

XINZHUANTI JIAOCHENG

罗强 沈加 主编

新专题教程

初中数学 2
函数



华东师范大学出版社

新专题教程

XINZHUANTI JIAOCHENG

初中数学2

函数

主 编

罗 强 沈 加

参 编

(按姓氏音序排列)

金维东 刘 可 罗 强

沈 易 叶 红 周以宏



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新专题教程. 初中数学 2 函数/罗强、沈加主编. —上海:
华东师范大学出版社, 2004. 3

ISBN 978-7-5617-3742-2

I. 新... II. ①罗... ②沈... III. 代数课—初中—教学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 021904 号

新专题教程 初中数学 2 · 函数

主 编 罗 强 沈 加
策划组稿 教辅分社
项目编辑 徐红瑾
文字编辑 黎 雅
封面设计 黄惠敏
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 址 www.ecnupress.com.cn

印 刷 者 上海市印刷三厂
开 本 787×960 16 开
印 张 10
字 数 191 千字
版 次 2009 年 4 月第四版
印 次 2009 年 4 月第一次
书 号 ISBN 978-7-5617-3742-2/G·2049
定 价 13.00 元

出 版 人 朱杰人

总 序

初中数学 2 · 函数

亲爱的读者,展现在您面前的这套《新专题教程》系列图书是按新课程标准所列的内容,在“新教学理念、新教学方法”的指导下,按专题编写,涵盖初、高中语文、数学、英语、物理和化学 5 个学科,共计 50 个分册。

本丛书自初版起就坚持“完整、系统、深入、细致”的编写特色,甫一面世,就受到广大学生的欢迎。但我们不敢懈怠,我们必须与时俱进。根据现行中学教材的变化情况及中、高考的变化趋势,我们进行了多方调研,在此基础上,组织作者对本丛书进行了全面的修订。新修订的这套丛书,不仅知识点配套,而且题型新颖,更利于学生对学科知识的理解和掌握。

丛书有以下特点。

作者权威 编写队伍由师范大学学科专家及长期在教学第一线的全国著名中学特、高级教师组成。他们有先进的教育理念和丰富的教学经验,是中、高考研究方面的专家,他们的指导更具权威性。

材料典型 丛书精选了近几年的中、高考试题,还收集了许多有代表性的例题,编写者对这些典型材料进行了详细的解读,还设置了有针对性的训练。总之,编写者力求从国家课程标准的知识内容中提炼出相应的能力要求,并对重点知识进行深入、细致的讲解,对难点用实例的方法进行释疑,使用这套丛书,能切实提高学生的学习效果。

总 序

初
中
数
学
2
·
函
数

版本通用 丛书以教育部颁布的新课程标准为编写依据,不受教材版本限制,按各学科知识内容编排,独立成册,不仅与教学要求相对应,更体现了学科知识的完整性、系统性和科学性,具有很强的通用性。

编排科学 丛书在编排时照顾到了学生的差异性,读者可以根据自己学习中的薄弱环节,有重点地选择,有针对性地学习,以达到事半功倍的效果。丛书坡度设计合理,帮助学生在知识学习的基础上,充分了解和掌握运用知识解决问题的方法,提升学习能力。

愿《新专题教程》成为您的好伙伴,学习的好帮手,为您的学习带来诸多的便利,给您一个智慧的人生。

华东师范大学出版社
教辅分社

《新专题教程·初中数学2·函数》出版三年来受到了广大读者的关注与喜爱。期间,不少教学第一线的教师在使用中提出了宝贵的意见与改进建议,希望我们将工作做得更好。

这三年正是国家积极推进课程改革的重要阶段,中考也发生着很大的变革。面对课改形势发展的需要和读者的需要,我们对本书进行了全面的审视与修订。作为编者,我们意识到在新的形势下,一本好的教辅用书,应该体现课程改革的基本理念,致力于提高学生自主学习和实践探索的能力;同时也应关注近几年中考命题改革的趋势,服务于数学专题复习与提高,为一线教师和学生提供实实在在的帮助。

这次再版,我们听取了一线教师的建议,着重作了如下调整:

(1) **教材背景的调整** 以《课程标准》为纲,以人教版新课标教材为主要依据,兼顾华东师大版、北师大版、浙教版等现有不同版本教材的体系和知识内容(包括顺序安排及呈现方式),以适应不同地区教学的需要;

(2) **内容设置的调整** 体系与教材同步,在知识梳理的同时,加强知识的联系与综合应用,并增设了专题“中考热点问题”,使本书既可以作为学习过程中的同步辅导与练习用书,也可以作为初中毕业前的中考复习用书;

