高等学校理工科电子信息类课程

学习辅导丛书

微波技术与天线

学习辅导与习题详解

王新稳　李延平　李　萍　编著

学习要点

习题分析

练习题及参考解答

考研试题详解

学习的帮手　考研的参谋

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

高等学校理工科电子信息类课程学习辅导丛书

微波技术与天线
学习辅导与习题详解

王新稳　李延平　李　萍　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书是依据《微波技术与天线》(第二版)一书(电子工业出版社 2006 年),为指导学生深入理解该课程的内容,提高分析、解决问题的能力而编写的。本书共四章,每章都由"基本要求"、"重点、难点"、"重点内容与公式"、"典型例题"及"习题详解"等部分组成。

书中给出大量例题,部分例题是往年的研究生考题。书末给出两套模拟试题,用于学生自检自查。

本书既可作为"微波技术"、"微波技术与天线"课程的学习指导书,也可作为报考相关专业研究生的复习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

微波技术与天线学习辅导与习题详解 / 王新稳,李延平,李萍编著. —北京:电子工业出版社,2011.1

(高等学校理工科电子信息类课程学习辅导丛书)

ISBN 978-7-121-12509-6

Ⅰ. ①微… Ⅱ. ①王… ②李… ③李… Ⅲ. ①微波技术—高等学校—教学参考资料②微波天线—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. ①TN015②TN822

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 240196 号

责任编辑:陈晓莉

印　　刷:北京市顺义兴华印刷厂

装　　订:三河市双峰印刷装订有限公司

出版发行:电子工业出版社

　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036

开　　本:787×980　1/16　印张:15.75　字数:406 千字

印　　次:2011 年 1 月第 1 次印刷

印　　数:4000 册　定价:30.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

前　　言

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材《微波技术与天线》(第二版)的配套学习指导书。本学习指导书获得西安电子科技大学 2010 年度校教改资金资助。

本书按照《微波技术与天线》(第二版)的结构编写,内容分为 4 章。每一章均由五部分构成:第一部分为“基本要求”,第二部分为“重点、难点”,第三部分为“重点内容与公式”,第四部分为“典型例题”,第五部分为“习题详解”。

本书给出了大量例题,部分例题是往年的研究生考题。解答细致入微,对问题的难点也一一指出,便于学生学习掌握,有助于学生提高分析解决问题的能力。本书给出两套模拟试题,用于学生自查知识的掌握程度。

本书的第 1 章至第 3 章由王新稳编写,李青凤、田小林给出了 1～3 章的部分例题和解答;第 4 章由李延平编写,李萍给出了部分例题。在编写过程中,吸收了其他任课教师的意见和建议,融入了编者长期的教学经验和体会。该习题详细解答的多媒体演示软件也已设计完成,可用于辅助教学。

编者对梁昌洪教授、杨德顺教授、傅德明教授、魏文元教授、张小苗教授、郑会利教授在编写该教材过程中给予的指导和帮助表示诚挚的感谢,编者对李青凤、田小林、李勇、李林子、周非、任可明、刘英等老师和陈曦、赵波、李军、苟永刚、邢蕊娜、张鹏、姜文、姜林涛、宋跃、梁浩、郭航利、周晓辉等同学在编写该教材和制作多媒体教学课件中给予的指导和帮助表示诚挚的感谢。

由于编者的水平有限,尽管抱着良好的愿望,并做出了不懈的努力,但书中缺点错误在所难免,殷切希望得到使用本书的教师和同学的批评指正。

编著者

2010 年 4 月

目　　录

第 1 章

本章主要研究均匀传输线的一维分布参数电路的分析理论——长线理论，并用长线理论分析基本 TEM 波传输线的传输特性及工作特性。之后，介绍了规则金属波导传输线的分析理论，即基于 Maxwell 方程的纵向分量分析法及横向分量的模式电压、电流理论分析法。

1.1 基本要求

(1) 掌握 TEM 波传输线的几何结构与场结构分布特点、分布参数电路模型、长线方程及其解；

(2) 掌握传输线特性参数(特性阻抗、传播常数、相速、相波长)及工作状态参数(等效阻抗、反射系数、驻波系数、行波系数)的定义与计算；

(3) 掌握均匀无耗长线三种工作状态下沿线电压、电流、阻抗的分布特点及功率传输的特点；

(4) 了解 Smith 圆图的构成原理，掌握阻抗匹配的基本方法(1/4 波长阻抗变换法与单枝节匹配法)，学会用圆图解决长线的匹配问题；

(5) 掌握带状线、微带线、耦合带状线与耦合微带线的传输模式、传输特性参数的一般定义；

(6) 掌握规则金属波导传输线的一般分析理论、导波传输模式的分类方法；掌握导波传输特性参数(截止波长与截止波数、相移常数与波导波长、相速与群速、波阻抗)的定义与计算；

