐角三角形}.

在具体表示集合的时候，究竟采用何种表示方法，这要视情况而定，有时用两种表示法均可，有时只能用一种表示法.

由数组成的集合称为**数集**. 常见的数集有**自然数集**、**正整数集**、**整数集**、**有理数集**和**实数集**. 为了今后使用方便，现将它们各自的记号列表如下：

表 1-1　常见的数集

集合名称	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记号	**N**	$\mathbf{N}_+$或$\mathbf{N}^*$	**Z**	**Q**	**R**

请注意，自然数集，即非负整数集(用记号 **N** 表示)和正整数集 $\mathbf{N}_+$是有区别的.

为了方便起见，有时我们还用 $\mathbf{Q}_+$ 表示正有理数集，用 $\mathbf{R}_-$ 表示负实数集，等等.

由点组成的集合称为**点集**. 点集可用下面例子中的方法表示.

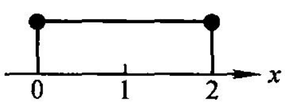
例 1 用描述法表示下面的点集：

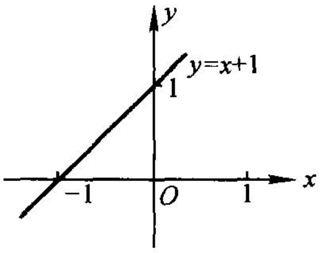
(1) 数轴上所有坐标不小于 0、不大于 2 的点组成的集合；

(2) 直角坐标平面内，直线 $y = x + 1$ 上所有的点组成的集合；

(3) 直角坐标平面第 I 象限内所有点组成的集合.

解 如图 1-1.





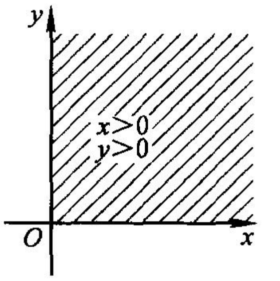


图 1-1

(1) 数轴上所有坐标不小于 0、不大于 2 的点组成的集合可表示为：

$$\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 2\};$$

(2) 直角坐标平面内，直线 $y = x + 1$ 上所有的点组成的集合可表示为：

$$\{(x, y) \mid y = x + 1\};$$

(3) 直角坐标平面第 I 象限内所有点组成的集合可表示为

$$\{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}.$$

二、集合与元素的关系

集合通常用大写字母 $A, B, C, \cdots$ 表示，集合的元素通常用小写字母 $a, b, c, \cdots$ 表示. 如果 a 是集合 A 的元素，就称"a 属于 A"，记作 $a \in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就称"a 不属于 A"，记作 $a \notin A$.

例如，$1 \in \mathbf{N}_+$，$0 \in \mathbf{N}$，$1.1 \notin \mathbf{N}$，$\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$.

不含任何元素的集合称为**空集**，记作 $\varnothing$. 例如，由方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数解组成的集合是一个空集. 只含一个元素的集合称为**单元素集**. 例如，由方程 $x - 1 = 0$ 的解组成的集合是一个单元素集 $\{1\}$. 至少有一个元素的集合称为**非空集合**. 由以上概念可知，空集 $\varnothing$ 与集合 $\{0\}$ 不同，$\varnothing$ 表示不含任何元素的集合，而 $\{0\}$ 表示由一个元素 0 组成的单元素集. 空集 $\varnothing$ 与 0 不同，$\varnothing$ 表示集合，0 表示一个数.

三、集合间的关系

1. 子集

先观察下面两个集合：

$$A:\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\},$$
$$B:\{1,\ 2,\ 3\}.$$

可以发现集合 B 中的任何一个元素都是集合 A 的元素. 对于集合之间的这种关系，给出下面的定义.

定义 设有两个集合 A 和 B，如果集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，那么集合 B 称为集合 A 的**子集**，记作 $A \supseteq B$ 或 $B \subseteq A$，读作“A **包含** B”或“B **包含于** A”.

例如，$\{1,\ 2,\ 3\} \subseteq \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$.

