

[英] 迈克尔·M·伍夫森 著
王继延 吴颖康 程靖 戴浩晖 译

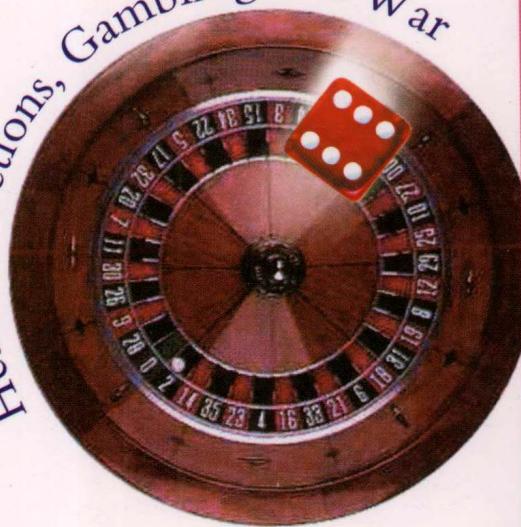
发现
数学
丛书

人人都来掷骰子

日常生活中的概率与统计

EVERYDAY
PROBABILITY
AND STATISTICS

Health, Elections, Gambling and War



上海科技教育出版社

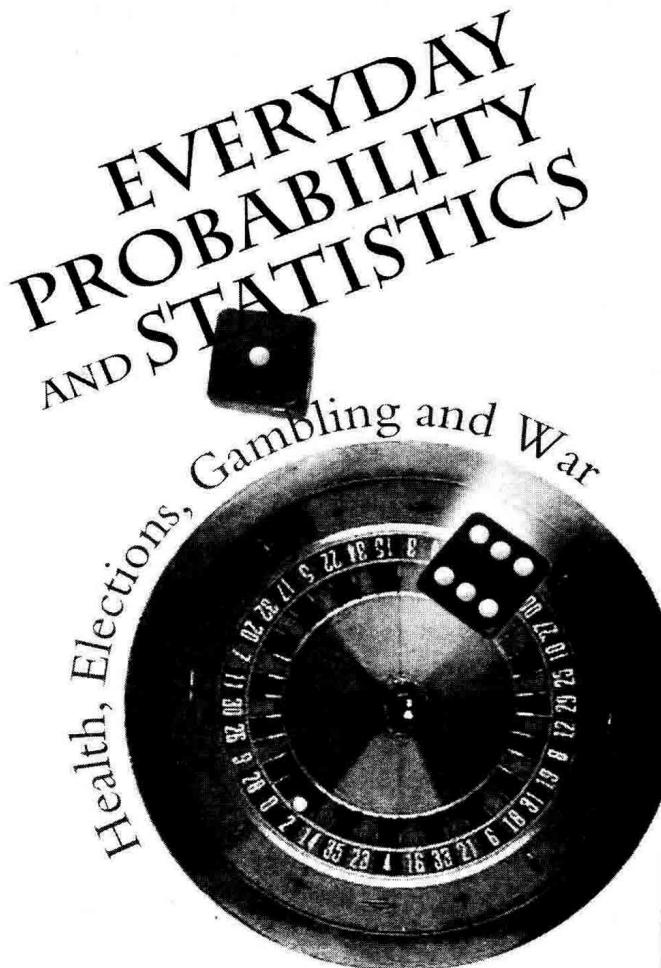
[英] 迈克尔·M·伍夫森 著
王继延 吴颖康 程靖 戴浩晖 译

发现
数学
丛书

人人都来掷骰子

日常生活中的概率与统计

上海科技教育出版社



**EVERYDAY PROBABILITY AND STATISTICS:
Health, Elections, Gambling and War**

By

Michael M. Woolfson

Copyright © 2008 by Imperial College Press.

This book, or parts thereof, may not be reproduced in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage and retrieval system now known or to be invented, without written permission from the Publisher.

Simplified Chinese translation arranged with Imperial College Press,
United Kingdom.

