

一课一练

全国高中各科同步·单元训练

高三数学

(全一册)

● 供高三年级 全年使用

本书编写组 编



中国少年儿童出版社

全国高中各科同步·单元训练

高三数学

(全一册)

(修订本)

本书编写组 编

中国少年儿童出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

全国高中各科同步·单元训练：一课一练：高三数学/
程汉杰主编；鲍吟士编. -北京：中国少年儿童出版社，
1997.6 重印

ISBN 7-5007-2856-5

I. 全… II. ①程… ②鲍… III. ①课程-中小学-习题
②数学课-高中-习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 07338 号

全国高中各科同步·单元训练

高三数学

(全一册)

(修订本)

本书编写组 编

*

中国少年儿童出版社

出版 发行

陕西省印刷厂 印刷

新华书店经销

*

开本：787×1092 1/16 印张：5.5 字数：120 千

1999 年 7 月北京第 2 版 1999 年 7 月第 8 次印刷

定价：5.30 元

ISBN 7—5007—2856—5/G·1652

凡有印装问题，可向承印厂调换

前 言

强化“练习”是引导学生运用所学知识解答问题的一个重要手段。通过“练习”既可以加深对知识的理解,巩固学习成果,又可以培养分析问题和解决问题的能力,从而提高教学质量。本套《全国高中各科同步单元训练》丛书,是以各学科教学大纲为依据,组织有多年丰富教学经验的特级、高级教师参加,吸收各省市同类读物的长处,紧密结合教学的实际,并根据新教材(人教版)编写而成的。主要特点是,抓住各单元知识中的重点和难点,对基本技能和相应能力进行强化训练,以期提高学生的思维能力,开拓思路。在编排的顺序上,严格与教学进度同步,与教材配套,以利于促进教学质量的提高。

本套丛书包括高中各年级的语文、政治、英语、数学、物理、化学、历史、地理和生物共九科。各年级的上册为第一学期(秋季)用书;下册为第二学期(春季)用书;全一册为全年用书。

在编写过程中,我们着重注意了以下几点:

1. 注重基本概念的学习。与教学进度同步,一课一练;每单元后有单元练习;期中、期末各有综合练习。练习题从正反不同的角度加深对基本概念的训练、理解和对所学知识的综合运用。

2. 注重基础知识和基本技能的训练。“双基”不但是综合运用知识的基础,而且是升学考试检查的重点。“双基”训练的设计,立足于培养学生快速、准确、高效的分析问题解决问题的技巧。

3. 注重能力的提高。对综合题进行早期的渗透,注重新旧知识的综合分析,力求做到一题多用,开阔思路,以提高学生的自学能力。

4. 注意了重点、难点的提示与指导。在参考答案中有的就典型例题进行解析和指导。

本套丛书可作为教师备课、学生随堂练习或课外作业以及家长辅导、检查学习效果之用。书后附有参考答案,以便学生作完练习后查对。本套训练册是一套以教材规定的学习目标为依据,结合各年级学生的特点和教学实际,按照知识与能力结构编写的与课本同步配套的单元练习册。**请读者注意与新教材配合使用。**

由于教材变动,各省区教材使用情况尚未完全规范,因此,凡书中打“*”号部分请根据本地区具体情况使用。

本套丛书主编:程汉杰

参加本书编写的有:鲍吟士 仇春英 王小平

目 录

函数(一)	(1)
函数(二)	(2)
函数(三)	(3)
函数(四)	(4)
单元练习(一)	(5)
方程	(8)
不等式(一)	(9)
不等式(二)	(11)
数列、极限、数学归纳法(一)	(13)
数列、极限、数学归纳法(二)	(15)
数列、极限、数学归纳法(三)	(17)
单元练习(二)	(18)
复数(一)	(21)
复数(二)	(22)
排列、组合、二项式定理(一)	(24)
排列、组合、二项式定理(二)	(26)
单元练习(三)	(27)
综合练习(一)	(28)
三角函数	(31)
两角和与差的三角函数	(33)
反三角函数、三角方程、解三角形	(35)
综合练习(二)	(37)
直线与平面(一)	(40)
直线与平面(二)	(41)
多面体和旋转体(一)	(43)
多面体和旋转体(二)	(44)
综合练习(三)	(46)
直线与圆	(48)
圆锥曲线	(50)
坐标变换	(51)
极坐标 参数方程	(53)
综合练习(四)	(55)
综合练习(五)	(58)
参考答案	(61)

函数 (一)

一、选择题 (有且仅有一个答案符合题意)