又如，$\mathbf{Z}$ 是 $\mathbf{Q}$ 的子集，即 $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$，$\mathbf{Q}$ 是 $\mathbf{R}$ 的子集，即 $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$.

对于任一非空集合 A，因为它的任何一个元素都是集合 A 的元素，所以 $A \subseteq A$，即任何集合都是它本身的子集.

我们规定，空集是任何集合 A 的子集，即 $\varnothing \subseteq A$.

2. 真子集

如果集合 B 是集合 A 的子集，并且集合 A 中至少有一个元素不属于 B，那么集合 B 称为集合 A 的**真子集**，记作 $A \supsetneqq B$ 或 $B \subsetneqq A$，读作“A **真包含** B”或“B **真包含于** A”.

例如，$\{1,\ 2,\ 3\} \subsetneqq \{1,\ 2,\ 3,\ 4,5\}$.

又如，$\mathbf{Z} \subsetneqq \mathbf{Q}$，$\mathbf{Q} \subsetneqq \mathbf{R}$.

容易知道，空集$\varnothing$是任何非空集合 A 的真子集，即 $\varnothing \subsetneqq A$.

任给两个集合，不一定具有包含关系. 例如，设 A：$\{1,\ 2,\ 3\}$，B：$\{2,\ 4,\ 6\}$，由于 A 中元素 1(或 3)不属于 B，所以 A 不是 B 的子集；又由于 B 中元素 4(或 6)不属于 A，所以 B 不是 A 的子集.

当集合 A 不是集合 B 的子集时，记作 $A \nsubseteq B$ 或 $B \nsupseteq A$ 读作“A **不包含于** B”或“B **不包含** A”.

例 2 设 A 表示集合$\{a,\ b,\ c\}$，写出 A 的所有子集.

解 集合 A 的所有子集为$\varnothing$，由 A 的一个元素组成的子集$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，由 A 的两个元素组成的子集$\{a,\ b\}$，$\{a,\ c\}$，$\{b,\ c\}$，以及 A 本身. 因此 A 的子集一共有 8 个.

例 3 设 A 表示集合 $\{a, b, c\}$，写出 A 的所有真子集.

解 由例 2 知，A 的真子集有 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}$. 一共有 7 个.

3. 集合的相等

对于两个集合 A，B，如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$，那么称这两个集合**相等**，记作 $A = B$.

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同.

例如，设集合 $A = \{a, b, c\}$，$B = \{b, a, c\}$，则 $A = B$.

又如，设集合 $A = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$，$B = \{-2, 2\}$，则 $A = B$. 即 $\{x \mid x^2 - 4 = 0\} = \{-2, 2\}$.

例 4 分别写出下列各题中两个集合的关系：

(1) $A = \{a, c, e\}$，$B = \{a, b, c, d, e\}$；

(2) $C = \{x \mid x^2 - 9 = 0\}$，$D = \{-3, 3\}$；

(3) $E = \{0\}$，$F = \{x \mid x^2 < 0\}$；

(4) $G = \{x \mid x - 2 = 0\}$，$H = \{x \mid |x| = 2\}$.

解 (1) $A \subsetneqq B$；

(2) 因为 C 含有两个元素 -3 与 3，所以 $C = D$；

(3) E 是含有一个元素的非空集合，由于在实数范围内任何数的平方不会是负数，所以 F 是空集，即 $F \subsetneqq E$；

(4) 因为 $G = \{2\}$，$H = \{-2, 2\}$，所以 $G \subsetneqq H$.

练习 1-1

1. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填入下列空格处：

5 ____ **N**；	0 ____ **N**；	-5 ____ **N**；
-3 ____ **Q**；	$\sqrt{3}$ ____ **Q**；	-5 ____ **Z**；
π ____ **R**；	0 ____ $\varnothing$；	a ____ $\{a, b\}$.

2. 写出下列集合的所有元素：

(1) 一年的四个季节的集合；

(2) 本学期本班所学课程的集合；

(3) 大于 2 小于 20 的奇数的集合；

(4) 方程 $(x - 2)(x^2 - 1) = 0$ 的实根组成的集合.