(7) 掌握矩形波导的主模式 TE_{10}模的场结构特点、波导内壁上电流分布特点及传输功率的计算。

1.2 重点、难点

重点：长线理论、波导传输线。

难点：特性参数、等效阻抗、反射系数的物理含义及计算方法、阻抗圆图用法、单枝节匹配原理与方法，波导传输线，传输功率的计算。

1.3 重点内容与公式

1.3.1 长线理论

1. 长线方程的解

传输线是一种分布参数电路，其上的电压与电流一般是入射波和反射波的叠加，根据传输线始端电压和电流、终端电压和电流及信号源与负载阻抗等已知条件，可有如下长线方程的解。

(1) 均匀长线已知始端条件的解

$$U(z)=\frac{U_1+I_1Z_0}{2}e^{-\gamma z}+\frac{U_1-I_1Z_0}{2}e^{\gamma z}=U_{i1}e^{-\gamma z}+U_{r1}e^{\gamma z}=U_i(z)+U_r(z)$$

$$I(z)=\frac{U_1+I_1Z_0}{2Z_0}e^{-\gamma z}-\frac{U_1-I_1Z_0}{2Z_0}e^{\gamma z}=\frac{U_{i1}}{Z_0}e^{-\gamma z}-\frac{U_{r1}}{Z_0}e^{\gamma z}=I_i(z)+I_r(z)$$

式中：$U_{i1}=\frac{U_1+I_1Z_0}{2}$；$U_{r1}=\frac{U_1-I_1Z_0}{2}$；$z$ 是由传输线始端计算起，指向终端的坐标。

该解的双曲函数形式为

$$U(z)=U_1\mathrm{ch}\gamma z-I_1Z_0\mathrm{sh}\gamma z$$

$$I(z)=-\frac{U_1}{Z_0}\mathrm{sh}\gamma z+I_1\mathrm{ch}\gamma z$$

(2) 均匀长线已知终端条件的解

$$\begin{aligned}U(z')&=\frac{U_2+I_2Z_0}{2}e^{\gamma z'}+\frac{U_2-I_2Z_0}{2}e^{-\gamma z'}\\&=U_{i2}e^{\gamma z'}+U_{r2}e^{-\gamma z'}=U_i(z')+U_r(z')\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I(z')&=\frac{U_2+I_2Z_0}{2Z_0}e^{\gamma z'}-\frac{U_2-I_2Z_0}{2Z_0}e^{-\gamma z'}\\&=\frac{U_{i2}}{Z_0}e^{\gamma z'}-\frac{U_{r2}}{Z_0}e^{-\gamma z'}=I_i(z')+I_r(z')\end{aligned}$$

式中：$U_{i2}=\frac{U_2+I_2Z_0}{2}$；$U_{r2}=\frac{U_2-I_2Z_0}{2}$；$z'$是由传输线终端计算起，指向始端的坐标。

该解的双曲函数形式为

$$U(z')=U_2\mathrm{ch}\gamma z'+I_2Z_0\mathrm{sh}\gamma z'$$

$$I(z')=\frac{U_2}{Z_0}\mathrm{sh}\gamma z'+I_2\mathrm{ch}\gamma z'$$

当传输线长为 l 时，始端电压、电流与终端电压、电流的关系为

$$U_1=U(l)=U_2\mathrm{ch}\gamma l+I_2Z_0\mathrm{sh}\gamma l$$

$$I_1=I(l)=\frac{U_2}{Z_0}\mathrm{sh}\gamma l+I_2\mathrm{ch}\gamma l$$

用矩阵表示，有

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}\gamma l & Z_0 \operatorname{sh}\gamma l \\ \dfrac{\operatorname{sh}\gamma l}{Z_0} & \operatorname{ch}\gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

(3) 均匀长线已知信号源与负载阻抗条件的解

$$U(z) = \frac{E_g Z_0}{(Z_g + Z_0)} \frac{e^{-\gamma l}(e^{\gamma z'} + \Gamma_L e^{-\gamma z'})}{(1 - \Gamma_g \Gamma_L e^{-2\gamma l})}$$

$$I(z) = \frac{E_g}{(Z_g + Z_0)} \frac{e^{-\gamma l}(e^{\gamma z'} - \Gamma_L e^{-\gamma z'})}{(1 - \Gamma_g \Gamma_L e^{-2\gamma l})}$$

式中：
$$\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0}, \quad \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

z' 是由传输线终端计算起，指向始端的坐标。

2. 传输线的特性参数

表征分布参数传输线的特性参数是特性阻抗、传播常数、相速与相波长。

(1) 对微波无耗长线有：

相速度 v_p $\qquad v_p = \dfrac{\omega}{\beta} = \dfrac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \dfrac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}$