1. 已知 $P = \{x|x = n, n \in \mathbb{Z}\}$, $Q = \{x|x = \frac{n}{3}, n \in \mathbb{Z}\}$, $S = \{x|x = n - \frac{1}{3}, n \in \mathbb{Z}\}$, 则下列各项中正确的是 ()
- A. $S \cup Q = P$ B. $Q \subset P$ C. $P \cup S = Q$ D. $P \subset Q$
2. 满足关系 $\{a, b\} \subseteq M \subseteq \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 M 的个数是 ()
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
3. $M = \{x|x^2 - x - 6 = 0\}$, $N = \{y|y \leq 3, y \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()
- A. $\{3\}$ B. $\{-2\}$ C. M D. Φ
4. 设 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 和 $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2+x-6x^2)$ 的定义域依次为 M 和 N , $I = \mathbb{R}$, 则 $M \cap \bar{N}$ 为 ()
- A. $[-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$ B. $(-1, 1)$ C. $(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$ D. $(-1, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{2}{3}, 1)$
5. 设点 (x, y) 在映射“ f ”作用下的象是 $(x+y, xy)$, 则点 $(8, 15)$ 的原象是 ()
- A. $(3, 5)$ B. $(5, 3)$ C. $(3, 5)$ 或 $(5, 3)$ D. 不存在
6. 设集合 $A = \{x|1 < x < 2\}$, $B = \{x|x < a\}$, 若 $A \subset B$, 则 a 的取值范围是 ()
- A. $a \in (-\infty, 1]$ B. $a \in [2, +\infty)$ C. $a \in (2, +\infty)$ D. $a \in (1, 2)$

二、填空题

1. 已知 $I = \mathbb{R}$, $A = \{x|x^2 - 2x > 0\}$, $B = \{x|x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则 $\bar{A} =$ _____, $\bar{B} =$ _____, $\bar{A} \cup \bar{B} =$ _____, $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____, $\bar{A} \cap \bar{B} =$ _____.
2. 已知 $a \in \mathbb{R}$, 集合 $A = \{-3, a^2, a+1\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
3. 集合 $M = \{m|m = 6a+2, a \in \mathbb{N}, 100 < a < 200\}$, 则集合 M 中元素的个数 $n =$ _____. 这些元素的和是 _____.
4. 若集合 $A = \{y|y = 3-x^2\}$, $B = \{y|y = 2x^2-1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

三、解答题

1. 设 $f(x) = x^2 + ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, 且集合 $A = \{x|x = f(x), x \in \mathbb{R}\}$, 集合 $B = \{x|x = f[f(x)], x \in \mathbb{R}\}$, 若 $A = \{-1, 3\}$, 求集合 B 的元素.
2. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 若 $A \cap B = \{3\}$, $A \cap \bar{B} = \{1, 5, 7\}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \{9\}$, 求: A, B .

函数(二)

一、选择题(有且仅有一个答案符合题意)

1. 当 $a < 0$ 时, $f(x) = \log_5(x^2 - 2ax - 3a^2)$ 的定义域是 ()
 A. $(-\infty, -a) \cup (3a, +\infty)$ B. $(-a, 3a)$
 C. $(3a, -a)$ D. $(-\infty, 3a) \cup (-a, +\infty)$
2. 已知 $f(x) = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{5}{4}$, 则 $f(\sin x)$ 的值域是 ()
 A. $[-\frac{5}{4}, 5]$ B. $[-1, 5]$ C. $[0, 5]$ D. $[-\frac{5}{4}, +\infty)$
3. 函数 $y = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 3x - 4}$ 的值域是 ()
 A. $y \in R$ B. $\{y | y \neq 1 \text{ 且 } y \in R\}$
 C. $\{y | y \neq 1 \text{ 且 } y \neq \frac{6}{5}, y \in R\}$ D. $\{y | y \neq 0, y \in R\}$
4. 若函数 $f(2x+1)$ 的定义域是 $[1, 4]$ 则 $f(3^x)$ 的定义域是 ()
 A. $[1, 2]$ B. $(-\infty, \log_3 \frac{3}{2})$ C. $[3^3, 3^9]$ D. $(1, 2)$
5. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$, 且 $b > -a > 0$, 则函数 $F(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域是 ()
 A. $[a, b]$ B. $[-b, -a]$ C. $[a, -a]$ D. $[-b, b]$
6. 函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $x \in R^+$, 且 $f(xy) = f(x) + f(y)$, 若 $f(8) = 3$, 则 $f(\sqrt{2})$ 等于 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. -1
7. 已知 $x > 1, y = \log_{\frac{1}{2}} x$, 则有 ()
 A. $y^2 > 2y > y$ B. $2y > y > y^2$ C. $y^2 > y > 2y$ D. $y > 2y > y^2$
8. 若 $f(x) = -x^2 + 2x + m, (m \in R)$, 则 $f(e)$ 与 $f(1 - \sqrt{3})$ 的大小关系是 ()
 A. $f(e) > f(1 - \sqrt{3})$ B. $f(e) < f(1 - \sqrt{3})$
 C. $f(e) = f(1 - \sqrt{3})$ D. 与 m 有关而不定