3. 用列举法或描述法表示下列集合：

(1) 水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星；

(2) 大于 3 小于 21 的偶数的集合；

(3) 所有能被 5 整除的正数组成的集合；

(4) 数轴上点 $x = 2$ 右边所有的点组成的集合.

§1-2 集合的运算

一、交 集

设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$，把 A 与 B 的公共元素组成一个新的集合 $C = \{1, 3, 5\}$. 对于这样的集合，给出下面的定义：

定义 设 A 和 B 是两个集合，把属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合称为 A 与 B 的**交集**，记作 $A \cap B$，读作"A **交** B"，即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

在上面的例子中，$A \cap B = \{1, 3, 5\}$.

求交集的运算称为交运算.

集合 A 与集合 B 的交集 $A \cap B$ 可用图 1-2 的阴影部分表示. 有四种情形：

(1) $A \cap B \neq \varnothing$（图 1-2(1)中阴影部分）；

(2) $A \cap B = \varnothing$（图 1-2(2)）；

(3) $B \subsetneqq A$，$A \cap B = B$（图 1-2(3)中阴影部分）；

(4) $A = B$，$A \cap B = A \cap A = A$（图 1-2(4)中阴影部分）.

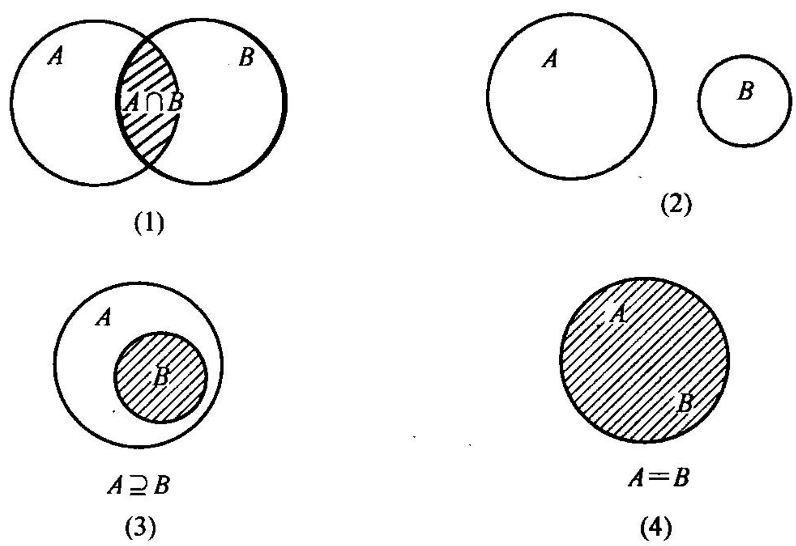


图 1-2

例 1 设 $A = \{x \mid x > -2, x \in \mathbf{Z}\}$，$B = \{x \mid x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$，求 $A \cap B$.

解 $A=\{x|x>-2, x\in\mathbf{Z}\}=\{-1, 0, 1, 2, 3, \cdots\}$,

$B=\{x|x<3, x\in\mathbf{Z}\}=\{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2\}$,

所以 $A\cap B=\{-1, 0, 1, 2\}$.

例 2 设 $A=\{x|x>-2\}$, $B=\{x|x<3\}$,求 $A\cap B$.

解
$$\begin{aligned}A\cap B&=\{x|x>-2\}\cap\{x|x<3\}\\&=\{x|x>-2 \text{ 且 } x<3\}\\&=\{x|-2<x<3\}.\end{aligned}$$

在数轴上表示如图 1-3.

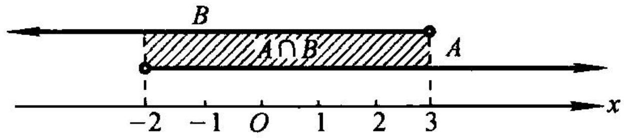


图 1-3

例 3 设 $A=\{1, 3, 5, 7\}$, $B=\{2, 4, 6, 8\}$,求 $A\cap B$.

解 A 和 B 没有公共元素,因此 $A\cap B=\varnothing$.