相波长 λ_p $\qquad \lambda_p = \dfrac{2\pi}{\beta} = \dfrac{v_p}{f} = \dfrac{\lambda_0}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}$

特性阻抗 Z_0 $\qquad Z_0 = \sqrt{\dfrac{L_1}{C_1}} = \dfrac{1}{v_p C_1}$

相移常数 β $\qquad \beta = \omega\sqrt{L_1 C_1} = \dfrac{2\pi}{\lambda_p}$

衰减常数 α $\qquad \alpha = 0$

传播常数 γ $\qquad \gamma = \alpha + j\beta = j\beta$

式中：$\lambda_0 = c/f$，为自由空间的工作波长。

在无耗长线的特性参数中，只有特性阻抗 Z_0 需要求出传输线单位长度的分布电容 C_1 方可确定。因此求解 TEM 波传输线的特性参数问题最终归结为求解 TEM 波传输线单位长度的分布电容 C_1。

(2) 对微波低耗长线有：

特性阻抗 Z_0 $\qquad Z_0 \approx \sqrt{\dfrac{L_1}{C_1}} = \dfrac{1}{v_p C_1}$

相移常数 β $\qquad \beta = \omega\sqrt{L_1 C_1} = \dfrac{2\pi}{\lambda_p}$

衰减常数 α $\qquad \alpha \approx \dfrac{R_1}{2Z_0} + \dfrac{G_1 Z_0}{2} = \alpha_c + \alpha_d$

传播常数 γ $\qquad \gamma = \alpha + j\beta$

式中：$\alpha_c=\frac{R_1}{2Z_0}$ 为导体衰减常数；$\alpha_d=\frac{G_1Z_0}{2}$为介质衰减常数。

3. 传输线工作状态参数

(1) 输入阻抗 Z_{in}

传输线的阻抗是一种分布参数阻抗，具有阻抗变换作用。一般均匀传输线的输入阻抗为

$$Z_{in}(z')=\frac{U(z')}{I(z')}=Z_0\frac{Z_L+Z_0\text{th}\gamma z'}{Z_0+Z_L\text{th}\gamma z'}$$

对无耗长线，$\gamma=\alpha+\text{j}\beta=\text{j}\beta$，则有

$$Z_{in}(z')=Z_0\frac{Z_L+\text{j}Z_0\tan\beta z'}{Z_0+\text{j}Z_L\tan\beta z'}$$

无耗传输线上输入阻抗具有 $\lambda/4$ 变换性和 $\lambda/2$ 重复性，即

$$Z_{in}(z'\pm\lambda_p/4)\cdot Z_{in}(z')=Z_0^2 \quad 及 \quad Z_{in}(z'\pm\lambda_p/2)=Z_{in}(z')$$

结论：传输线阻抗不能直接测量。

(2) 反射系数

传输线上任意一点反射电压波与入射电压波的比值称为传输线在该点的反射系数。对于无耗传输线，它的表达式为

$$\Gamma(z')=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}\text{e}^{-\text{j}2\beta z'}=\Gamma_L\text{e}^{-\text{j}2\beta z'}=|\Gamma_L|\text{e}^{\text{j}(\varphi_L-2\beta z')}$$

式中 $\Gamma_L=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}=|\Gamma_L|\text{e}^{\text{j}\varphi_L}$，为终端负载反射系数。

均匀无耗传输线上的反射系数的特点：

① 任意点的反射系数模值相等，即 $|\Gamma(z')|=|\Gamma_L|$；

② 反射系数的模值小于或等于 1，即 $|\Gamma(z')|=|\Gamma_L|\leqslant 1$；

③ 反射系数具有 $\lambda/2$ 重复性。

结论：反射系数是微波系统下可以测量的量。

当信号源内阻与传输线特性阻抗不匹配时，即 $Z_g\neq Z_0$，对比负载反射系数的定义可得源反射系数 Γ_g 为

$$\Gamma_g=\frac{Z_g-Z_0}{Z_g+Z_0}$$

由于反射系数的模值小于或等于 1，可以将其放到复平面上的单位圆内，并且无耗传输线上的反射系数是一族同心圆。

(3) 驻波系数与行波系数

驻波系数(或驻波比)ρ $\qquad \rho=\frac{1+|\Gamma_L|}{1-|\Gamma_L|}$

行波系数 K $\qquad K=\frac{1-|\Gamma_L|}{1+|\Gamma_L|}=1/\rho$

即行波系数是驻波系数的倒数。

驻波系数的取值范围为 $1 \leqslant \rho < +\infty$，行波系数的取值范围为 $0 \leqslant K < 1$，均无量纲。

在微波测量中，通过测量驻波系数 ρ 和第一个波节点距终端的距离 $z'_{\min 1}$，就可求出 $|\Gamma_L|$ 和 $\varphi_L = 2\beta z'_{\min 1} - \pi$ 的值，最终求出负载反射系数及负载阻抗。

