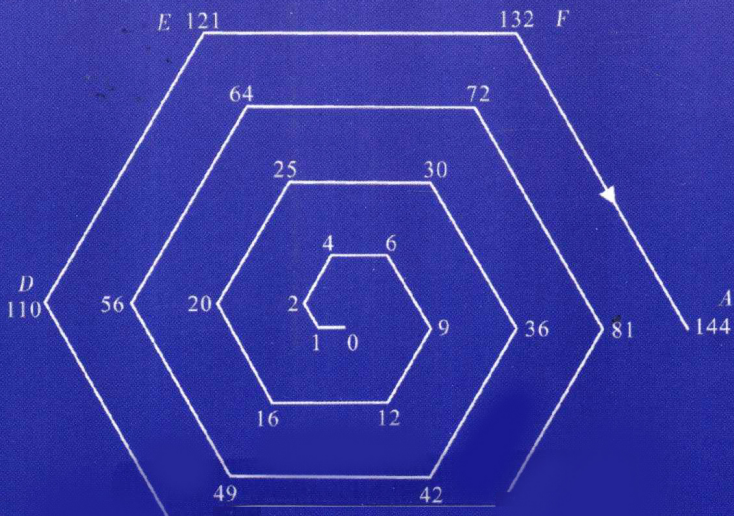


蒋秀夫 / 著

粒子波动论

(第二版)



粒子波动论

(第二版)

蒋秀夫 著

陕西出版集团
陕西科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

粒子波动论/蒋秀夫著. —2 版. —西安:陕西科学技术出版社, 2010. 8

ISBN 978-7-5369-4890-7

I. ①粒… II. ①蒋… III. ①粒子—波动力学
IV. ①0572. 2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 148222 号

出版者 陕西出版集团 陕西科学技术出版社
西安北大街 131 号 邮编 710003
电话(029)87211894 传真(029)87218236
<http://www.snstp.com>

发行者 陕西出版集团 陕西科学技术出版社
电话(029)87212206 87260001

印刷 西安理工大学印刷厂

规格 880mm×1230mm 32 开本

印张 5.5

字数 140 千字

版次 2010 年 8 月第 2 版
2010 年 8 月第 2 次印刷

定价 15.00 元

版权所有 翻印必究

序

让我们共同作一次科学探险,这要求读者有足够的耐心和想象力。请注意,在本书封面上画的螺旋线,我们暂时还无法确定它的坐标,只知道在转折点自然数序数的分布,因此,不能用欧几里得几何学和牛顿的微积分学加以描述。也许这条螺旋线就是我们进出科学迷宫的唯一通道……事实上,这个“路标”是二氧化硅分子在二氧化硅单晶面上的一条结晶线中的自然序数分布图。在螺旋线六边形的顶角上,对应主数列自然序数分布规律是 $x = 9m^2$ ($m = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$)。如果这条结晶螺旋线是从普遍的物理学原理推演出来的,是真实的,而非虚构数字的巧合,那么,我们就有可能用它来研究量子力学中氢光谱的巴尔末公式。这是本书研究粒子波动现象基本理论的出发点。

本书纯属探索性的,它的主要论点经历了长达 30 多年的思考时间,这使我有机会学习和领会现代理论物理学的大部分科学成果。自从阿尔伯特·爱因斯坦(Albert Einstein)创立相对论和尼尔斯·玻尔(Niels Henrik David Bohr)建立量子力学以来,已经过去半个多世纪了。在这期间,爱因斯坦与玻尔关于“上帝怎么掷骰子”的著名论战就持续了长达 40 年之久。“上帝不掷骰子”,这是爱因斯坦的名言。1944 年 7 月他给玻恩(Max Born)的一封信中写道:“在我们的科学期望中,我们已成为对立的两极。你相信掷骰子的上帝,我却信仰客观存在世界中的完备定律和秩序。”他们争论的一个中心论题就是:科学规律本质上应是因果性的还是概率性的? 允不允许最终与因果性原理不相容的科学规律? 爱因斯坦坚持的观点,使他在后半生创建统一场论过程中走了一条孤军奋战的失败道