例 4 设 $A=\{(x, y)|3x+2y=5\}$, $B=\{(x, y)|2x-y=1\}$,求 $A\cap B$.

解 要求 $A\cap B$,需使 (x, y) 既是方程 $3x+2y=5$ 的解,又是方程 $2x-y=1$ 的解,即求方程组 $\begin{cases}3x+2y=5,\\2x-y=1\end{cases}$ 的解集. 容易解得 $\begin{cases}x=1,\\y=1.\end{cases}$ 因此, $A\cap B=\{(x, y)|x=1, y=1\}=\{(1, 1)\}$.

例 5 设 $A=\{12$ 的正约数$\}$, $B=\{18$ 的正约数$\}$, $C=\{$不大于 5 的自然数$\}$,求(1) $(A\cap B)\cap C$; (2) $A\cap(B\cap C)$.

解 因为 $A=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $C=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$,所以,

(1) $(A\cap B)\cap C=\{1, 2, 3, 6\}\cap\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}=\{1, 2, 3\}$;

(2) $A\cap(B\cap C)=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}\cap\{1, 2, 3\}=\{1, 2, 3\}$.

由交集的定义容易得出:对于任意集合 A, B,有 $A\cap\varnothing=\varnothing$; $A\cap A=A$; $A\cap B=B\cap A$; $A\supseteq A\cap B$; $B\supseteq A\cap B$; $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)=A\cap B\cap C$.

二、并 集

设集合 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$,把所有属于 A 或属于 B 的元素组成一个新的集合: $C=\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$,对于这样的集合,给出下面的定义.

定义 设 A 和 B 是两个集合,把属于 A 或属于 B 的所有元素组成的集合称为 A 与 B 的**并集**,记作 $A \cup B$, 读作"A **并** B",即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

求并集的运算称为并运算.

在上面的例子中,$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$.

集合 A 与集合 B 的并集 $A \cup B$ 可用图 1-4 的阴影部分表示.分四种情形:

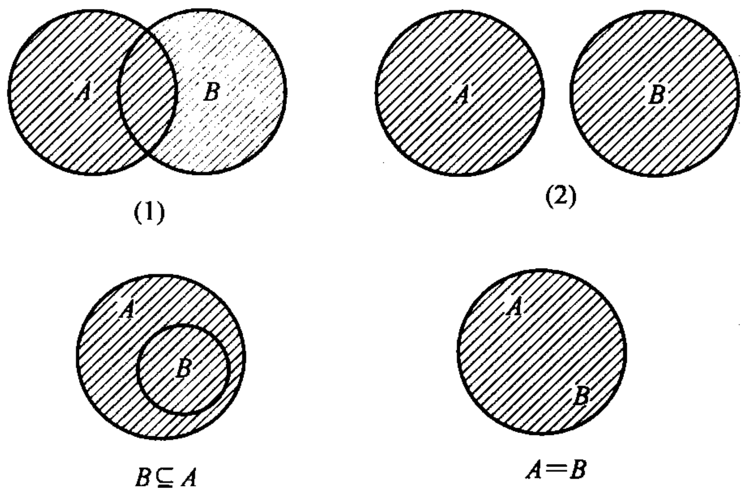


图 1-4

(1) 当 $A \cap B \neq \varnothing$ 时,$A \cup B$ 见图 1-4(1)的阴影部分;

(2) 当 $A \cap B = \varnothing$ 时,$A \cup B$ 见图 1-4(2)的阴影部分;

(3) 当 $B \subsetneqq A$ 时,$A \cup B = A$ 见图 1-4(3)的阴影部分;

(4) 当 $A = B$ 时,$A \cup B = A \cup A = A$, 见图 1-4(4)的阴影部分.

例 6 设 $A = \{x \mid (x-1)(x+3) = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 1 = 0\}$, 求 $A \cup B$.

解 因为 $A = \{x \mid (x-1)(x+3) = 0\} = \{-3, 1\}$,

$B = \{x \mid x^2 - 1 = 0\} = \{-1, 1\}$,

所以 $A \cup B = \{-3, 1\} \cup \{-1, 1\} = \{-3, -1, 1\}$.

