普通高等教育“十二五”规划教材

高等数学

（上册）

刘文娟　董艳慧　主　编
侯金荣　李苗苗　杨春燕　副主编

经济科学出版社

普通高等教育"十二五"规划教材

高等数学

上 册

刘文娟 董艳慧 主 编

侯金荣 李苗苗 杨春燕 副主编

经济科学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.上册/刘文娟,董艳慧主编.—北京:经济科学出版社,2010.5
普通高等教育"十二五"规划教材
ISBN 978－7－5058－9338－2

Ⅰ.①高… Ⅱ.①刘… ②董… Ⅲ.①高等数学—高等学校:技术学校—教材
Ⅳ.①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 077952 号

责任编辑:王东萍
责任校对:徐领杜
技术编辑:李长建

高等数学
上 册
刘文娟 董艳慧 主 编
侯金荣 李苗苗 杨春燕 副主编
经济科学出版社出版、发行 新华书店经销
社址:北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮编:100142
教材编辑中心电话:88191344 发行部电话:88191540
网址:www.esp.com.cn
电子邮件:espbj3@esp.com.cn
北京密兴印刷厂印装
787×960 16 开 16.5 印张 273 千字
2010 年 7 月第 1 版 2010 年 7 月第 1 次印刷
ISBN 978－7－5058－9338－2 定价:25.90 元
(图书出现印装问题,本社负责调换)

前　言

高等数学是普通高等院校理工类各专业的一门基础课程，对于培养学生的逻辑思维能力、分析问题和解决问题的能力，提高综合素质，都有很大帮助. 我们根据普通高等院校理工类专业高等数学课程标准，全面贯彻“以应用为目的，以必须够用为度”的原则，并结合普通高等院校在培养技术应用型人才方面的教学特点，编写了这本书.

本书注重对学生数学素养、基本计算能力和应用能力的培养，并精选了适量有实际背景的例题和习题，旨在培养学生的数学素质、创新意识及运用数学工具解决实际问题的能力. 全书分上、下两册，上册共 6 章，主要介绍函数、极限与连续，导数与微分，微分中值定理与导数的应用，不定积分，定积分及其应用，常微分方程；下册共 5 章，主要介绍向量代数与空间解析几何，多元函数微积分，无穷级数，拉普拉斯变换，线性代数初步.

本书渗透现代化教学思想和手段，特别加强学生应用能力的培养，力求做到易教、易学、易懂. 全书每节后都设有习题，书后附有习题参考答案. 书中融入了数学实践教学，为了提高读者的数学应用能力，教材中借助数学软件 Mathematica 编写了与本书配套的简单的数学实验.

本书可作为普通高等院校理工类专业的数学基础课教材，也可供相关科技人员参考.

由于编者水平有限，时间也比较仓促，书中难免存在不足和考虑不周之处，望专家和读者指正.

编　者

2010 年 5 月

目　　录

第一章　函数、极限与连续

函数是对现实世界中各种变量之间相互依赖关系的一种抽象描述，它是高等数学的主要研究对象. 极限理论是高等数学的基础，它是研究函数的一种基本方法. 连续是函数的一个重要性质. 本章将介绍函数、极限与连续的基本知识，为以后学习奠定基础.

第一节　函　　数

一、集合及其运算

在中学我们已经接触过集合，例如自然数的集合，到一个定点的距离等于定长的点的集合(即圆)，那么集合的含义是什么，下面我们给出集合的定义.

定义 1　一般地，我们把研究对象统称为**元素**，把一些元素组成的总体叫做**集合**. 通常用大写拉丁字母 $A,B,C\cdots$ 表示集合，用小写拉丁字母 $a,b,c\cdots$ 表示元素.

如果 a 是集合 A 的元素，就称 a 属于集合 A，记作 $a\in A$；否则就称 a 不属于集合 A，记作 $a\notin A$.

集合的表示方法有三种：用自然语言表示、列举法、描述法.

举例来说，我们用自然语言来表示集合 A 为"所有小于 8 的自然数"组成的集合，那么我们也可以用 $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ 表示 A，像这样把集合的元素一一列举出来，并用花括号"{ }"括起来表示集合的方法叫做**列举法**；同样 A 也可以表示为 $\{x\in\mathbf{N}\mid 0\leqslant x<8\}$，像这样用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为**描述法**.

例 1　分别用列举法和描述法表示方程 $x^2=3$ 的所有实数根组成的集合.