路。然而,这位伟大的先驱留下的不只是遗憾,他的思想和未竟事业发生了深远的历史影响。究竟在相对论与量子力学中是否存在着某种深刻的矛盾?两者是否还有共同的理论基础?这一直是理论物理学家和哲学家探讨的问题之一。

本书的目的不是陈述这些历史,而在于追求一种新的符合因果性原理的理论超越历史。因为,自从文明开始以来,人们从未满足于把事物看做是毫无联系和无法理解的,人们渴望对世界基本规律的理解,人类对知识的向往足以促使我们继续探索。

如何看待相对论和量子力学?怎样以人们能够理解的方式论证洛伦兹变换方程和薛定谔方程?本书提出反冲力作用原理对统一场论问题进行了描述,对粒子波动现象的研究结果,导致了一个全新的量子理论。新理论用分析力学的研究方法,研究与牛顿力学、相对论力学和量子力学相关的理论问题。特别是对光量子结构、精细结构常数计算、热力学温标分度、普朗克黑体辐射公式、“正电子”及基本粒子结构和弱相互作用宇称不守恒、水星在太阳引力场中进动等重要理论问题都作了深入的理论表述。这些新见解可以用定量的关系表示出来,也可以用被提出的新的试验方案加以检验。

任何一个新理论都是对以往理论的补充和延伸,由于人们思想的局限性,错误总是难免的。要想一举构造一个包罗万象、并吞八荒的统一场论宏大体系是不可能的。本书力图向这个目标接近,采用一个简单的观点,用人们习惯的思维方式讲清楚重要概念的确切含义和彼此的逻辑关联,同时尽量做到通俗。这一目的是否能达到,还有待读者的合作。因为科学事业是由作者和读者共同创造的。纠正错误、开拓思想是科学进步的准则,因此,诚恳地期望和欢迎读者批评。但愿在对自然的探索中,本书能给读者带来愉快的思考……

本书的初稿曾送香港大学冯戟云教授审阅,作者在此仅表谢意。

蒋秀夫

1995年1月29日于西安

再版前言

《粒子波动论》一书已经出版 15 年了,在这期间笔者又对书中提出的反冲力作用原理与狭义相对论的数学方法进行了深入研究。用经典多普勒效应公式导出了新的波动力学方程,该方程指出了爱因斯坦方程的错误和与质能方程的矛盾。并指出所谓“时钟变慢”和“时钟佯谬”的洛仑兹变换方程的本质只是微分尺度 dt_n 不同而已,与时间流逝快慢毫无关系,从而摆脱了洛仑兹变换在物理学近一个多世纪的纠缠。在《粒子波动论》一书第二版中说明了在热力学系统中,对电子的非线性加速过程,应采纳按比例计算的几何平均加速度来描述电子克服耗散力所做的功造成的质量亏损,即动能为 $\Delta E = \Delta mc^2$ 。只有当电子速度 $v \ll c$ 时,有算术平均值与几何平均值近似相等,才有电子的动能 $\Delta E \approx \frac{m_e v^2}{2}$ 。而爱因斯

坦方程 $F_0 = \frac{m_e}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \frac{dv}{dt_n}$ 却混淆了几何平均加速度和瞬时加速度

的比例关系,直接给出了质能方程 $\Delta E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} - m_e c^2 = \Delta mc^2$ 。

因此,在对狭义相对论洛仑兹变换的哲学诠释上,本书提出了完全不同的见解。

《粒子波动论》第二版除了修正一些错误之外,又增加了一些新的内容,对作用力、电荷的屏蔽与反屏蔽、质量、时间与空间、能量守恒定律的疑难,微观粒子群相互作用几率性与因果性的叠加等重要的理论问题,提出了全新的概念和思路。