二、填空题

1. 函数 $y = \sqrt{1 + \frac{1}{x}} + \sqrt{\lg|x+1|}$ 的定义域为_____。
2. 函数 $y = \log_{\sin x}(16 - x^2)$ 的定义域为_____。
3. 若 $x^2 - 20x + 64 \leq 0$, 则 $y = (\log_2 \frac{x}{8})(\log_2 \frac{x}{4})$ 的取值范围是_____。
4. 函数 $y = \frac{4^x + 5}{2 \cdot 4^x - 1}$ 的定义域是_____, 值域是_____。
5. 已知 $f(x) = ax^2 - c$ 且 $-4 \leq f(1) \leq -1, -1 \leq f(2) \leq 5$, 求 $f(3)$ 的取值范围_____。
6. 求 $y = x^2 + 4\sqrt{1-x^2} - 2$ 的值域_____。
7. 已知 $f(x) = \begin{cases} 3x-6 & (x \geq 0) \\ x+5 & (x < 0) \end{cases}$ 则 $f[f(1)] =$ _____。

8. 求 $y = 2^{-x^2+2x}$ 的值域_____。

9. 求 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 6x + 16)$ 在区间 $[1, 4]$ 内的值域_____。

10. 求 $y = |2x - 1| - |x - 1|$ 的最小值_____。

三、求函数 $f(x) = (\log_{\frac{1}{4}}x)^2 - \log_{\frac{1}{4}}x^2 + 5$ 在 $[2, 4]$ 范围内的最大值或最小值。

函数(三)

一、选择题(有且仅有一个答案符合题意)

1. 已知 $f(x) = \frac{1}{2}(x + |x|)$ $x \in R$, 则 $f[f(x)]$ 等于 ()

A. $f(x)$ B. $-f(x)$ C. $\frac{1}{f(x)}$ D. 以上都不对

2. 将函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2}$ 的图象向右平移两个单位后, 再向上平移 3 个单位, 所得函数的解析式是 ()

A. $y = \frac{1}{2}(x + 5)^2 - 1$ B. $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 5$
C. $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + 1$ D. $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 1$

3. 已知 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = x \cdot e^{-x}$, 则当 $x > 0$ 时 $f(x)$ 的解析式是 ()

A. $f(x) = -xe^x$ ($x > 0$) B. $f(x) = xe^x$ ($x > 0$)
C. $f(x) = -xe^{-x}$ ($x > 0$) D. $f(x) = xe^{-x}$ ($x > 0$)

4. 函数 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, $y = g(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 的图象关于原点对称, 则 $g(x)$ 等于 ()

A. $-f(x)$ B. $f^{-1}(-x)$ C. $-f^{-1}(x)$ D. $-f^{-1}(-x)$

5. $f(x) = 1 - \log_2(x^2 - 1)$ ($x > 1$) 的反函数的解析式是 ()

A. $y = \sqrt{2^{1-x} + 1}$ ($x \in R$) B. $y = -\sqrt{2^{1-x} + 1}$ ($x \in R$)
C. $y = \sqrt{2^{x-1} + 1}$ ($x > 1$) D. $y = \sqrt{2^{1+x} + 1}$ ($x < 1$)

6. 把函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的图象沿 x 轴向右平移一个单位后所得图象记为 C , 则 C 关于原点对称的图象的函数表达式是 ()

A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = -\frac{1}{x}$ C. $y = \frac{1}{x-2}$ D. $y = \frac{1}{2-x}$

7. 已知 $f(x^n) = \lg x$, 则 $f(2)$ 的值等于 ()

A. $\lg 2$ B. $\frac{1}{n} \lg 2$ C. $n \lg 2$ D. $2^n \lg 2$

二、填空题

1. 设 $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$, 则 $f(x) =$ _____。

2. 已知 $f(\frac{1}{x}) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$, 则 $f(x) =$ _____。

3. 已知 $f(a^{x-1}) = x^2 + 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 则 $f(x) =$ _____。

4. 求下列函数的反函数

(1) $y = \sqrt{x-1}$ _____。 (2) $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ _____。