**2010 Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House
ALL RIGHTS RESERVED**

责任编辑 李凌 装帧设计 汤世梁

发现数学丛书
人人都来掷骰子
——日常生活中的概率与统计

[英]迈克尔·M·伍夫森 著

王继延 吴颖康 程靖 戴浩晖 译

上海世纪出版股份有限公司 出版发行

上海科技教育出版社 (上海市冠生园路393号 邮政编码200235)

网址: www.ewen.cc www.sste.com

各地新华书店经销 常熟华顺印刷有限公司印刷

ISBN 978-7-5428-5047-8/0·678

图字09-2009-237号

开本890×1168 1/32 印张6.5 字数168 000

2010年8月第1版 2010年8月第1次印刷

印数1-4 400 定价:15.00元

图书在版编目(CIP)数据

人人都来掷骰子：日常生活中的概率与统计/(英)
伍夫森著；王继延等译. —上海：上海科技教育出版社，
2010.8

(发现数学丛书)

ISBN 978 - 7 - 5428 - 5047 - 8

I . ①人… II . ①伍… ②王… III . ①概率论—普及读物 ②数理统计—普及读物 IV . ①021 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 126504 号

摘 要

概率和统计以各种各样的方式影响着普通百姓的生活——正如本书书名所示。信息常常是确切的，可总是会带有偏向性。本书提供了概率和统计的重要结论，而这并没有对读者施加数学上的重负。它将能使一个有才智的读者恰当地评价统计信息，并且理解同样的信息可以用不同的方式来描述。

序　　言

曾有那么一段时间，那是 19 世纪和 20 世纪的大部分，上流社会的人们坚持认为一个“有教养的人”必须精通拉丁文、希腊文和英国古典文学。那些持有如此观点的人，自称是有教养的名流，他们经常十分骄傲地宣称，他们没有能力和数或任何数学概念打交道。情况确是如此，人们现在还记得，曾有那么一位英国的财政大臣，自称他只能借助于火柴棒进行一些有关经济的计算。

时代已经发生了变化——现代社会比一个世纪之前的社会更为复杂。人们普遍享有政治选举权，教育更是广泛普及。信息通过报纸、广播、电视，和网络，更为广泛地得以传播，人们更为深刻地意识到影响我们日常生活的各种因素。统治者的功绩和不端、他们的长处和弱处，从未像现在那样暴露无遗。不可避免地，在多党民主政体下，各党癖好于强调，甚至过分强调自身的长处，以及政敌的不足。

在这种影响着教育、健康、治安、社会公益服务，以及日常生活的所有其他方面的声明与反诉的辩论中，统计起着一种支配性的作用。明智地运用统计数据对证实自己的正确性大有益助，然而不幸的是，政治家在演说时所依赖的只是贫乏的统计认识。一位维多利亚和后维多利亚时代的杰出政治家，伦纳德·亨利·考特尼 (Leonard Henry Courtney) (1832—1913) 在一次关于比例代表制的演讲中，用了这么一个短语：“谎言，弥天大谎和统计数据”^①。在这个演讲中，他简洁地概括了统计数据在希

① 本杰明·迪斯雷利 (1804—1881)，英国保守党领袖，英国首相 (1868、1874—1880)，曾说过，世界上有三种谎言：谎言，弥天大谎和统计数据。——译者

望获得政治利益的那些人的手中所起的作用。考特尼知道他在说什么，他是 1897—1899 年期间统计协会的会长。

现在给出一个假设的案例——执政党准备扩展一项公共服务。为了吸引更多的人投身这项服务，就必须增加 20% 的薪水，从而增加 20% 的人员。执政党自夸道，他们已经投入了大量的资金于这项公共服务，增加了 20% 的人员为全国提供服务。而反对党则说，国家的经费用得不值，因为 44% 的附加支出只能增加 20% 的服务。两个政党都没有说谎，他们所说的既不是谎言，更不是弥天大谎。但是他们都有所选择地运用统计数据来进行辩论。

为了弄清楚那轰击着社会的大量数字，人们必须理解它们的含义，以及它们是如何产生的，这样才能作出正式决定。你是愿意投入 44% 的附加经费来增加 20% 的服务呢，还是愿意保持原有的服务水平而不投入任何经费？你可以根据你的喜好作出明确的选择，然而这种选择并不能简单地打上“坏”或“好”的标签，因为那仅仅是选择而已。