《粒子波动论》的再版,使我感到幸运。因为,在有生之年能够有机会再次与读者进行学术交流,在心灵上使我感到莫大的欣慰……

作者

2010年5月于西安

目 录

1 关于场源的研究	(1)
1.1 反冲力作用原理	(1)
1.2 电场作用原理	(18)
1.3 磁场作用原理	(20)
1.4 电磁互补原理	(21)
2 电动力学原理	(23)
2.1 光量子	(23)
2.2 粒子的干涉和光波的内部结构	(25)
2.3 测不准关系式	(27)
2.4 波动方程、巴尔末公式、薛定谔方程、驻波原理	(28)
2.5 质量与能量	(35)
2.6 关于精细结构常数的计算	(40)
2.7 黑体辐射、精细结构常数与热力学温标	(43)
2.8 玻尔磁子、真空极化与电子的回磁比	(51)
2.9 共价键与离子键结构	(54)
2.10 氢分子的电子态和热容计算	(60)
2.11 温度和热量与气体状态变化过程	(63)
2.12 物体的状态函数——熵	(70)
2.13 结论	(76)
3 运动物体电动力学	(85)
3.1 惯性参考系与运动定律的转换	(85)
3.2 速度相加原理	(88)
3.3 古典光学实验	(92)

3.4	光波的多普勒效应——“时间膨胀”和“时钟佯谬”	(94)
3.5	引力场和电磁场图像	(102)
3.6	洛仑兹力	(106)
3.7	四分量波函数的几何平均值	(111)
3.8	关于正电子的实验研究	(113)
3.9	基本粒子结构	(118)
3.10	弱相互作用和宇称不守恒? ——对电磁场不对称性的思考	(121)
3.11	结晶体	(124)
3.12	二氧化硅结晶螺旋线上分子自然序数分布与巴尔末公式	(129)
3.13	光量子在太阳引力场内偏转和水星近日点的进动	(132)
3.14	基本观点概述	(135)
参考文献		(144)
附录1	加速、负加速数列电算表(按相对论多普勒公式计算)	(145)
附录2	加速、负加速数列电算表(按经典多普勒公式计算)	(155)
附录3	常数和数据	(165)
后 记		

1 关于场源的研究

1.1 反冲力作用原理

尽管反冲作用是我们周围世界最常遇到的,但是,追究这种现象的根源,以及它与其他主要物理学原理之间的联系,要比一般简单的想象和论证复杂深刻得多。

所有的实验都表明,物质的超距、瞬时力作用是不存在的。因此,物体间相互作用力必定是由物质的某种运动形式传递的。为了说明物体受力起源于场的不对称性,以及外力只能通过内力(反冲力的不对称)发生作用,本书提出反冲力作用原理,从根本上重新说明现代物理学中的一些基本概念。

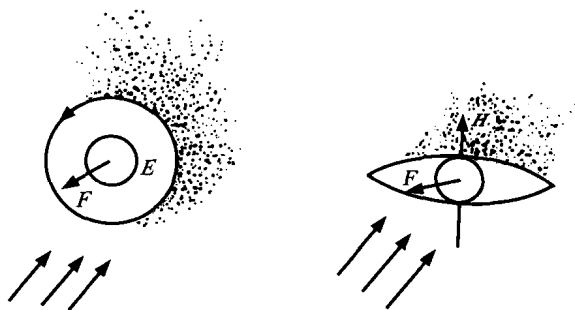


图 1-1 反冲力作用原理示意图

宇宙中在各个阶梯、各个层次上的不同规模的旋涡体,是组成粒子的基本形态。旋涡体是一个开放系统,也就是说,它是一个质量可变系统。我们把旋涡体想象成类似太阳系的扁平状天体,它在黄道面以及与黄道面垂直的方向上,与周围环境发生物质交换。把

旋涡体的黄道面规定为它的电场矢量 E 所在平面,这是旋涡体与外界进行物质交换最活跃的平面。把旋涡体在黄道面上占主导控制地位的物质旋涡运动相对“左”或“右”的自旋,按右手螺旋规定是它磁场强度 H 矢量的方向。