例 7 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, $C = \{-2, 0, 2\}$, 求(1)$(A \cup B) \cup C$;(2)$A \cup (B \cup C)$;(3) $A \cup (B \cap C)$;

解 (1) $(A \cup B) \cup C = \{-1, 0, 1, 2\} \cup \{-2, 0, 2\}$

$= \{-2, -1, 0, 1, 2\}$;

(2) $A \cup (B \cup C) = \{1, 2\} \cup \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$= \{-2, -1, 0, 1, 2\}$;

(3) $A \cup (B \cap C) = \{1, 2\} \cup \{0\} = \{0, 1, 2\}$.

例 8 设 $A=\{x|-2<x<7\}$，$B=\{x|-3<x<6\}$，求 $A\cup B$.

解 $A\cup B=\{x|-2<x<7\}\cup\{x|-3<x<6\}=\{x|-3<x<7\}$.

在数轴上表示如图 1-5.

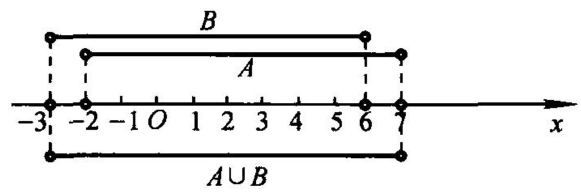


图 1-5

由并集的定义容易得出：对于任意集合 A，B，有 $A\cup\varnothing=A$；$A\cup A=A$；$A\cup B=B\cup A$. $A\subseteq A\cup B$；$B\subseteq A\cup B$；$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)=A\cup B\cup C$.

三、全集和补集

在研究某些集合的关系时，这些集合常常都是一个给定的集合的子集，这个给定的集合称为**全集**，用符号 I 表示，有时也用符号 Ω 表示. 全集包括了我们所研究的集合的全部元素. 上面的例 8 中，全集 $I=\mathbf{R}$.

在图 1-6 中，矩形表示全集 I，圆表示它的子集 A，对于矩形中的阴影部分，给出下面的定义.

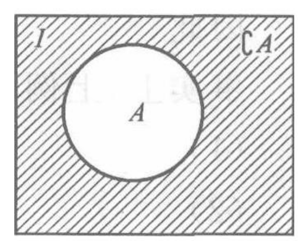


图 1-6

定义 设 I 为全集，A 是 I 的子集，即 $A\subseteq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，称为集合 A 在集合 I 中的**补集**，记作 $\complement_I A$，通常 I 可省去，简记为 $\complement A$. 读作"A 补"，即

$$\complement A=\{x|x\in I \text{ 且 } x\notin A\}.$$

求补集的运算称为补运算.

图 1-6 中的阴影部分就表示 A 的补集 $\complement A$.

由补集的定义及图 1-6，可以看出：

$$A\cup\complement A=I;\ A\cap\complement A=\varnothing;\ \complement I=\varnothing;\ \complement\varnothing=I;\ \complement(\complement A)=A.$$

求一个集合的补集时，必须先确定所取的全集. 不然，即使是同一集合 A，由于所取的全集不同，它的补集是不同的.

例如，设 $A=\{1, 2, 3\}$，若全集为 $I=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$，则 $\complement A=\{4, 5, 6\}$，若全集为 $I=\{1, 2, 3, 7, 9\}$，则 $\complement A=\{7, 9\}$.

例 9 设 $I=\{$三车间生产的产品$\}$，$A=\{$三车间的产品中的不合格品$\}$，求 $\complement A$.

解 因为 $\complement A$ 是三车间全部产品中去除不合格品后的所有产品，所以 $\complement A=\{$三车间的产品中的合格品$\}$.

例 10 设全集为实数集 $\mathbf{R}$,求有理数集 $\mathbf{Q}$ 的补集;设全集为整数集 $\mathbf{Z}$,求负整数集 $\mathbf{Z}_-$ 的补集.