解　设方程的实数根为 x 且满足 $x^2=3$，所以用描述法可表示为 $\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-3=0\}$；方程的两个实数根为 $\sqrt{3}$，$-\sqrt{3}$，所以用列举法可表示为 $\{\sqrt{3},-\sqrt{3}\}$.

定义 2　一般地，对于两个集合 A，B，如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素，则称集合 A 为集合 B 的**子集**，记作 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$）。如果集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 也是集合 A 的子集，则称集合 A 与集合 B **相等**，记作 $A=B$。如果集合 $A\subseteq B$，但存在元素 $x\in B$ 且 $x\notin A$，则称集合 A 是集合 B 的**真子集**，记作 $A\subset B$（或 $B\supset A$）。

注：我们把不含任何元素的集合叫做空集，记作 $\varnothing$，并规定：空集是任何集合的子集。

例 2　写出集合 $A=\{1,2\}$ 的所有子集，并指出它的真子集。

解　集合 A 的所有子集为 $\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{1,2\}$，其中真子集为 $\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$。

定义 3　一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，称为集合 A 与集合 B 的**并集**，记作 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$。

例 3　设 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,3,5,7\}$，求 $A\cup B$。

解　$A\cup B=\{1,2,3\}\cup\{2,3,5,7\}=\{1,2,3,5,7\}$

定义 4　一般地，由属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合，称为集合 A 与集合 B 的**交集**，记作 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$。

例 4　设 $A=\{x\mid 0<x<2\}$，$B=\{x\mid 1<x<3\}$，求 $A\cap B$。

解　$A\cap B=\{x\mid 0<x<2\}\cap\{x\mid 1<x<3\}=\{x\mid 1<x<2\}$

定义 5　一般地，如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素，则称这个集合为**全集**，通常记作 U。对于一个集合 A，由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集，简称为集合 A 的**补集**，记作 $\complement_U A=\{x\mid x\in U$ 且 $x\notin A\}$。

例 5　设 $U=\{x\mid x$ 是小于 9 的正整数$\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,3,5,7\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$。

解　由题意可知

$$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$

所以

$$\complement_U A=\{4,5,6,7,8\},\ \complement_U B=\{1,4,6,8\}$$

定义 6　一般地，由属于集合 A 而不属于集合 B 的元素组成的集合，称为集合 A 与集合 B 的**差集**，记作 $A\backslash B$（有时也记作 $A-B$），即 $A\backslash B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\notin B\}$。

二、函数的概念

定义 7 x,y 是两个变量,D 是一个给定的数集,如果对于每个 $x\in D$,按照某种对应法则 f,y 总有唯一确定的值与它对应,则称 y 是 x 的**函数**,记作 $y=f(x)$,其中 x 称为**自变量**,y 称为**因变量**,数集 D 称为函数 $f(x)$的**定义域**,对应于自变量 $x\in D$ 的函数值的全体称为函数的**值域**,用集合表示是$\{y|y=f(x),x\in D\}$.

定义域常用区间或集合表示,当 x 取定义域 D 中的值 x_0 时,与 x_0 对应的 y 值称为函数 $f(x)$在 x_0 处的**函数值**,记作 $f(x_0)$或 $y|_{x=x_0}$.

关于函数的定义,我们作如下几点说明:

(1) 函数 $y=f(x),x\in D$ 的这种记号中,f 表示对应法则,除了常用字母表示对应法则外,还可以用其他字母,例如 g,F,φ 等,有时还可以直接用因变量的记号来表示函数,即 $y=y(x),x\in D$. 在同一个问题中,当讨论不同函数时,需要使用不同的字母表示不同的函数,不可混淆.

(2)定义域、值域、对应法则是**函数的三要素**,其中函数的定义域和对应法则是确定函数的两个要素,两个函数相同是指这两个函数的定义域和对应法则均相同,而与函数中的自变量和因变量采用什么字母表示无关. 例如,$S=\pi r^2,r\in(0,+\infty)$和 $y=\pi x^2,x\in(0,+\infty)$表示同一函数.

(3)我们在中学数学中已经知道,表示函数的主要方法是公式法,即用数学运算式子来表示函数. 这时,函数的定义域常取使该运算式子有意义的自变量值的全体,在这种情况下,函数的定义域可省略不写. 但是当研究的函数有特定的定义域时,需明确表示.

(4)在函数定义中,对每一个 $x\in D$,只能有唯一的一个 y 值与它对应,这样定义的函数称为**单值函数**. 若有不止一个 y 值与之对应,就称为**多值函数**.