统计在政治之外的日常生活中也起着作用。许多医疗上的决定取决于统计数据，因为每个人对于药物或手术的反应都会有无法预测的差别。所以采取的治疗手段的依据是使尽可能多的病人取得最好的结果，尽管这种治疗方法对于某些个别病人来说可能并不最合适。如若使用的资源有限，那么原则上只要那些资源的分配能使最大多数的人们获得最大的利益，就可以认定它们可以被人们所接受，尽管这可能导致某些人无法得到帮助。政治家和那些运作公共服务的人必须作出这类艰难的决定。所有的选择就本质而言，并不是在好与坏之间——而经常是在坏与更坏之间，一个成熟的社会应该理解这一点。

你是否经常注意到那种声称 10 位牙医中有 9 位极力推荐 X 牌牙膏的广告？这意味着什么？如果意味着整个国家十分之九的牙医都认可那种牙膏，那真是一个可怕的论断，应该给出更

换所使用的牙膏牌子的理由。或许也可能是意味着,由公司精心挑选的这 10 位牙医中 9 位推荐这款牙膏,而那位持异议的牙医,也许仅仅是为了使这个广告的论断看上去更为可靠而已。广告制造商擅长于对于各种不同的商品编造具有迷惑力的广告语,因此对这些广告应带有一些怀疑态度。也许某种消毒液的确能杀死 99% 的细菌,然而剩下的 1% 呢——它们是否会杀死你?

另一个擅长于操纵摆布统计数据的是媒体,特别是那些所谓通俗小报——这种报纸用大标题刊登某个流行偶像的通奸行为,而仅给非洲严重饥荒的新闻加上一则小标题,刊登于某个内页。这些报纸在影响公众的观点方面特别有效,他们常常通过巧妙地刊登挑选过的统计数据来影响公众的观点。1992 年英国普选时,当时在英国具有最大发行量的太阳报支持保守党,在投票前的几天里,他们在头版刊出不真实的,与内容无相关性的标题,被认为动摇了相当数量的投票者。1997 年,太阳报又将它的忠诚转向工党,而工党后来以充分的优势获得了压倒性的胜利。

在另一个层面上,统计是控制任何类型赌博的一个支配性因素,例如赛马、纸牌、赌球、轮盘赌、掷骰子、(英国)政府发行的有奖债券和国家彩票。在这个领域里,大多数的公众似乎更能欣赏统计的规则。许多一般的成年人,顶多是在学校的数学课上学到了令他们惊奇的技巧,包括当一谈到赌博时所表现出的一种对于统计应用的直觉性欣赏。

作为数学的一个分支,统计不仅具有广泛的应用,而且包含了相当数量的分支课题。想要完全掌握这门学科,需要只有极少数人才能具备的职业数学家的所有才能。然而,经过一定的努力,理解它的一些主要思想和它们的含义,对于许多人来说还是能够做到的。本书的目的是解释统计是如何影响日常生活的,以致于当某些组织或个人试图蒙蔽公众眼睛时,读者能够得

到充分的认识，至少可以经过努力加以察觉。为了理解统计，人们需要学习关于概率论的一些知识，这也是本书内容的一个部分。在当今的 21 世纪，一个有文化修养的人应该理解关于统计的一些问题，否则他可能会被那些熟悉如何运用统计数据来谋取私利的人牵着鼻子走。

许多长时期没有接触正规数学的成年读者，或者正在某个学科努力学习的年轻读者，可能会发现通过解答设在每章最后的问题来测试他们的新知识大有裨益。所有问题的解答都已给出，所以即使读者未能成功地解决这些问题，阅读这些解答，也将有助于增强他的（或她的）理解。

目 录

第1章 概率的本质	1
1.1 概率和日常语言	1
1.2 抛掷硬币	2
1.3 投掷或抛掷其他物件	4
问题1	6
第2章 组合概率	8
2.1 或者—或者概率	8
2.2 既—又概率	10
2.3 遗传学意义上的遗传疾病——仅与基因有关	11
2.4 遗传有关的疾病——取决于性别	14
2.5 骰子游戏——美式双骰子游戏	15
问题2	17
第3章 赛马日	19
3.1 概率类型	19
3.2 赌马	21
3.3 下赌注者的最佳条件	25
问题3	27
第4章 抉择与选择	28
4.1 小孩离开房间问题	28
4.2 挑选团队问题	30
4.3 电子邮件用户名的选择问题	33