图 1-1 中,旋涡体在 E 平面附近作旋涡运动的物质微粒,当它们的切线速度大于逃离轨道速度时即被抛出。显然,在这里旋涡体外抛的高速运动质点,是在粒子间的碰撞中,由旋涡体内物质内能释放条件下产生的,这其中包括化学反应和其他“核”反应等。在旋涡体非弹性碰撞中与环境进行物质交换的情形下,我们不但要研究侵入旋涡体物质的“排斥”运动,而且还必须考虑到旋涡体抛射物质的反冲“吸引”运动。这样就使得全部力学问题复杂化了。但是,在经典力学的范畴研究这种现象的能量守恒定律,不能用一般的力学术语来表示,而在电动力学中都要用本身的专门参量表示(温度、场强、电容等),因为,一般认为除了机械能外,还有其他形式的能量(电磁能、核能、内能等)。

事实上,从更普遍的观点来看,我们早应预料到旋涡体在非弹性碰撞的物质交换中,质量守恒并不存在。而对于整个系统却存在着能量守恒。旋涡体在上述的物质交换中总质量不是增加就是减少。在图 1-1 中,如果按一定方向侵入旋涡体的物质相对加强时,在不考虑其他因素时,按经典力学,旋涡体总质量增加,则应表现为受侵入物质的“排斥力”。以纯粹机械能守恒的观点,这种现象很容易被理解并得到牛顿质点力学的动量守恒方程。然而,是否存在着相反的情况呢?即由于按一定方向侵入物质发生很小的“横向”碰撞,就会使旋涡体质点在切线方向被加速,沿圆周切线方向从另一侧被抛出。那么,旋涡体内能释放沿场 ψ 方向抛射物质的质量亏损,则可能表现为旋涡体受反冲抛射物质的“反冲吸引力”。如果自然界存在着这种由“排斥”到“吸引”的转化关系,我们就能够将上述的初步分析表述成反冲力作用原理,并在本书以后的章节中,逐步根据已被发现的力学定律论证它是正确的。

将反冲力作用原理暂时作为力学的一个假定,可表述如下:旋涡

体不断与周围环境发生物质交换,当沿某方向 ψ 侵入旋涡体物质相对加强时,由于旋涡体内能释放而沿场方向抛离物质的质量亏损造成的反冲,使旋涡体沿指向侵入物质相对加强的方向做偏斜运动(图 1-1)。

证明:

令,由多个按“左”和“右”自旋的旋涡体所组成的物体总质量为 m 。物体的总自旋角动量为零。物体在外场作用下,以周期强弱的谐振方式向外抛射物质和吸收物质,其抛射物质和吸收物质的频率 ν_n 随外场主振频率 ν_0 的相对多普勒频移而变化。

如果物体在特定场强和主振频率 ν_0 不变的向量场中沿“左”“右”偏斜合成的直线运动,物体在 $\frac{1}{2}\Delta t_n$ 时间末向自己运动反方向多余抛射物质的质量亏损是 Δm ,它外抛物质流相对物体的瞬时速度是 μ (统计平均值),相对惯性系是 $v_1 - \mu$ 。这时物体处于直线加速运动状态,它相对惯性系的瞬时速度由 v_1 增加到 v_2 。根据动量守恒原理:

$$mv_1 = (m - \Delta m)v_2 + \Delta m(v_1 - \mu) \quad (1-1)$$

$$\Delta v_1 = v_2 - v_1 = \frac{\Delta m(\mu + v_2 - v_1)}{m} \quad (1-2)$$

当 $\mu \gg v_2 - v_1$ 时,上式中忽略 $\Delta m(v_2 - v_1)$ 二阶小量,有

$$\Delta v_1 = \frac{\mu \Delta m}{m} \quad (1-3)$$

式(1-3)是一般火箭推进的运动学公式。

在相邻时间间隔 $\frac{1}{2}\Delta t'_n \approx \frac{1}{2}\Delta t_n$,物体沿它的运动反方向抛射物质减弱,这时它吸收物质的质量大于外抛物质的质量,使沿各方向的侵入物质和外抛物质对物体作用的总动量之和等于零。这时物体在 $\frac{1}{2}\Delta t'_n$ 时间末相对于惯性系的瞬时速度由 v_2 减小至 v_3 ,有