例 6 判断下列各对函数是否相同,并说明理由.

(1)$f(x)=\lg x^2,g(x)=2\lg x$;

(2)$f(x)=\dfrac{x}{x},g(x)=1$;

(3)$f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x,g(x)=1$.

解 (1)不相同.

$D_f=(-\infty,0)\cup(0,+\infty),D_g=(0,+\infty)$,两个函数的定义域不同,因此 $f(x)$与 $g(x)$不相同;

(2)不相同.

$D_f=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，$D_g=\mathbf{R}$，两个函数的定义域不同，因此 $f(x)$ 与 $g(x)$ 不相同；

(3)相同.

$f(x)=\sin^2x+\cos^2x=1$ 与 $g(x)=1$ 的定义域和对应法则都相同，因此 $f(x)$ 与 $g(x)$ 相同.

例 7 设 $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x+1}$，求 $f(0)$，$f(1)$，$f(2)$，$f(-2)$.

解 $f(0)=\dfrac{|-2|}{1}=2$

$$f(1)=\frac{|1-2|}{2}=\frac{1}{2}$$

$$f(2)=\frac{|2-2|}{3}=0$$

$$f(-2)=\frac{|-2-2|}{-1}=-4$$

例 8 求函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{25-x^2}}+\ln(x^2-4)$ 的定义域.

解 要使函数 y 有意义，变量 x 必须同时满足

$$\begin{cases}25-x^2>0\\x^2-4>0\end{cases}$$

解不等式组得

$$\begin{cases}-5<x<5\\x>2\text{ 或 }x<-2\end{cases}$$

因此函数的定义域为 $D=(-5,-2)\cup(2,5)$.

例 9 求函数 $y=\dfrac{1}{1-\ln|x|}+\arcsin\dfrac{2x-1}{5}$ 的定义域.

解 要使函数 y 有意义，变量 x 必须同时满足

$$\begin{cases}-1\leqslant\dfrac{2x-1}{5}\leqslant1\\x\neq0\\\ln|x|\neq1\end{cases}$$

解不等式组得

$$\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 3\\ x\neq 0,\pm e\end{cases}$$

因此函数的定义域为 $D=[-2,0)\cup(0,e)\cup(e,3]$.

常用的函数表示方法包括表格法、图像法和解析法.

例 10 某商场 2009 年第一季度各月销售额(万元)如表 1—1 所示:

表 1—1

月份	1	1	3
销售额(万元)	130	200	95

表 1—1 所示的两种变量的对应规则是一种函数关系,这种表示函数的方法就是**表格法**.

例 11 某地某天的气温变化曲线如图 1—1 所示,该曲线描述了当天气温 T 随时间 t 的变化情况.

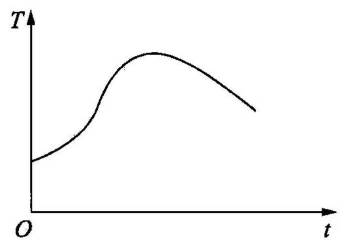

图 1—1

图 1—1 所示的两种变量之间的对应规则也是一种函数关系,这种表示函数的方法就是**图像法**.

定义 8 在定义域的不同范围内用不同的解析式表示的函数称为**分段函数**.

例如,绝对值函数 $y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0,\end{cases}$ 如图 1—2 所示;符号函数 $y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}-1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ 1, & x>0,\end{cases}$ 如图 1—3 所示.

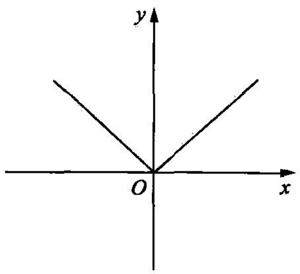

图 1－2

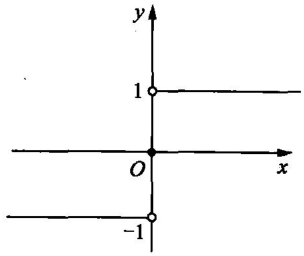

图 1－3

注：分段函数在其整个定义域内是一个函数，而不是几个函数，因此分段函数的定义域是各段定义域的并集.

例 12　若 $f(x)=\begin{cases}1-x^2, & -1\leqslant x<0,\\ 1-2x, & 0\leqslant x\leqslant 1,\end{cases}$ 求 $f(x)$ 的定义域及函数值 $f(-1)$，$f\left(\frac{1}{2}\right)$.