(3) $y = \frac{1}{1-x^2} (x < -1)$ _____。

(4) $f(x) = \begin{cases} -2x & (-1 \leq x \leq 0) \\ \frac{1}{2}x - 1 & (0 < x < 2) \end{cases}$ _____。

5. 已知 $f(x)$ 是偶函数, $g(x)$ 是奇函数且它们的定义域都是 $\{x | x \neq \pm 1, x \in R\}$, 又 $f(x) + g(x) = \frac{1}{x-1}$, 求 $g(x)$ 的解析式_____。

三、解答题

1. 动点 P 从单位正方形 $ABCD$ 的顶点 A 绕周界一圈, 当 x 表示点 P 的行程, y 表示 PA 的长时, 求 y 关于 x 的函数式。

2. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AC = b$, 高 $BD = h$, $MNPQ$ 内接于 $\triangle ABC$, M, Q 在 AC 上, N, P 分别在 AB, BC 上, 试将矩形 $MNPQ$ 的周长 p 及面积 S 表示为 MN 的函数。

函数(四)

一、选择题(有且仅有一个答案符合题意)

1. 在区间 $(-\infty, 0)$ 上为增函数的是 ()

A. $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ B. $y = \frac{x}{1-x}$ C. $y = -(x+1)^2$ D. $y = 1+x^2$

2. 定义在 $(-1, 1)$ 上的奇函数 $f(x)$, 又是定义域上的单调减函数, 若 $f(1-m) + f(1-m^2) < 0$, 则 m 的取值范围是 ()

A. $(-1, 0)$ B. $[0, 1]$ C. $(0, 1)$ D. $(-2, 1)$

3. 若 $f(x)$ 在 R^+ 上单调递减, 而 $f(a^x)$ 在 R 上单调递增, 则 a 的范围是 ()

A. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $\emptyset$

4. 在 R 上一定不存在的函数 $f(x)$ 是 ()

A. $f(x)$ 既是奇函数, 又是单调减函数 B. $f(x)$ 既是偶函数, 又是单调增函数

C. $f(x)$ 既是增函数又与 $y = f^{-1}(x)$ 图象无公共点

D. $f(x)$ 既是单调函数又与 $y = f^{-1}(x)$ 图象有交点

5. 函数 $y = \lg(\frac{2}{1-x} - 1)$ 的图象关于() 对称。

A. x 轴 B. y 轴 C. 原点 D. 直线 $y = x$

6. 已知奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数, 且有最小值 5, 那么 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上是 ()

A. 增函数有最小值 -5 B. 增函数有最大值 -5

C. 减函数有最小值 -5 D. 减函数有最大值 -5

7. 若 $-1 < a < 0$, 则式子 $3^a, a^{\frac{1}{3}}, a^3$ 的大小关系是 ()

A. $3^a > a^{\frac{1}{3}} > a^3$ B. $a^3 > 3^a > a^{\frac{1}{3}}$ C. $3^a > a^{\frac{1}{3}} > a^3$ D. $a^3 > a^{\frac{1}{3}} > 3^a$

8. 设 $f(x)$ 是在 R 上以 2 为周期的偶函数, 在 $[0, 1]$ 上是增函数, 则 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是 ()

A. 增函数 B. 减函数 C. 先增后减 D. 先减后增

二、填空题

1. 比大小用不等号连接

- (1) $\log_{\frac{1}{3}} 0.3$ _____ $\log_{0.3} \frac{1}{3}$ (2) $25^{-\frac{1}{6}}$ _____ $4 \cdot 9^{-\frac{1}{3}}$ (3) $\log_5 2$ _____ $\frac{2}{5}$
(4) 0.3^2 _____ $2^{0.3}$ (5) $x \in (1, a)$ $A = (\log_a x)^2$ $B = \log_a x^2$ $C = \log_a (\log_a x)$
则 A, B, C 从小到大的顺序是 _____ < _____ < _____ (6) $\log_6 7$ _____ $\log_7 8$

2. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 - 2x + 3)$ 的单调递增区间是 _____, 递减区间是 _____ 值域是 _____。

3. 若定义在 R 上的函数 $y = f(x)$ 是最小正周期为 3 的周期函数, 且有

$$f(x) = \begin{cases} -x & (0 \leq x < \frac{3}{2}) \\ x & (-\frac{3}{2} \leq x < 0) \end{cases} \quad \text{则 } f(5) = \text{_____} \quad f(6, 5) = \text{_____}。$$

4. 判断下列函数的奇偶性

- (1) $y = \lg(1-x) + \lg(1+x)$ _____ (2) $y = \lg(\sqrt{4x^2 + 1} - 2x)$ _____
(3) $y = |1+x| - |1-x|$ _____ (4) $y = \arccos x - \frac{\pi}{2}$ _____