4.4 英国国家彩票	34
问题 4	37
 第 5 章 概率的非直觉实例	38
5.1 生日问题	38
5.2 皇冠和锚	41
5.3 换还是不换——这是一个问题	45
问题 5	46
 第 6 章 概率与健康	48
6.1 找到最好的治疗方法	48
6.2 药物检测	51
问题 6	56
 第 7 章 组合概率;掷骰子游戏所揭示的	58
7.1 一个简单的概率机器	58
7.2 二十一点——一种纸牌游戏	60
7.3 美国双骰子游戏中投掷者获胜的可能性	62
问题 7	65
 第 8 章 英国国家彩票,灌铅骰子和轮盘赌博	67
8.1 公平需要验证	67
8.2 测试随机数	69
8.3 英国国家彩票	72
8.4 使用灌铅骰子的美式双骰子游戏	74
8.5 验证灌铅骰子	78
8.6 轮盘赌博	80
问题 8	82

第 9 章 框图	83
9.1 多样性几乎无处不在	83
9.2 制鞋商	84
9.3 直方图形	86
9.4 高个儿与矮个儿	89
问题 9	91
第 10 章 正态(高斯)分布	92
10.1 概率分布	92
10.2 正态分布	95
10.3 方差和标准差	96
10.4 正态分布的性质	98
10.5 一些必要的数学	100
10.5.1 特殊常数	100
10.5.2 幂运算	101
10.6 正态分布的形式	102
10.7 随机误差与系统误差	103
10.8 正态分布的一些例子	104
10.8.1 电灯泡	104
10.8.2 手推车上的人和未被利用的资源	105
问题 10	107
第 11 章 统计——数值数据的收集和分析	108
11.1 过多的信息	108
11.2 计算方差的另一种方法	109
11.3 从地区统计量到国家统计量	110
问题 11	112
第 12 章 泊松分布与被马踢死的骑兵	114

12.1	小概率事件	114
12.2	打一份手稿	116
12.3	泊松分布公式	118
12.4	被马踢死的人	120
12.5	泊松分布的另一些例子	122
12.5.1	飞弹袭击伦敦	122
12.5.2	疾病的群发	123
12.5.3	另一些例子	124
	问题 12	125
第 13 章 预言选举结果		126
13.1	选举民意调查	126
13.2	民意调查统计	127
13.3	综合民意调查的样本	130
13.4	关于两个以上参选党派的民意调查	131
13.5	影响民意调查和投票选举的因素	133
	问题 13	134
第 14 章 抽样——池塘里有多少鱼?		135
14.1	为什么要抽样?	135
14.2	从样本中发现	136
14.3	一个实例	137
14.4	关于抽样的一般性评述	139
14.5	质量监控	139
14.6	池塘里有多少鱼?	141
	问题 14	143
第 15 章 差异——老鼠与智商		144
15.1	差异的显著性	144

15.2 显著差异——那又如何!	146
问题 15	149
第 16 章 犯罪行为在增多还是在减少 150	
16.1 犯罪与犯罪报告	150
16.2 英格兰与威尔士的总体犯罪趋势	151
16.3 汽车偷盗、入室行窃与暴力犯罪	153
16.4 杀人罪	156
16.5 犯罪与政治家	158
问题 16	159
第 17 章 我的叔叔乔每天吸烟 60 支 161	
17.1 遗传学与疾病	161
17.2 英国的吸烟率	163
17.3 吸烟中的摸彩问题	165
问题 17	167
第 18 章 机会、运气与决策 168	
18.1 机会之风	168
18.2 选择	170
18.3 我想要一个好运将军	171
18.4 战或不战——那是一个问题	173
18.5 战争中的数学	176
问题 18	179
问题解答	180



第1章 概率的本质

可能的不可能性要比不可能的可能性好。

——亚里士多德(Aristotle,公元前384—公元前322)

1.1 概率和日常语言

任何一个人的人生经历都会包含一系列由他或她担当主角的事件。这其中的某些事件,就像太阳的升起与落下一样,每天都会发生而从不中断。而其他一些事件,如果不是每天发生,有时也依照某种规律经常发生。这些事件我们可能可以预见,也可能无法预见。例如,上班通常是一个频繁而且可预见的事件。但是一些小的意外,如疾病,偶尔会影响我们上班,这时不时会发生,但我们却无法预见它发生的频率和发生的时间。在我们所能及的程度里,我们试图消除生活中不受我们欢迎的不确定性,例如确认我们的家不会发生入室盗窃——盗窃其实是相当稀少的事件,尽管公众并非如此认为——或者办理保险,以应对诸如由于疾病或车祸导致失去收益的意外事故。