$$(m - \Delta m)v_2 = mv_3 \quad (1-4)$$

$$\Delta v_2 = v_3 - v_2 = -\frac{v_2 \Delta m}{m} \quad (1-5)$$

在这里,物体在运动过程中总质量既不是 m ,也不是 $m - \Delta m$ 。自然界一切物体按周期运动的全过程,都为上述的质量亏损现象提供了直接证据。

因为,物体在反冲加速度运动中又包含着相对的减速运动,而无论是加速运动还是减速运动,又都不是均匀的,所以,必须以物体在 Δt_n 时间中的平均速度作为瞬时速度来描述物体的加速度。令物体在 Δt_n 与 Δt_{n+1} 时间间隔中相对惯性系的平均速度分别是 v_n 和 v_{n+1} , $\Delta v = v_{n+1} - v_n$ 。从公式(1-3)和公式(1-5)中可看到,物体从瞬时速度为 v_2 减小到 v_3 的过程,相对平均速度 v_n 仍然是加速运动。那么,如何描述上面的运动呢? 我们写出下面的等式,即以 v 表示 v_n ,有

$$\Delta v \approx \frac{\Delta m}{m}(\mu - v) \quad (1-6)$$

再将(1-6)式写成对物体加速度或负加速度的表达式:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t_n} = \frac{\Delta m}{m \Delta t_n} [\pm (\mu \mp v)] \quad (1-7)$$

当 $v = v_0$, $v_0 \ll \mu$ 时,有物体初始加速度的最大值:

$$\frac{\Delta v_0}{\Delta t_0} = \pm \frac{\mu \Delta m}{m \Delta t_0} \quad (1-8)$$

现在研究 $\Delta t_n = \frac{1}{\nu_n}$ 随物体运动速度怎样变化,因为只有知道了 Δt_n 才能给出描述物体加速度的定量结果。

在充满物质的空间环境中(包括真空中),质量不等的物体具有大小不同的惯性,即物体的惯性与它们的质量成比例。由于物体外抛质点的质量十分微小,所以这些质点的惯性也很小。就是说,物体外抛物质流中单个质点运动的平均速度 $v \ll \mu$,它们所能走的路程是有限的。但是,这些质点互相碰撞或激发,向空间压强小的方向传递的群速近似等于 μ 。

根据相对性原理,应将物体在主振频率为 ν_0 的向量场中发生相对运动的谐振多普勒频移公式,写成相对论的表达式:

$$\nu_n = \frac{\nu_0 \sqrt{1 - (\frac{v}{\mu})^2}}{1 - \frac{v}{\mu} \cos \varphi} \quad (1-9)$$

上式中, φ 表示物体运动速度矢量 v 与向量场矢量 ψ 之夹角, ν_0 是指即便是在静电场中也存在的一种高频振动 ($eU = h\nu_0$)。由于物体外抛质点的瞬时速度与物体运动速度以矢量相加, 所以, 在全空间范围, 物体与场源之间发生物质交换的多普勒频移也具有相对叠加和互相感应的性质。

在公式(1-9)中, 当 $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ 时, $\cos \varphi = 0$, 可将横向多普勒频移关系写成:

$$\nu_n = \nu_0 \sqrt{1 - (\frac{v}{\mu})^2} \quad (1-10)$$

当 $\varphi = 0$, $\varphi = \pi$ 时, $\cos \varphi = \pm 1$, 可将公式(1-9)多普勒频移关系写成:

$$\nu_n = \frac{\nu_0 \sqrt{1 - (\frac{v}{\mu})^2}}{1 \mp \frac{v}{\mu}} \quad (1-11)$$