(4) 各工作参数之间的关系

传输线上任意一点的反射系数 $\Gamma(z')$ 与输入阻抗 $Z_{in}(z')$ 及驻波比 ρ 和第一个波节点距终端的距离 $z'_{\min 1}$ 之间的关系

$$\Gamma(z') = \frac{Z_{in}(z') - Z_0}{Z_{in}(z') + Z_0} = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} e^{-j[2\beta(z' - z'_{\min 1}) + \pi]}$$

传输线上任意一点的输入阻抗 $Z_{in}(z')$ 与反射系数 $\Gamma(z')$ 及驻波比 ρ 和第一个波节点距终端的距离 $z'_{\min 1}$ 之间的关系为

$$Z_{in}(z') = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z')}{1 - \Gamma(z')} = Z_0 \frac{1 + j\,\rho \tan\beta(z' - z'_{\min 1})}{\rho + j\tan\beta(z' - z'_{\min 1})}$$

反射系数模值与驻波系数、行波系数的关系为

$$|\Gamma(z')| = |\Gamma_L| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{1 - K}{1 + K}$$

4. 均匀无耗长线工作状态分析

均匀无耗长线有三种工作状态：行波、驻波和行驻波状态。

(1) 行波工作状态

传输线上无反射的工作状态称为行波工作状态。

行波工作状态的条件为

$$\Gamma(z') = \Gamma_L = 0, Z_L = Z_0$$

行波工作时反射系数位于复平面上的单位圆的圆心上。

结论：① 线上任意一点的电压、电流都同相，是等幅波，驻波比 $\rho = 1$。当端接匹配微波源，即 $Z_g = Z_0$ 时，入射波电压振幅为 $|U_{i1}| = |U_{i2}|$，$U_{i1} = E/2$。

② 传输线上任意一点的输入阻抗均等于传输线的特性阻抗，即 $Z_{in}(z) = Z_0$。

③ 负载吸收的功率就是传输线上的入射波功率，即

$$P_L = \frac{|U_{i1}|^2}{2Z_0} = P_i$$

(2) 驻波工作状态

传输线上全反射的工作状态称为驻波工作状态。驻波工作状态的条件为

$$|\Gamma(z')| = |\Gamma_L| = 1$$

驻波工作时反射系数位于复平面上的单位圆周上。

反射系数 $|\Gamma_L| = 1$ 的终端负载必然是下列三种负载之一。

① 终端短路：$Z_L = 0$，$\Gamma_L = -1$，位于复平面上的单位圆周上的 $(-1, 0)$ 点；

② 终端开路：$Z_L=\infty, \Gamma_L=1$，位于复平面上的单位圆周上的(1,0)点；

③ 终端接纯电抗负载：$Z_L=\pm jX, \Gamma_L=e^{j\varphi_L}$。对于纯电感负载，$0<\varphi_L<\pi$，位于复平面上单位圆的上半圆周上；对于纯电容负载，$-\pi<\varphi_L<0$，位于复平面上单位圆的下半圆周上。

结论：① 线上任意一点的电压、电流都相差 $\pi/2$，在传输线上的固定位置处取得最大值与零值，分别称为驻波波腹点与波节点。并且电压最大值点必是电流的零值点，电流最大值点必是电压的零值点。相邻两个波腹点(或波节点)相距 $\lambda_p/2$，相邻的波腹点与波节点相距 $\lambda_p/4$。对于短路负载，终端为驻波电压波节、电流波腹点；对于开路负载，终端为驻波电压波腹、电流波节点；对于纯电感负载，离开终端向电源方向第一个出现的是驻波电压波腹($z'_{max1}<\lambda_p/4$)、电流波节点；对于纯电容负载，离开终端向电源方向第一个出现的是驻波电压波节($z'_{min1}<\lambda_p/4$)、电流波腹点。

② 传输线上任意一点的输入阻抗均为纯电抗、短路或开路负载，集中参数电路中电感、电容、串联谐振与并联谐振均可由微波驻波工作的长线获得，特别是微波长线的开路终端可以由长度为 $\lambda_p/4$ 短路终端获得。