三、用定义证明 $f(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$ ($a > 1$) 在 $x \in R$ 上为增函数。

单元练习(一)

一、选择题(有且仅有一个答案符合题意)

1. 集合 $A = \{x | x = 2m - 2, m \in N\}$ $B = \{x | x = 4n, n \in Z\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. B B. $\{x | x = 4n, n \in N\}$ C. $\{x | x = 4(n+1), n \in N\}$ D. $\{x | x = 4(n-1), n \in N\}$
2. 函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的定义域为 $(0, 3)$, 则值域为 ()
A. $(\frac{10}{3}, +\infty)$ B. $[2, \frac{10}{3})$ C. $(2, \frac{10}{3})$ D. $[2, +\infty)$
3. 已知函数 $f(x) = \frac{x-2}{x+a}$ 的反函数恰是 $f(x)$ 本身, 则 a 的值等于 ()
A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
4. 已知 $x = \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3}}$ 则 ()
A. $3 < x < 4$ B. $2 < x < 3$ C. $1 < x < 2$ D. $-2 < x < -1$
5. 下列函数中既是偶函数, 又是 $(-\infty, 0)$ 上增函数的是 ()
A. $y = -x^{-2}$ B. $y = -x^2$ C. $y = -x^{\frac{1}{3}}$ D. $y = x^{-1}$
6. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x^2 + 2x - 3}$ 的单调递减区间是 ()
A. $(-\infty, -3)$ B. $[-3, +\infty)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(1, +\infty)$

7. 函数 $y = \frac{1 + e^{2x}}{1 - e^{2x}}$ 是 ()

- A. 奇函数 B. 偶函数 C. 奇函数也是偶函数 D. 非奇非偶函数

8. 对数方程 $2\log_6 x = 1 - \log_6 3$ 的解是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{2}$

9. 若函数 $f(x) = \log_2 x + 3$ ($x \geq 1$) 则 $f^{-1}(x)$ 是 ()

- A. $y = 2^{x-1}$ B. $y = 2^{x-3}$ ($x \geq 1$)
C. $y = 2^{x+3}$ ($x \geq 3$) D. $y = 2^{x-3}$ ($x \geq 3$)

10. 设 $x \in (0, \frac{1}{2})$ 下面正确的是 ()

- A. $(\frac{1}{2})^{1+x} > (\frac{1}{2})^{1-x}$ B. $(1+x)^{\frac{3}{2}} < (1-x)^{\frac{3}{2}}$
C. $(\frac{3}{2})^{1+x} > (\frac{3}{2})^{1-x}$ D. $(1+x)^{\frac{1}{2}} < (1-x)^{\frac{1}{2}}$

11. 将函数 $y = 2^x$ 的图象向左平移一个单位得图象 C_1 , 再将 C_1 向上平移一个单位得到图象 C_2 , 作出 C_2 关于直线 $y = x$ 的对称图象 C_3 , 则 C_3 的解析式是 ()

- A. $y = \log_2(x+1) + 1$ B. $y = \log_2(x-1) - 1$
C. $y = \log_2(x-1) + 1$ D. $y = \log_2(x+1) - 1$

12. $f(x)$ 为 R 上的奇函数, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = x^2 - \sin x$, 则 $x \geq 0$ 时, $f(x)$ 等于 ()

- A. $x^2 + \sin x$ B. $-x^2 + \sin x$ C. $x^2 - \sin x$ D. $-x^2 - \sin x$

13. 已知 $m > n > 1, 0 < a < 1$, 下列不等式中正确的是 ()

- A. $m^a < n^a$ B. $\log_a m > \log_a n$ C. $a^m < a^n$ D. $\log_m a < \log_n a$

14. 设函数 $f(x) = \log_{(a^2-1)}(2x+1)$ 在区间 $(-\frac{1}{2}, 0)$ 内有 $f(x) > 0$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 1$ B. $-\sqrt{2} < a < -1$ 或 $1 < a < \sqrt{2}$
C. $0 < a < 1$ D. $a < -\sqrt{2}$ 或 $a > \sqrt{2}$

15. 如图, 曲线是对数函数 $y = \log_a x$ 的图象, 已知 a 取 $2^{\pm 1}, 3^{\pm 1}$ 四个值, 则相应曲线 C_1, C_2, C_3, C_4 的 a 依次为 ()

- A. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 2, 3$ B. $2, 3, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3$ D. $3, 2, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$