解　$f(x)$ 的定义域为 $[-1,0)\cup[0,1]=[-1,1]$，所以

$$f(-1)=1-(-1)^2=0$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=1-\frac{1}{2}\times 2=0$$

三、函数的基本性质

1. 单调性

定义 9　设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有定义，若对 $\forall x_1,x_2\in I$（“$\forall$”表示“任意的”），当 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在 I 上**单调递增**，特别地，当严格不等式 $f(x_1)<f(x_2)$ 成立时，则称函数 $f(x)$ 在 I 上**严格单调递增**；当 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在 I 上**单调递减**，特别地，当严格不等式 $f(x_1)>f(x_2)$ 成立时，则称函数 $f(x)$ 在 I 上**严格单调递减**.

例如，函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上是单调递增的，在区间 $(-\infty,0]$ 上是单调递减的. 又如，函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在 $(-\infty,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 上都是单调递减的.

单调递增函数与单调递减函数统称为**单调函数**. 从图像上看，单调递增函数是沿 x 轴正

方向上升的曲线(如图 1—4),单调递减函数是沿 x 轴正方向下降的曲线(如图 1—5).

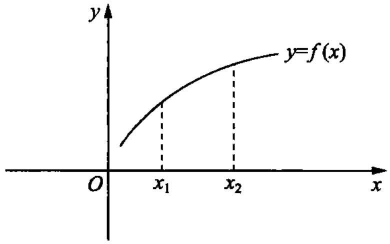

图 1—4

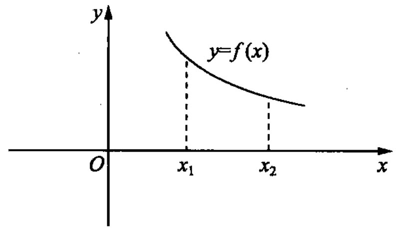

图 1—5

2. 奇偶性

定义 10 设函数 $f(x)$的定义域 D 关于原点对称,即若 $x\in D$,有$-x\in D$. 若对 $\forall x\in D$,有$f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$为**偶函数**;若对 $\forall x\in D$,有 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$为**奇函数**.

从图像上看,偶函数关于 y 轴对称(如图 1—6),奇函数关于原点对称(如图 1—7).

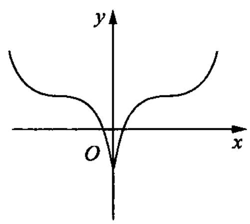

图 1—6

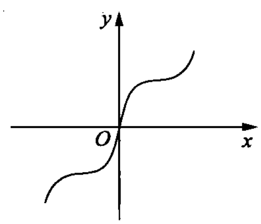

图 1—7

例 13 讨论函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$的奇偶性.

解 因为 $f(x)$的定义域 $\mathbf{R}$ 关于原点对称,且

$$f(-x)=\ln(-x+\sqrt{1+(-x)^2})$$

$$=\ln\frac{(-x+\sqrt{1+x^2})(x+\sqrt{1+x^2})}{x+\sqrt{1+x^2}}$$

$$=\ln\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$$

$$=-\ln(x+\sqrt{1+x^2})$$

$$=-f(x)$$

所以 $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ 是奇函数.

注:(1)两偶函数的和为偶函数;两奇函数的和为奇函数;两偶函数的积为偶函数;两奇函数的积为偶函数;一奇一偶函数的积为奇函数.

(2)判断一个函数的奇偶性,首先要判断函数的定义域,定义域必须关于原点对称,否则函数为非奇非偶函数.对于奇函数,如果定义域内包含0,则 $f(0)=0$.

3. 周期性

定义 11 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D,如果 $\exists T\neq 0$("$\exists$"表示"存在"),使得对 $\forall x\in D$,有 $x\pm T\in D$,且 $f(x+T)=f(x)$ 恒成立,则称 $f(x)$ 为**周期函数**,称 T 为 $f(x)$ 的**周期**.