前言

初中数学 2 · 函数

(3) **例题、习题的调整** 降低起点,增加梯度,适应不同学生的需要,使学生通过使用本书能得到循序渐进的提高;同时,分析研究近年(特别是全国课改实验区)中考命题的特点和趋势,选用了一些近几年出现的新题和好题,对原书中题目作了较大的修订和完善。

参加本次修订的有罗强、沈加、沈易、刘可、金唯冬、周以宏。专题1、2由沈易负责,专题3由刘可负责,专题4由金唯冬负责,专题5由周以宏负责,全书由罗强、沈加统稿、审定。

CONTENTS

目 录

初中数学 2 · 函数

专题 1 直角坐标系和函数	1
§ 1.1 直角坐标系	1
§ 1.2 函数	6
§ 1.3 函数的表示方法	12
§ 1.4 函数的简单应用	19
专题 2 一次函数	27
§ 2.1 一次函数	27
§ 2.2 一次函数的图象和性质	33
§ 2.3 一次函数的简单应用	40
专题 3 反比例函数	50
§ 3.1 反比例函数	50
§ 3.2 反比例函数的图象和性质	54
§ 3.3 反比例函数的简单应用	63
专题 4 二次函数	72
§ 4.1 二次函数	72
§ 4.2 二次函数的图象和性质	81
§ 4.3 二次函数的简单应用	91

CONTENTS

目 录

初
中
数
学
2
·
函
数

专题5 中考热点问题	105
------------	-----

§ 5.1 函数与方程、不等式及几何问题的综合	105
-------------------------	-----

§ 5.2 函数在实际问题中的应用	122
-------------------	-----

参考答案	137
------	-----

直角坐标系和函数

§ 1.1 直角坐标系

【知识梳理】

1. 平面直角坐标系

(1) **数轴** 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴. 数轴上每一个点都能用一个实数表示, 反之, 每一个实数都能用数轴上的一个点表示.

(2) **平面直角坐标系** 平面内有公共原点并且互相垂直的两条数轴构成平面直角坐标系, 两条数轴分别称为横轴(x 轴)和纵轴(y 轴). 建立了坐标系的平面, 叫做坐标平面.

x 轴和 y 轴把坐标平面分成四个部分, 分别称为第一象限、第二象限、第三象限、第四象限, 如图 1-1 所示. x 轴和 y 轴上的点不属于任何象限.

2. 点的坐标

(1) 点的坐标表示

坐标平面内点的坐标 (x, y) 是有序实数对, 如图 1-2 中, $(2, 4)$ 表示点 A , $(4, 2)$ 表示点 B ; 而 $(-4, 2)$ 表示点 C .

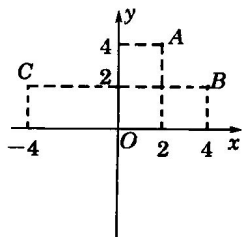


图 1-2

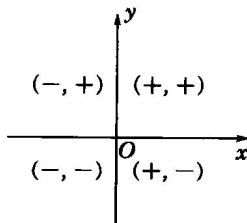


图 1-3

(2) 各个象限内点的坐标特征

各象限内点的坐标符号如图 1-3 所示, 我们也可以这

点击:

数轴上的点和所有实数之间存在一一对应关系.

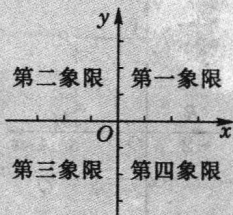


图 1-1

点击:

坐标平面内的点与所有的有序实数对之间存在一一对应关系.

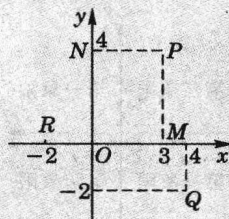


图 1-4

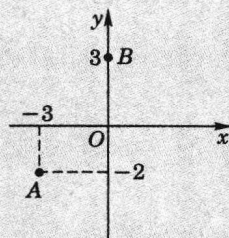


图 1-5

说明:

点 (a, b) 到 x 轴的距离是 $|b|$, 到 y 轴的距离是 $|a|$.

样说:

x 轴上方的点的纵坐标为正数, x 轴下方的点的纵坐标为负数; y 轴右面的点的横坐标为正数, y 轴左面的点的横坐标为负数.