二、填空题

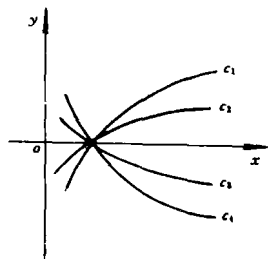
1. $y = (m^2 - 9m + 19)x^{2m^2 - 7m - 9}$ 是幂函数且其图象不过原点, 则实数 m 的取值范围是_____

2. 方程 $5^{x-1} \cdot 10^{3x} = 8^x$ 的解集是_____

3. 函数 $y = (\log \frac{1}{2} \frac{x}{4})(\log \frac{1}{4} \frac{x}{2})$ 的单调减区间是_____ 图 1

4. 关于 x 的方程 $|x-2| = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的解的个数是_____

5. 设实数 x, y, z 满足 $x^2 + y^2 - 2y = 0, x + y + z = 0$, 则 z 的取值范围是_____



三、解答题

1. 已知 $y = f(x)$ 的图象如图, 试作出函数 $y = -|f(1-x)| + 2$ 的图象。

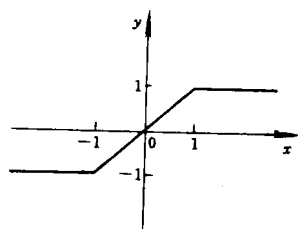


图 2

2. 函数 $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - 1$ 在 $[0, 1]$ 上恒为正, 求 a 的取值范围。

3. 已知 $f(x) = \log(a^x - 1)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

- (1) 求 $f(x)$ 定义域
- (2) 讨论 $f(x)$ 增减性
- (3) 解方程 $f(2x) = f^{-1}(x)$

方 程

一、选择题(有且仅有一个答案符合题意)

1. $m \in R$, x 的方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个正实根的充要条件是 ()
A. $m \geq 0$ B. $m < 0$ C. $m \geq 2$ D. $m \leq -2$
2. 关于 x 的方程 $\sin^2 x + \sin x + 2a = 0$ 一定有实根 x , 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $a \leq \frac{1}{8}$ B. $a \geq -1$ C. $-1 \leq a \leq \frac{1}{8}$ D. $a \leq -1$ 或 $a \geq \frac{1}{8}$
3. 若 $f(x) = \log_a(a - a^x) (a > 1)$, 则方程 $f(x) = f^{-1}(x^2 - 2)$ 的实根为 ()
A. 不存在 B. $x = -10$ C. $x = -1$ 或 2 D. $x = -1$
4. 如果方程 $\lg^2 x + (\lg 2 + \lg 3) \lg x + \lg 2 \cdot \lg 3 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 那么 $x_1 \cdot x_2$ 的值为 ()
A. $\lg 2 \cdot \lg 3$ B. $\lg 2 + \lg 3$ C. $\frac{1}{6}$ D. -6
5. 方程 $x^{\lg x} = 10$ 的所有实根之积是 ()
A. 1 B. -1 C. 10 D. 10^{-1}
6. 函数 $f(x)$ 对一切实数 x 满足 $f(2+x) = f(2-x)$, 若方程 $f(x) = 0$ 恰好有两个不同的实根, 那么这两个根之和是 ()
A. 0 B. 2 C. 4 D. 6
7. 已知方程 $x^2 + (m-3)x + m = 0$ 有一根大于 1, 另一根小于 1, 那么实数 m 的取值范围是 ()
A. $m < 1$ B. $m > 1$ C. $m < 1$ 或 $m > 9$ D. $1 < m < 9$
8. 方程 $\log_2(x+1) - \log_4 x^2 = a$ 的解 $x \in (3, 4)$, 则实数 a 的范围是 ()
A. $(\log_2 \frac{3}{4}, \log_2 \frac{4}{3})$ B. $(\log_2 \frac{3}{2}, 1)$
C. $(\log_2 \frac{5}{4}, \log_2 \frac{4}{3})$ D. $(\log_2 \frac{9}{4}, 2)$

二、填空题

1. 若关于 x 的方程 $\lg(x-1) + \lg(3-x) = \lg(a-x)$ 有且仅有一个实根, 那么 a 的取值范围是_____
2. 若 $\log_{18} 9 = a, 18^b = 5$, 则 $\log_{36} 45 =$ _____。
3. 已知 $F(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$, 则 $F(x) + F(1-x) =$ _____。
4. 方程 $\sqrt{\lg x^2 - 2} = 1 - \lg x$ 的解是_____
5. 已知 $f(x) = ax^5 + bx^3 + \frac{c}{x} - 8$, 又 $f(2) = 10$, 则 $f(-2) =$ _____
6. 方程 $3^{x+3} = 5^{x^2-9}$ 的解是_____
7. 方程 $x^2 + (m-2)x + 5 - m = 0$ 的两根都比 2 大, 则 m 的范围是_____
8. 已知 $f(x+1) = x^2 + 2x - 3$, 则方程 $f(x) = 0$ 的解是_____