显然,若 T 为 $f(x)$ 的周期,则 nT 也是 $f(x)$ 的周期($n\in\mathbf{Z}$,且 $n\neq 0$),故周期函数有无穷多个周期.若在这些周期中存在一个最小正数,我们称它为 $f(x)$ 的最小正周期,简称周期.例如,$y=\sin x$ 的周期为 2π,$y=\cos 2x$ 的周期为 π.然而不是所有的周期函数都存在最小正周期.例如,常数函数 $y=C$(C 是常数)是周期函数但没有最小正周期;又如,狄立克莱函数 $D(x)=\begin{cases}0, x\text{ 是无理数},\\ 1, x\text{ 是有理数}\end{cases}$ 的周期是任意正数,故该函数没有最小正周期.从图像上看,周期为 T 的函数 $f(x)$ 沿 x 轴每隔 T 个单位重复一次,如图 1—8 所示.

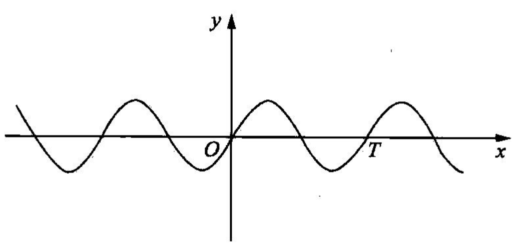

图 1—8

4. 有界性

定义 12 函数 $y=f(x)$ 在区间 D 内有定义,若 $\exists M>0$,对 $\forall x\in D$,都有 $|f(x)|\leqslant M$,则

称 $y=f(x)$在区间 D 内**有界**，否则称 $y=f(x)$在区间 D 内**无界**.

例如，函数 $y=\sin x$ 在$(-\infty,+\infty)$内有界；函数 $y=\frac{1}{x}$在$[1,2]$上有界，而在$(0,2)$上无界. 由此可见，函数是否有界不仅与函数有关，而且与 x 的区间有关. 从图像上看，有界函数位于两条平行于 x 轴的直线 $y=-M$ 和 $y=M$ 所确定的带形区域内，如图 1—9 所示.

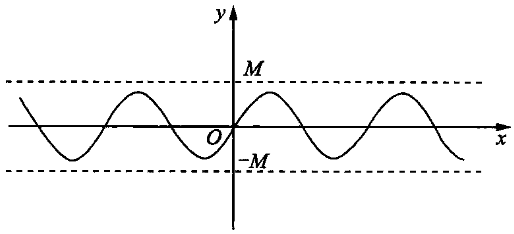

图 1—9

四、反函数与复合函数

我们知道圆的面积 S 是半径 r 的函数，且 $S=\pi r^2$，对于每个 $r\in(0,+\infty)$，都可以由 $S=\pi r^2$ 计算出唯一的面积 S. 如果研究相反的问题，由圆的面积计算圆的半径，对于每个 $S\in(0,+\infty)$，按此对应关系，也对应唯一的半径 r，即 $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$，$S\in(0,+\infty)$，这时就应该把面积 S 看成自变量，而把半径 r 看成因变量，所以我们称 $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$为 $S=\pi r^2$ 的反函数.

一般地，反函数定义如下：

定义 13 设 $y=f(x)$的定义域为 D，值域为 M，如果对于 M 中的每一个 y 值，在 D 中总有唯一确定的 x 值与之对应，则 x 是定义在 D 上的以 y 为自变量的函数，称其为函数 $y=f(x)(x\in D)$的**反函数**，记作 $x=f^{-1}(y)(y\in M)$. 习惯上用 x 表示自变量，y 表示函数，故 $y=f(x)(x\in D)$的反函数常写成 $y=f^{-1}(x)(x\in M)$.

相对于反函数 $y=f^{-1}(x)(x\in M)$来说，原函数 $y=f(x)(x\in D)$称为**直接函数**.

例 14 求 $y=2x-1$ 的反函数.

解 由 $y=2x-1$ 可以求出

$$x=f^{-1}(y)=\frac{y+1}{2}(y\in \mathbf{R})$$

将 x 与 y 互换得 $y=2x-1$ 的反函数是 $y=\frac{x+1}{2}(x\in\mathbf{R})$，如图 1－10 所示.

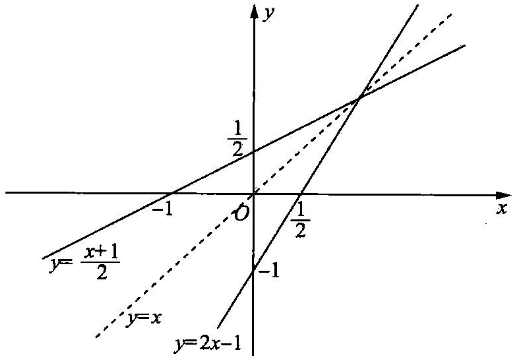

图 1－10

例 15　讨论 $f(x)=x^2$ 的反函数.