例如, 当带电粒子在对应不同场强和主振频率为 ν_n 的电场中做加速(或负加速)运动时, 据上式应该有时间间隔:

$$\Delta t_n = \frac{1}{\nu_n} = \frac{\Delta t_0 (1 \mp \frac{v}{\mu})}{\sqrt{1 - (\frac{v}{\mu})^2}} \quad (1-12)$$

将 Δt_n 代入式(1-7)中, 有

$$\frac{\Delta v}{\Delta t_n} = \pm \frac{\Delta m}{m \Delta t_0} \sqrt{\mu^2 - v^2} \quad (1-13)$$

用公式(1-13)计算物体的加速度结果是否正确, 关键是要被我们提出的反冲力作用原理与狭义相对论的基本变换方程的相关性来证明。为了说明公式(1-13)在怎样的精度上符合反冲力作用原

理,我们令在公式(1-3)和公式(1-5)中

$$\mu = 100 \text{ m/s} \quad \frac{\Delta m}{m} = 0.01$$

将物体在向量场中做反冲加速度运动,在时间中瞬时速度变化和它在 Δt_n 时间间隔平均速度的变化值写在下面的加速数列中。由于数列很长,下面将其摘成若干段写出。

$$(1.57) \quad (2.58)$$

$$0.000 \rightarrow 1.000 \rightarrow 0.990 \rightarrow 1.990 \rightarrow 1.970 \rightarrow 2.970 \rightarrow$$

$$(3.56) \quad (4.53)$$

$$2.940 \rightarrow 3.940 \rightarrow 3.900 \rightarrow 4.900 \rightarrow 4.850 \rightarrow \dots \rightarrow$$

$$(10.07) \quad (10.97) \quad (11.86)$$

$$9.450 \rightarrow 10.45 \rightarrow 10.35 \rightarrow 11.35 \rightarrow 11.24 \rightarrow 12.24 \rightarrow$$

$$(12.74) \quad (13.60)$$

$$12.12 \rightarrow 13.12 \rightarrow 12.99 \rightarrow 13.99 \rightarrow 13.85 \rightarrow \dots \rightarrow$$

$$(20.22) \quad (21.01) \quad (21.80)$$

$$19.63 \rightarrow 20.63 \rightarrow 20.42 \rightarrow 21.42 \rightarrow 21.21 \rightarrow 22.21 \rightarrow$$

$$(22.58) \quad (23.34)$$

$$21.99 \rightarrow 22.99 \rightarrow 22.76 \rightarrow 23.76 \rightarrow 23.52 \rightarrow \dots \rightarrow$$

$$(29.91) \quad (30.61) \quad (31.30)$$

$$29.35 \rightarrow 30.35 \rightarrow 30.05 \rightarrow 31.05 \rightarrow 30.74 \rightarrow 31.74 \rightarrow$$

$$(31.98) \quad (32.65)$$

$$31.42 \rightarrow 32.42 \rightarrow 32.10 \rightarrow 33.10 \rightarrow 32.77 \rightarrow \dots \rightarrow$$

$$(39.64) \quad (40.24) \quad (40.83)$$

$$39.11 \rightarrow 40.11 \rightarrow 39.71 \rightarrow 40.71 \rightarrow 40.30 \rightarrow 41.30 \rightarrow$$

$$(41.41) \quad (41.99)$$

$$40.89 \rightarrow 41.89 \rightarrow 41.47 \rightarrow 42.47 \rightarrow 42.05 \rightarrow \dots \rightarrow$$

$$(50.03) \quad (50.52) \quad (51.00)$$

$$49.53 \rightarrow 50.53 \rightarrow 50.02 \rightarrow 51.02 \rightarrow 50.51 \rightarrow 51.51 \rightarrow$$

$$(51.48) \quad (51.96)$$

$$50.99 \rightarrow 51.99 \rightarrow 51.47 \rightarrow 52.47 \rightarrow 51.95 \rightarrow \dots \rightarrow$$