三、解答题

1. 解方程 $\log_{x-1}(x^2 - 5x + 10) = 2$
2. 解方程组 $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ 5^{x^2} - 5y^2 + 4 = 1 \end{cases}$

3. 解方程 $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

4. 解方程 $4^{x+\sqrt{3x^2-7x-5}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{3x^2-7x-5}} = 6$

5. 如果方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根 $\operatorname{tg} \theta$ 和 $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - \theta)$ 的比是 3:2, 求 p, q 的值。

不等式(一)

一、选择题(有且仅有一个答案符合题意)

1. 已知 $a > b, a + b < 0$, 那么 ()

A. $|a| > |b|$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $|a| < |b|$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

2. 已知 $a > 0, b > 0$ 则 $\sqrt{ab}, \frac{a+b}{2}, \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}, \frac{2ab}{a+b}$ 的大小顺序是 ()

A. $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{2ab}{a+b}$ B. $\frac{2ab}{a+b} \geq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{a+b}{2}$

C. $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$ D. $\frac{a+b}{2} \geq \frac{2ab}{a+b} \geq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \sqrt{ab}$

3. 偶函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递增, 则 $f(-\pi), f(-\frac{\pi}{2}), f(\log_2 \frac{1}{4})$ 的大小顺序是

A. $f(-\pi) > f(\log_2 \frac{1}{4}) > f(-\frac{\pi}{2})$

B. $f(-\pi) > f(-\frac{\pi}{2}) > f(\log_2 \frac{1}{4})$

C. $f(-\frac{\pi}{2}) > f(\log_2 \frac{1}{4}) > f(-\pi)$

D. $f(\log_2 \frac{1}{4}) > f(-\frac{\pi}{2}) > f(-\pi)$

4. 不等式 $x^2 + |3x| < 10$ 的解集是

A. $\{x | -5 < x < 15\}$

B. $\{x | -2 < x < 5\}$

C. $\{x | -2 < x < 2\}$

D. $\{x | -5 < x < 2\}$

5. 下列命题中正确的命题是

A. $a > b \Rightarrow a|c| > b|c|$

B. $a > -b \Rightarrow c - a < b + c$

C. $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D. $a^2 > b^2 \Rightarrow a > b$

6. 下列各组不等式中,同解的一组是 ()

A. $|\frac{x-2}{x-1}| \geq \frac{x-2}{x-1}$ 与 $\frac{x-2}{x-1} < 0$

B. $\frac{x-2}{x-1} \leq 0$ 与 $(x-2)(x-1) \leq 0$

C. $\lg \frac{x-2}{x-1} < 0$ 与 $\frac{x-2}{x-1} < 1$

D. $2^{\frac{x-2}{x-1}} < 1$ 与 $(x-2)(x-1) < 0$

7. $\frac{1}{2}$, $\sin \frac{1}{2}$, $\arcsin \frac{1}{2}$ 的大小关系是 ()

A. $\frac{1}{2} < \sin \frac{1}{2} < \arcsin \frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2} < \arcsin \frac{1}{2} < \sin \frac{1}{2}$

C. $\sin \frac{1}{2} < \frac{1}{2} < \arcsin \frac{1}{2}$

D. $\sin \frac{1}{2} < \arcsin \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$

8. 设 $A = \{x | 1 < x < 2\}$ $B = \{x | x < a\}$ 若 $A \subset B$, 则 a 的取值范围是 ()

A. $a \in (-\infty, 1]$ B. $a \in [2, +\infty)$ C. $a \in (2, +\infty)$ D. $a \in (1, 2)$

9. 已知 $a > 0, b > 0$, 则不等式 $-b < \frac{1}{x} < a$ 等价于 ()

A. $x < -\frac{1}{a}$ 或 $x > \frac{1}{b}$

B. $x < -\frac{1}{b}$ 或 $x > \frac{1}{a}$

C. $-\frac{1}{a} < x < 0$ 或 $0 < x < \frac{1}{b}$

D. $-\frac{1}{b} < x < 0$ 或 $0 < x < \frac{1}{a}$

10. 当 $x \in (1, +\infty)$ 时函数 $y = x^a$ 的图象恒在直线 $y = x$ 的下方, 则 a 的取值范围 ()