解　该函数的定义域是 $\mathbf{R}$，值域是 $[0,+\infty)$，$\forall\, y>0$，有 $x=\pm\sqrt{y}$，故 $f(x)=x^2$ 在定义域内不存在反函数.

当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$y=x^2$ 有反函数 $y=\sqrt{x}$，$x\in[0,+\infty)$；

当 $x\in(-\infty,0]$ 时，$y=x^2$ 有反函数 $y=-\sqrt{x}$，$x\in[0,+\infty)$.

注：(1) 函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 是其反函数 $x=f^{-1}(y)(y\in M)$ 的值域，函数 $y=f(x)$ 的值域 M 是其反函数 $x=f^{-1}(y)(y\in M)$ 的定义域.

(2) 在直角坐标系中，函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称，如图 1－10 所示.

(3) 若一个函数存在反函数，则它必定是一一对应的函数关系，如例 15.

由两个或两个以上的函数用所谓“中间变量”传递的方法能生成新的函数.

例如，设 $y=\ln u$，$u=x+1$，由中间变量 u 传递生成新函数 $y=\ln(x+1)$，对于这样由两个函数经传递而生成的函数有如下定义：

定义 14　设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 M_φ，则当 $D_f\cap M_\varphi\neq\varnothing$ 时，y 通过 u 传递成为 x 的函数，这个函数称为由 $y=f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 生成的**复合函数**，记作

$y=(f\circ\varphi)(x)=f[\varphi(x)]$,其中 u 是中间变量.

注:(1)只有满足 $D_f\cap M_\varphi\neq\varnothing$ 的两个函数才能生成一个复合函数.

(2)复合函数的概念可以推广到由两个以上的函数生成的复合函数.

(3)函数 $f\circ\varphi$ 是一种符合运算,一般地,$f\circ\varphi\neq\varphi\circ f$,尽管个别点的函数值可能相等,但作为函数不相等,如 $f(x)=\sin x,g(x)=x^2,(f\circ g)(x)=\sin x^2,(g\circ f)(x)=\sin^2 x$.

例 16 求由 $f(x)=\sqrt{x-1}$ 与 $g(x)=2x^2+1$ 生成的复合函数 $(f\circ g)(x)$ 与 $(g\circ f)(x)$.

解 $(f\circ g)(x)=\sqrt{g(x)-1}=\sqrt{2x^2}=\sqrt{2}|x|$

$(g\circ f)(x)=2f^2(x)+1=2x-1$

例 17 设 $f(x)=\arcsin x,\varphi(x)=x^2+2$,问 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 能否生成复合函数 $f[\varphi(x)]$.

解 因为 $f(x)$ 的定义域为 $D_f=[-1,1]$,$\varphi(x)$ 的值域为 $M_\varphi=[2,+\infty)$,$D_f\cap M_\varphi=\varnothing$,所以 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 不能生成复合函数 $f[\varphi(x)]$.

例 18 设 $f(x-1)=x^2$,求 $f(2x+1)$.

解 令 $u=x-1$,则 $x=u+1$,得

$f(u)=(u+1)^2$.

又令 $\varphi(x)=2x+1$,则

$f(2x+1)=f[\varphi(x)]=[\varphi(x)+1]^2=[(2x+1)+1]^2=4(x+1)^2$

例 19 指出下列函数的复合过程.

(1)$y=\sqrt{\lg(2x-1)}$;

(2)$y=\ln\arcsin 2^{x-1}$.

解 (1)函数 $y=\sqrt{\lg(2x-1)}$ 是由 $y=\sqrt{u}$,$u=\lg v$ 和 $v=2x-1$ 复合成的;

(2)$y=\ln\arcsin 2^{x-1}$ 是由 $y=\ln u$,$u=\arcsin v$,$v=2^t$ 和 $t=x-1$ 复合成的.

五、初等函数

(1)幂函数:$y=x^a$,其中 a 是常数,幂函数的定义域与 a 的值有关,但无论 a 取何值,$y=x^a$ 在 $(0,+\infty)$ 内都有定义.

(2)指数函数:$y=a^x$,其中 a 是常数,$a>0$ 且 $a\neq1$,其定义域为 $(-\infty,+\infty)$.

(3)对数函数:$y=\log_a x$,其中 a 是常数,$a>0$ 且 $a\neq1$,其定义域为 $(0,+\infty)$. 特别地,当 a