③ 驻波工作时传输线上只有电磁能量的存储与转换，没有电磁能量的传输，故负载吸收的功率 $P_L=0$

(3)行驻波工作状态

传输线上接任意复数阻抗负载($Z_L=R\pm jX, R\neq 0$)时，传输线上传输的功率部分被负载反射，部分被负载吸收，传输线上既有行波又有驻波，称为行驻波状态。其工作条件为

$$0<|\Gamma(z')|=|\Gamma_L|<1$$

行驻波工作时反射系数位于复平面上的单位圆周内。

结论：① 线上任意一点的电压、电流模值都是非正弦的周期函数，在传输线上的固定位置处取得最大值与最小值，分别称为行驻波的波腹点与波节点。并且电压最大值点必是电流的最小值点，电流最大值点必是电压的最小值点。相邻两个波腹点(或波节点)相距 $\lambda_p/2$，相邻的波腹点与波节点相距 $\lambda_p/4$。对于纯电阻负载 $Z_L=R, R>Z_0$ 时，终端为行驻波电压波腹、电流波节点；对于纯电阻负载 $Z_L=R, R<Z_0$ 时，终端为行驻波电压波节、电流波腹点。对于感性负载，离开终端向电源方向第一个出现的是行驻波电压波腹($z'_{max1}<\lambda_p/4$)、电流波节点；对于纯电容负载，离开终端向电源方向第一个出现的是行驻波电压波节($z'_{min1}<\lambda_p/4$)、电流波腹点。

行驻波分布时，波腹点电压、电流为

$$|U_{max}|=|U_{i2}|(1+|\Gamma_L|), |U_{i2}|<|U_{max}|<2|U_{i2}|$$

$$|I_{min}|=|U_{i2}|(1-|\Gamma_L|)/Z_0, 0<|I_{min}|<|U_{i2}|/Z_0$$

波节点电压、电流为

$$|U_{min}|=|U_{i2}|(1-|\Gamma_L|),\ 0<|U_{min}|<|U_{i2}|$$

$$|I_{max}|=|U_{i2}|(1+|\Gamma_L|)/Z_0, |U_{i2}|/Z_0<|I_{max}|<2|U_{i2}|/Z_0$$

② 传输线上的输入阻抗是非正弦的周期函数，具有 $\lambda/4$ 变换性和 $\lambda/2$ 重复性。在行驻波电压波腹与波节点处的输入阻抗为纯电阻分别用 Z_{max} 和 Z_{min} 表示，并且有

$$Z_{max}=R_{max}=\frac{|U_{max}|}{|I_{min}|}=Z_0\frac{1+|\Gamma_L|}{1-|\Gamma_L|}=\rho Z_0>Z_0$$

$$Z_{min}=R_{min}=\frac{|U_{min}|}{|I_{max}|}=Z_0\frac{1-|\Gamma_L|}{1+|\Gamma_L|}=KZ_0<Z_0$$

③ 行驻波工作时传输线上的传输功率分为两种情况：

在源与无耗传输线间匹配连接时（$\Gamma_g=0, Z_g=Z_0$）

$$P_L=\frac{|U_{i2}|^2}{2Z_0}(1-|\Gamma_L|^2)=\frac{|U_{i2}|^2}{2Z_0}-|\Gamma_L|^2\frac{|U_{i2}|^2}{2Z_0}=P_i-P_r=P_i(1-|\Gamma_L|^2)$$

在行驻波电压波腹点处计算功率有

$$P_L=\frac{1}{2}|U_{max}||I_{min}|=\frac{1}{2}\frac{|U_{max}|^2}{R_{max}}=\frac{1}{2}\frac{|U_{max}|^2}{\rho Z_0}$$

在行驻波电压波节点处计算功率有

$$P_L=\frac{1}{2}|U_{min}||I_{max}|=\frac{1}{2}\frac{|U_{min}|^2}{R_{min}}=\frac{1}{2}\frac{|U_{min}|^2}{KZ_0}$$

此时入射波功率 P_i 与源给出的资用功率 P_a 的关系为

$$P_i=\frac{|U_{i1}|^2}{2Z_0}=\frac{|U_{i2}|^2}{2Z_0}=\frac{|E_g|^2}{8Z_0}=P_a$$

在源与无耗传输线间不匹配连接时（$\Gamma_g\neq 0, Z_g\neq Z_0$）

此时源给出的最大功率仍是共轭匹配时的资用功率 P_a，并且 P_a 为

$$P_a=\frac{|E_g|^2}{8Z_0}\frac{|1-\Gamma_g|^2}{(1-|\Gamma_g|^2)}$$

负载吸收的功率为

$$P_L=P_{in}=\frac{|E_g|^2}{8Z_0}\frac{|1-\Gamma_g|^2(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-\Gamma_g\Gamma_L e^{-j2\beta l}|^2}=P_a\frac{(1-|\Gamma_g|^2)(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-\Gamma_g\Gamma_L e^{-j2\beta l}|^2}$$