A. $0 < a < 1$ B. $a < 0$ C. $a < 1$ D. $a > 1$

二、填空题

1. 不等式 $|x^2 - 3x| > 4$ 的解集为_____

2. $6^{x^2+x-2} < 1$ 的解集是_____

3. 若 $3x^2 - (2m-1)x + (\frac{m^2}{3} - 1) \geq 0$ 恒成立, 则 m 的取值范围是_____

4. 函数 $y = \sqrt{1 - 2^{2x^2+x-1}}$ 的定义域是_____

5. $y = 4x + \frac{9}{x^2}$ ($x > 0$) 的最小值是_____

三、解答题

1. 解不等式 $\frac{1}{\log_{(x+1)} \frac{1}{2}} + \frac{1}{\log_{(6-x)} \frac{1}{2}} > \frac{1}{\log_{12} \frac{1}{2}}$

2. 解关于 x 的不等式 $a^{2x-2} - 1 < a^{x+1} - a^{x-3}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

3. 已知集合 $A = \{x \mid |x - a| < 1\}$ $B = \{x \mid x^2 - (a + 3)x + 3a > 0\}$ $a \in R$, 若 $A \cup B = R$, 求 a 的值。

4. 已知关于 x 的方程 $(m - 1)x^2 - 2mx + m^2 + m - 6 = 0$ 的两根 α, β 满足 $0 < \alpha < 1 < \beta$, 求实数 m 的取值范围。

不等式(二)

一、选择题(有且仅有一个答案符合题意)

1. 若 a, b 是任意实数, 且 $a > b$, 则 ()

- A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{b}{a} < 1$ C. $\lg(a - b) > 0$ D. $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$

2. 条件“ $x > y$ 且 $xy > 0$ ”是“ $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ ”成立的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. $\log_a 2 < \log_b 2 < 0$ 则 ()

- A. $0 < a < b < 1$ B. $0 < b < a < 1$
C. $a > b > 1$ D. $b > a > 1$

4. 条件甲: $\begin{cases} 2 < x + y < 4 \\ 0 < xy < 3 \end{cases}$ 条件乙: $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ 2 < y < 3 \end{cases}$ 甲是乙的 () 条件

- A. 充要条件 B. 充分而不必要条件
C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 下列函数中, 最小值为 2 的是 ()

- A. $y = x + \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) B. $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ ($x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in Z$)

- C. $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$ ($x \in R$) D. $y = 2\cos 2x + 4\cos x + 5$

6. 对任意实数 x , 若不等式 $|x + 1| - |x - 2| > k$ 恒成立, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k < 3$ B. $k < -3$ C. $k \leq 3$ D. $k \leq -3$

7. 对任意实数 x , 不等式 $(a - 2)x^2 - 2(a - 2)x - 4 < 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(-2, 2)$ D. $(-2, 2]$

8. 函数 $y = x + \frac{16}{\sqrt{x-1}}$ ($x > 1$) 的最小值是 ()
 A. 9 B. 13 C. 15 D. 17
9. 已知 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 $\alpha - \beta$ 的范围是 ()
 A. $|\alpha - \beta| < \frac{\pi}{2}$ B. $|\alpha - \beta| < \pi$ C. $-\pi < \alpha - \beta < 0$ D. $-\frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < 0$
10. $0 < k < 3$ 是函数 $y = 3kx^2 - 2kx + 1$ ($x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{R}$) 永远为正的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

1. 不等式 $x^{\log_{0.5} x} < \frac{1}{x}$ 的解集是 _____
2. 关于 x 的不等式 $x^2 - 5ax + 6a^2 > 0$ 的解集为 _____
3. 函数 $y = x^2(1 - 3x)$ ($0 < x < \frac{1}{3}$) 的最大值为 _____
4. 不等式 $\frac{2-4x}{x^2-3x+2} \geq x+1$ 的解集为 _____
5. 当 $x < \frac{3}{2}$ 时函数 $f(x) = 2x + 4 + \frac{3}{2x-3}$ 的最大值为 _____

三、解答题

1. 已知 a, b 为不等正数, $n \in \mathbb{N}$ 且 $n > 1$, 求证: $a^n + b^n > a^{n-1}b + ab^{n-1}$
2. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 求证: $a^{(a-\frac{3}{4})^2} > a^{(a-\frac{5}{4})^2}$
3. 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}^+$, 求证: $\frac{b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2}{a+b+c} \geq abc$
4. $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$, 求证: $1 < \frac{a}{a+b+d} + \frac{b}{b+c+a} + \frac{c}{c+d+b} + \frac{d}{d+a+c} < 2$
5. 已知圆柱的表面积为 S , 求圆柱体积 V 的最大值。