(60.20) (60.59) (60.98)
 59.74→60.74→60.13→61.13→60.52→61.52→
 (61.36) (61.74)
 60.90→61.90→61.28→62.28→61.66→...→
 (70.38) (70.67) (70.96)
 69.95→70.95→70.24→71.24→70.53→71.53→
 (71.24) (71.52)
 70.81→71.81→71.09→72.09→71.37→...→
 (80.34) (80.53) (80.72)
 79.94→80.94→80.13→81.13→80.32→81.32→
 (80.90) (81.08)
 80.51→81.51→80.69→81.69→80.87→...→
 (90.12) (90.21) (90.30)
 89.76→90.76→89.85→90.85→89.94→90.94→
 (90.39) (90.48)
 90.03→91.03→90.12→91.12→90.21→...→
 (94.18) (94.23) (94.28)
 93.83→94.83→93.88→94.88→93.93→94.93→
 (94.33) (94.38)
 93.98→94.98→94.03→95.03→94.08→...→
 (99.33)
 99.00→100.00→99.00

上面的加速数列中,箭头所指的是公式(1-3)和公式(1-5)中物体的瞬时速度从 $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3$ 的连续变化值。括号内是物体在一个“波动周期”中,在 Δt_n 时间内的几何平均速度: $v = \sqrt[3]{v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}$ 。可以证明加速数列是收敛的,物体所能达到的最大速度是 $v_{\max} = 99.33 \text{ m/s}$ 。

将数列中括号内求出的平均速度 v 值,按公式(1-12)所给出

的 Δt_n 值去计算物体的加速度 $\frac{\Delta v}{\Delta t_n}$, 再将 v 值代入公式(1-7)或式(1-13)中, 然后将两者进行比较。

例如, 令式(1-12)中 $\Delta t_0 = \frac{1}{\nu_0} = 0.10 \text{ s}$ 时, 在数列中有 $v = 50.03 \text{ m/s}$, 则

$$\Delta t_n = \frac{0.1(1-0.50)}{\sqrt{1-(0.50)^2}} = 0.058(\text{s})$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t_n} = \frac{50.52-50.03}{0.058} = 8.45(\text{m/s}^2)$$

在公式(1-13)等号右边, 将 $\Delta t = \Delta t_0 = 0.10 \text{ s}$, $\frac{\Delta m}{m} = 0.01$, $v = 50.03 \text{ m/s}$ 代入求出加速度, 有

$$\frac{\Delta v}{\Delta t_0} = \frac{0.01 \sqrt{(100)^2 - (50.03)^2}}{0.1} = 8.66(\text{m/s}^2)$$

$\frac{\Delta v}{\Delta t_n}$ 与 $\frac{\Delta v}{\Delta t_0}$ 两者相对误差是 2%。

再来研究物体在“反向”场中从瞬时速度为 $v_1 = 50.51 \text{ m/s}$ 开始做负加速度运动的情况。应该有负加速数列:

$$(49.67) \quad (48.18)$$

$$50.51 \rightarrow 49.51 \rightarrow 49.01 \rightarrow 48.01 \rightarrow 47.53 \rightarrow \dots \rightarrow$$

据公式(1-12), 有

$$\Delta t_n = \frac{0.1(1+0.50)}{\sqrt{1-(0.50)^2}} = 0.173(\text{s})$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t_n} = \frac{48.18-49.67}{0.173} = -8.61(\text{m/s}^2)$$

在公式(1-13)等号右边, $\Delta t = \Delta t_0 = 0.10 \text{ s}$, $\frac{\Delta m}{m} = 0.01$, $v = 49.67 \text{ m/s}$ 。

$$\frac{\Delta v}{\Delta t_0} = -\frac{0.01 \sqrt{(100)^2 - (49.67)^2}}{0.1} = -8.68(\text{m/s}^2)$$

计算结果表明, 反冲加速运动与反冲负加速运动基本上是对称的。