存在一个最佳的无耗传输线的长度 l_{opt}，当 $l=l_{opt}$ 时，P_L 达到最大值 P_{Lmax}。

由 $2\beta l_{opt}-\varphi_g-\varphi_L=2n\pi$ 得

$$l_{opt}=\frac{\varphi_g+\varphi_L}{2\beta}+\frac{n}{2}\lambda_p \qquad n=1,2,3,\cdots$$

$$P_{Lmax}=P_a\frac{(1-|\Gamma_g|^2)(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-\Gamma_g\Gamma_L|^2}$$

④ 效率，分为有耗传输线的效率和无耗传输线的效率两种：

无耗传输线的效率 $\qquad \eta_A=P_L/P_{in}=1$

有耗传输线的效率 $\eta_A=\dfrac{1-|\Gamma_L|^2}{e^{2\alpha z'}-|\Gamma_L|^2e^{-2\alpha z'}}=\left[\dfrac{1}{\mathrm{ch}2\alpha l}+\dfrac{1}{2}\left(\rho+\dfrac{1}{\rho}\right)\mathrm{sh}2\alpha l\right]^{-1}$

5. 圆图

用图解法求解传输线工作状态参数，既简便直观，又具有足够的准确度。

(1) 原理

定义：归一化的等效输入阻抗为 $\overline{Z}_{in}=Z_{in}(z')/Z_0$

归一化的负载阻抗为 $\overline{Z}_L=Z_L/Z_0$

归一化的特性阻抗为 $\overline{Z}_0=Z_0/Z_0=1$

归一化阻抗是一个无量纲量，因此也称为标称阻抗。

归一化之后，均匀无耗传输线上某点的反射系数与终端负载反射系数、某点的归一化等效输入阻抗与该点反射系数之间的关系式就可表示为

$$\Gamma(z')=\Gamma_u+j\Gamma_v=\Gamma_L e^{-2j\beta z'},\quad \Gamma_L=\frac{\overline{Z}_L-1}{\overline{Z}_L+1}=|\Gamma_L|e^{j\varphi_L}$$

$$\overline{Z}_{in}(z')=\frac{1+\Gamma(z')}{1-\Gamma(z')}=r+jx,\quad \Gamma(z')=\frac{\overline{Z}_{in}(z')-1}{\overline{Z}_{in}(z')+1}=\Gamma_u+j\Gamma_v$$

式中 Γ_u 和 $j\Gamma_v$ 是反射系数的实部和虚部；φ_L 的零度值在正实轴上；r 和 jx 分别是归一化等效输入阻抗的实部和虚部。由于反射系数与归一化等效输入阻抗之间的关系，就是复变函数中的一个保角变换——分式线性映射，该映射具有保角、保圆、保对称性。因此，可以将归一化阻抗的右半平面（无源负载所位于的复平面）保角映射到反射系数平面上的单位圆内，并且是保圆的。这样分别以归一化等效输入阻抗的实部和虚部为参变量，就可以得到两个圆的方程

$$\left(\Gamma_u-\frac{r}{1+r}\right)^2+\Gamma_v^2=\left(\frac{1}{1+r}\right)^2$$

$$(\Gamma_u-1)^2+\left(\Gamma_v-\frac{1}{x}\right)^2=\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

将等反射系数圆、等归一化电阻圆和等归一化电抗圆绘在一张图上就得到了阻抗圆图。该图是 1936 年由美国一位叫史密斯(Smith)的工程师最先给出，因而它也被称为史密斯(Smith)圆图。

(2) 圆图的特点

反射系数圆的特点：

① 一个负载阻抗对应一个 Γ_L，由 $|\Gamma_L|$ 确定一反射系数圆。该圆上不同的点代表传输线上不同位置的反射系数。

② 反射系数具有 $\lambda/2$ 的重复性。电长度的零点选在物理零点 $(-1,0)$，即 $\varphi=\pi$ 处，此处是短路负载的反射系数点。电长度增大的方向，也是向波源方向，是顺时针方向旋转。

③ 不同的工作状态对应的反射系数位于反射系数圆的不同区域，匹配工作时反射系数对应单位圆圆心；驻波工作时反射系数对应单位圆周；行驻波工作时反射系数模值在(0,1)之间。其中右半实轴上的点($\varphi=0, 0<|\Gamma|<1$)对应电压波腹点输入阻抗(纯电阻负载)反射系数的轨迹，左半实轴上的点($\varphi=\pi, 0<|\Gamma|<1$)对应电压波节点输入阻抗(纯电阻负载)反射系数的轨迹。

阻抗圆图的特点：

① 阻抗圆图上半圆内的归一化阻抗 $r+\mathrm{j}x$ 为感抗，下半圆内归一化阻抗 $r-\mathrm{j}x$ 为容抗。

② 阻抗圆图上的(−1,0)点，其$|\Gamma|=1, \varphi=\pi$，对应 $r=0$、$x=0$，为短路点；(1,0)点其$|\Gamma|=1, \varphi=0$，对应 $r=\infty, x=\infty$，为开路点；(0,0)点，其 $\Gamma=0$，对应匹配点；上半单位圆周上的点，其$|\Gamma|=1, 0<\varphi<\pi$，对应 $r=0, x>0$，为纯电感；下半单位圆周上的点，其$|\Gamma|=1, -\pi<\varphi<0$，对应 $r=0, x<0$，为纯电容。