解 在 $\mathbf{R}$ 中,$\complement\mathbf{Q}=\{$无理数$\}$;在 $\mathbf{Z}$ 中,$\complement\mathbf{Z}_-=\mathbf{N}$.

例 11 设 $I=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$,$A=\{1,3,5\}$,$B=\{2,4,6\}$,试证(1) $\complement(A\cup B)=\complement A\cap\complement B$;(2) $\complement(A\cap B)=\complement A\cup\complement B$.

证 (1) 因为 $A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$,

所以 $\complement(A\cup B)=\{7,8,9,10\}$.

又因为 $\complement A=\{2,4,6,7,8,9,10\}$,

$\complement B=\{1,3,5,7,8,9,10\}$,

所以 $\complement A\cap\complement B=\{7,8,9,10\}$.

因此 $\complement(A\cup B)=\complement A\cap\complement B$.

(2) 因为 $A\cap B=\varnothing$,所以 $\complement(A\cap B)=\complement\varnothing=I$.

又因为 $\complement A\cup\complement B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}=I$.

因此 $\complement(A\cap B)=\complement A\cup\complement B$.

事实上,上例所证的两个等式对于任意的集合 A 和 B 都是成立的.即

(1) $\complement(A\cup B)=\complement A\cap\complement B$;

(2) $\complement(A\cap B)=\complement A\cup\complement B$.

练习 1-2

1. 填空:

(1) $\{1,2,3,4\}\cap\{4,5,6,7\}=$ ________;

(2) $\{1,2,3,4\}\cup\{4,5,6,7\}=$ ________;

(3) $\mathbf{Q}\cup\mathbf{Z}=$ ________,$\mathbf{Q}\cap\mathbf{Z}=$ ________;

(4) 设 $I=\{1,2,3,4,5,6\}$,$A=\{1,3,5\}$,$B=\{2,4,6\}$,则 $\complement A=$ ________,$\complement B=$ ________,$\complement I=$ ________.

2. 设 $A=\{$直角三角形$\}$,$B=\{$斜三角形$\}$,求 $A\cup B$.

3. 用适当的集合填空:

(1)

$\cap$	A	B	$\varnothing$
A	____	$A\cap B$	____
B	____	____	____
$\varnothing$	____	____	____

(2)

$\cup$	A	B	$\varnothing$
A	____	____	____
B	____	____	____
$\varnothing$	____	____	____

(3)

$\cap$	A	$\complement A$	$\varnothing$	I
A	____	____	____	____
$\complement A$	____	____	____	____
$\varnothing$	____	____	____	____
I	____	____	____	____

(4)

$\cup$	A	$\complement A$	$\varnothing$	I
A	____	____	____	____
$\complement A$	____	____	____	____
$\varnothing$	____	____	____	____
I	____	____	____	____

§1-3 逻 辑 用 语

一、命　　题

在日常生活、生产和科学研究中，经常要说一些表示判断的语句，如“今天是星期一”、“含有未知数的等式称为方程”，这种句子称为**陈述句**.

有些陈述句叙述的事情是真的，例如

(1) 中国是亚洲最大的国家；

(2) $4>3$.

有些陈述句叙述的事情是假的，例如

(3) 地球是方的；

(4) 0 不是自然数.

有些陈述句叙述的事情，可能在叙述的时候尚不能判断是真是假，但到一定的时候能判断其是真是假，例如

(5) 明天是晴天.

能唯一地判断真假的陈述句称为**命题**. 一个命题叙述的事情要么是**真**的，要么是**假**的，不能既真又假.

例 1 语句“$x>3$”是否是一个命题？

解 如果 $x=4$，那么“$x>3$”是真的，如果 $x=2$，那么“$x>3$”是假的，于是“$x>3$”这语句可能是真的，也可能是假的，因此它不是命题.

由于当 x 表示的数明确时，“$x>3$”的真假性是确定的，因此在以后的讨论中，允许“$x>3$”这样的陈述句，只是它的真假性要随 x 的取值范围而定.

命题通常用小写字母 $p, q, r, \cdots$ 表示，例如

$$p: 4>3$$

意思是 p 表示命题“4 大于 3”.