我们已有了一组在意思上有着细微差别的词汇，其中某些词实际上是同义词，用来表达影响和控制我们生活的各种事件的可能性。这些词汇中的大多数都非常基本，可以相互给出定义。如果我们说某个事情是确定的，那么其含义就是这一事件毫无疑问肯定将发生；在任何一天，除极地外的所有地区，太阳肯定会落下。我们可以用一个副词来修饰确定，例如说某件事几乎确定，这意味着这件事仅有非常小的可能性不发生。几乎可以确定明年一月的某些天会下雨，因为一月和二月正是英国一年中多雨的月份。很少有一月不下雨的年份，那是气候反常的表现。然而，当我们说某件事件是很可能的，或是有希望的，那就意味着这件事发生的可能性大于不发生的可能性。8月经常晴朗炎热，因此那个个月内不下雨也很正常。然而8月也很可能有点雨，因为大多数的年份里都曾下过雨。

词语可能的或可行的，仅仅意味某个事件能够发生，而没有任何可能性大小的含义。但在一些语境中，它可以用来表示可能性不是非常大——或意味这个事件未必发生。最后，不可能是一个没有任何模棱两可含义的词语；事件在任何环境下都不会发生。对这些词语添加各种修饰词——例如几乎不可能——除了极端词：确定和不可能，我们可以得到一整套相互具有重叠含义的词语，但是说到底在它们的使用和解释上都带有主观因素。

有关事件发生可能性的这些模糊的描述可以应用于日常生活，但显然将它们运用在科学上是不适合的。科学上需要更为客观的、数量上的定义。

1.2 抛 掷 硬 币

我们都熟悉抛掷硬币的动作——在板球比赛中，人们抛掷硬币决定哪个队首先击球；在足球比赛中，由此决定哪个队可以



挑选场地然后开始上半场比赛。抛掷一枚硬币,有三种可能的结果,正面朝上、反面朝上或用边缘站立起来。这样的结果缘自一枚硬币的形状,它是一个薄薄的圆盘(图 1.1)。

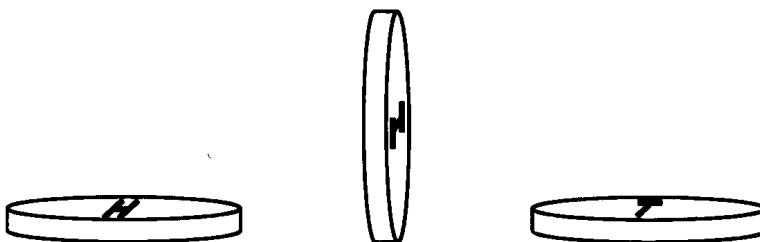


图 1.1 抛掷一枚硬币出现的三种可能结果

然而,硬币的形状包含另一种要素,即对称性。忽略硬币用边缘站立起来的可能性(不太可能,但用概率的一般语言来说,这也是有可能的),我们依据对称性可以推断出正面朝上的概率与反面朝上的概率是一样的。如果我们抛掷一枚硬币 100 次,每次都正面朝上,那我们就要怀疑出了某些状况——或者那是一枚特制的硬币,两面都是正面,或者这枚硬币严重不均匀,以至于只能朝同一面落下。出于一种对于事物对称性的本能感觉,我们可以预期那两个结果具有相等的概率,所以抛掷硬币 100 次,最可能出现的结果是,正面朝上 50 次,反面朝上 50 次,或者其他相当接近这个结果的情况。由于我们预期出现反面朝上的次数是抛掷总次数的 50%,所以我们可以说反面朝上的概率是 $1/2$,那是我们预期结果发生的机会的比例。类似地,正面朝上的概率也是 $1/2$ 。我们已经走出了第一步,用数值来描述特定结果发生的可能性,或者说概率。

假设我们重复进行以上抛掷硬币的实验,但是这次抛掷的是一枚特制的硬币,它的两面都是正面。我们每抛掷一次,得到的总是正面;其发生的次数是总次数的 100%。现在我们可以说正面朝上的概率是 1,因为那是我们预期这个结果发生的机