③ 阻抗圆图上实轴左边的点，其$-1<\Gamma=\Gamma_u<0$，对应 $r<1, x=0$，即对应的是电压波节点处的归一化阻抗值。由于 $R_{\min}=KZ_0$，所以 $r=K$；实轴右边的点其 $0<\Gamma=\Gamma_u<1$，对应 $r>1, x=0$，对应的是电压波腹点处的归一化阻抗值。由于 $R_{\max}=\rho Z_0$，所以 $r=\rho$。

④ 阻抗圆图上任意一点可提供 4 个数据：r、x、$|\Gamma|$ (或 ρ、K)及 φ。

反射系数圆是一族同心圆，为了保持图形的清晰，一般不做在圆图上，圆图上只做出等归一化电阻圆和等归一化电抗圆，学生使用时用圆规和直尺就可以做出等反射系数圆。

(3) 阻抗圆图的导纳运算

由于归一化阻抗与电压反射系数的关系和归一化导纳与电流反射系数的关系，在数学形式上完全一样，即

$$\Gamma=\frac{\overline{Z}_{\text{in}}-1}{\overline{Z}_{\text{in}}+1}, \qquad \overline{Z}_{\text{in}}(z')=\frac{1+\Gamma(z')}{1-\Gamma(z')}=r+\mathrm{j}x$$

$$\Gamma_{\mathrm{I}}=\frac{\overline{Y}_{\text{in}}-1}{\overline{Y}_{\text{in}}+1}, \qquad \overline{Y}_{\text{in}}(z')=\frac{1+\Gamma_{\mathrm{I}}(z')}{1-\Gamma_{\mathrm{I}}(z')}=\overline{G}+\mathrm{j}\,\overline{B}$$

而 $\Gamma=-\Gamma_{\mathrm{I}}$，因此，阻抗圆图也是导纳圆图。导纳圆图上任意一点可提供 4 个数据：归一化导纳的实部和虚部、电流反射系数的模值和辐角。做导纳、阻抗互换运算时要旋转 180°。

用史密斯圆图做导纳运算时应注意以下几点：

① 图中的标称数字全部不变，计算阻抗时，认为是归一化阻抗值。计算导纳时，认为是归一化导纳值。

② 在进行阻抗导纳互换运算时，沿等反射系数圆转 π 弧度即可得到。

③ 由导纳求电压反射系数时，沿等反射系数圆转 π 弧度。

④ 特殊点数值不变，但物理含义变化如表 1-1 所示。

表 1-1　圆图上特殊点的物理含义

阻抗圆图	导纳圆图
(0,0)点　$r=1,x=0$　匹配点	$\overline{G}=1,\overline{B}=0$　匹配点
(1,0)点　$r=x=\infty$　开路点	$\overline{G}=\overline{B}=\infty$　短路点
(−1,0)点　$r=x=0$　短路点	$\overline{G}=\overline{B}=0$　开路点
上半圆　$x>0$　感抗	$\overline{B}>0$　容纳
上半单位圆周　$r=0,x>0$　纯电感	$\overline{G}=0$，$\overline{B}>0$　纯电容
下半圆　$x<0$　容抗	$\overline{B}<0$　感纳
下半单位圆周　$r=0,x<0$　纯电容	$\overline{G}=0$，$\overline{B}<0$　纯电感
实轴左边　$r<1,x=0$ 为电压波节点处归一阻抗值	$\overline{G}<1,\overline{B}=0$ 为电压波腹点处归一电导值
实轴右边　$r>1,x=0$ 为电压波腹点处归一阻抗值	$\overline{G}>1,\overline{B}=0$ 为电压波节点处归一电导值

6. 长线的阻抗匹配

(1) 阻抗匹配的概念

① 共轭匹配—— 要求长线输入阻抗与信号源内阻互为共轭值，即

$$Z_{in}=Z_g^*,\quad \begin{matrix} R_{in}=R_g \\ X_{in}=-X_g \end{matrix}$$

在此条件下负载可以从信号源获得最大功率。信号源输出的最大功率为

$$P_{max}=\frac{|E_g|^2}{2|Z_g+Z_{in}|^2}R_g=\frac{|E_g|^2}{8R_g}$$

存在的问题：传输线不一定工作于行波状态。

② 无反射匹配——要求负载阻抗和信号源内阻都等于长线的特性阻抗，即

$$Z_g=Z_0,Z_L=Z_0$$

此时传输线既工作于行波状态，又从源端得到最大功率。

(2) 无反射匹配的方法

① $\lambda/4$ 阻抗变换器匹配

负载阻抗 Z_L为纯电阻时，$\lambda/4$ 阻抗变换器的特性阻抗 Z_{01}为：$Z_{01}=\sqrt{Z_0Z_L}$；

负载阻抗 Z_L不是纯电阻时，将 Z_L等效到波节点或波腹点，$\lambda/4$ 阻抗变换器的特性阻抗 Z_{01}为：波节点 $Z_{01}=Z_0/\sqrt{\rho}$；波腹点 $Z_{01}=\sqrt{\rho}Z_0$。

② 单枝节调配器匹配

利用外加分支线电抗产生新的反射波来抵消原来不匹配负载引起的反射波。理论上串联开路或短路分支与并联开路或短路分支均可完成此任务，但考虑到辐射损耗与工程实现的便易，多用并联短路分支。并联短路分支的归一化枝节电纳 j$\overline{B}$和接入传输线的位置 d 与归一化负载导纳 $\overline{Y}_L=\overline{G}_L+\mathrm{j}\,\overline{B}_L$的关系为

$$\overline{B}=-\cot\beta l=\pm\sqrt{\frac{(\overline{G}_L-1)^2+\overline{B}_L^2}{\overline{G}_L}}=\pm\frac{\rho-1}{\sqrt{\rho}}$$

$$\tan\beta d=\frac{\overline{G}_L-1}{\overline{B}\,\overline{G}_L-\overline{B}_L}=\tan\left(\frac{\varphi_L}{2}\mp\arctan\sqrt{\rho}\right)$$

枝节的长度 l 可以由$\overline{B}$求出。

利用圆图可以很方便地确定并联短路单枝节在传输线上的接入位置 d 和枝节的长度 l。

1.3.2 波导与同轴线

1. 理想导波系统的一般分析

(1) 横、纵向场分量间的关系

将理想导波系统中的电磁场表示成横向分量加纵向分量的形式

$$\boldsymbol{E}(u_1,u_2,z)=\boldsymbol{E}_t(u_1,u_2,z)+\boldsymbol{E}_z(u_1,u_2,z)=\boldsymbol{E}_t+\boldsymbol{E}_z$$

$$\boldsymbol{H}(u_1,u_2,z)=\boldsymbol{H}_t(u_1,u_2,z)+\boldsymbol{H}_z(u_1,u_2,z)=\boldsymbol{H}_t+\boldsymbol{H}_z$$

式中：u_1、u_2 为广义横坐标。

通过 Maxwell 方程组导出横、纵向场分量所满足的矢量及标量亥姆霍茨方程为

$$\nabla^2\boldsymbol{E}_t+k^2\boldsymbol{E}_t=0 \qquad \nabla^2\boldsymbol{H}_t+k^2\boldsymbol{H}_t=0$$

$$\nabla^2 E_z+k^2E_z=0 \qquad \nabla^2 H_z+k^2H_z=0$$

式中：$k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$，为理想介质中的波数，单位：1/m。

在理想导波系统中，纵向场分量 $\boldsymbol{E}_z$、$\boldsymbol{H}_z$ 的解可以表示成 $f(u_1,u_2)\mathrm{e}^{-\gamma z}$，$\gamma=\alpha+\mathrm{j}\beta$ 为导波的传播常数，α 为衰减常数，β 为相移常数，单位：1/m。这样可导出横、纵向场分量间的关系为

$$\boldsymbol{E}_t=\frac{1}{k_c}(-\gamma\nabla_t\boldsymbol{E}_z+\mathrm{j}\omega\mu\,\boldsymbol{a}_z\times\nabla_t H_z)$$

$$\boldsymbol{H}_t=\frac{1}{k_c^2}(-\gamma\nabla_t\boldsymbol{H}_z-\mathrm{j}\omega\mu\,\boldsymbol{a}_z\times\nabla_t E_z)$$

式中：$k_c=\sqrt{k^2+\gamma^2}=\sqrt{\omega^2\mu\varepsilon+\gamma^2}$称为截止波数，是由导波系统的边界条件决定的常数，单位：1/m。

纵向场分量满足的方程为

$$\nabla_t^2E_z+k_c^2E_z=0,\quad \nabla_t^2H_z+k_c^2H_z=0$$

将广义柱坐标的横向梯度算子

$$\nabla_t=\frac{1}{h_1}\frac{\partial}{\partial u_1}\boldsymbol{a}_{u1}+\frac{1}{h_2}\frac{\partial}{\partial u_2}\boldsymbol{a}_{u2}$$

代入，横向、纵向场分量间的关系可用矩阵表示为