(3) 坐标轴上点的坐标特征

x 轴上点的纵坐标为 0, y 轴上点的横坐标为 0, 原点 O 的坐标为 $(0, 0)$.

(4) 对称点的坐标特征

如果点 P 的坐标为 (a, b) , 那么,

点 P 关于 x 轴的对称点 P_1 的坐标为 $(a, -b)$;

点 P 关于 y 轴的对称点 P_2 的坐标为 $(-a, b)$;

点 P 关于原点的对称点 P_3 的坐标为 $(-a, -b)$.

3. 直角坐标系的意义

直角坐标系是刻画点的位置的一种工具, 它把几何中研究的基本对象“点”与代数中研究的基本对象“数”联系起来, 从而将“数”与“形”相结合, 这样就使得我们可以用代数的方法来研究几何图形.

【分类举例】

1. 确定点与坐标的对应关系

例 1 利用直角坐标系解答下列问题:

(1) 分别写出图 1-4 中点 P 、 Q 、 R 的坐标;

(2) 在直角坐标系中, 画出点 $A(-3, -2)$ 、 $B(0, 3)$, 并指出点 A 到 x 轴、 y 轴的距离各为多少?

解 (1) 分别作 $PM \perp x$ 轴, $PN \perp y$ 轴, M 、 N 为垂足. 点 M 在 x 轴上对应的数为 3, 点 N 在 y 轴上对应的数为 4, 那么, 点 P 的坐标为 $(3, 4)$; 同理, 可得到点 Q 的坐标为 $(4, -2)$. 点 R 在 x 轴上, 对应的数为 -2 , 纵坐标为 0, 它的坐标为 $(-2, 0)$.

(2) 先在 x 轴上找到对应数为 -3 的点, 过这个点作 x 轴的垂线; 再在 y 轴上找到对应数为 -2 的点, 过这个点作 y 轴的垂线, 两垂线的交点就是点 A ; 点 B 在 y 轴上, 在 y 轴上找到对应数为 3 的点, 就是点 B , 如图 1-5.

点 A 到 x 轴的距离为 2, 到 y 轴的距离为 3.

例2 将一个边长为4的正方形放在直角坐标系中,使它的两条对称轴分别在两条坐标轴上,求这个正方形四个顶点的坐标.

解 本题有两种情形:

(1) 以正方形两组对边中点所在直线为坐标轴,建立如图1-6所示的直角坐标系,A、B、C、D四个点的坐标分别是 $(-2, 2)$ 、 $(-2, -2)$ 、 $(2, -2)$ 、 $(2, 2)$.

(2) 以正方形两条对角线所在直线为坐标轴,建立如图1-7所示的直角坐标系,这时 $OA = OB = OC = OD = 2\sqrt{2}$. A、B、C、D四个点的坐标分别是 $(0, 2\sqrt{2})$ 、 $(-2\sqrt{2}, 0)$ 、 $(0, -2\sqrt{2})$ 、 $(2\sqrt{2}, 0)$.

说明 建立不同的坐标系,同一个点会有不同的坐标,在解决问题需要建立坐标系时,应选择适当的位置,使相关点的坐标尽可能简单.

2. 图形变换与坐标

坐标是研究图形性质及其变换的工具,要熟悉图形基本变换(平移、旋转、翻折)下点的坐标变化的规律,掌握图形变化与相关点的坐标增、减的对应关系.

例3 一个点从原点出发沿 x 轴正方向平移3个单位,然后折向沿 y 轴正方向平移5个单位,到达点 P ,那么点 P 的坐标是_____. 如果将点 P 沿 y 轴翻折,所得到的点 P' 的坐标是_____.

解 如图1-8,点沿 x 轴正方向平移了3个单位,又沿 y 轴正方向平移了5个单位,所以它所处位置的横坐标为3,纵坐标为5,即点 P 的坐标为 $(3, 5)$.

点 P 、 P' 关于 y 轴对称,所以点 P' 的坐标为 $(-3, 5)$.

例4 已知点 $(a, -1)$ 与点 $(2, 2b-a)$ 关于 x 轴对称,求 a 、 b 的值.

解 两个关于 x 轴对称的点,横坐标相等,纵坐标互为相反数,所以
$$\begin{cases} a = 2, \\ 2b - a = 1, \end{cases} \text{解这个方程组,得} \begin{cases} a = 2, \\ b = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

例5 已知坐标平面内平行四边形三个顶点的坐标分别是 $(0, 0)$ 、 $(4, 0)$ 、 $(2, 3)$,求另一个顶点的坐标.

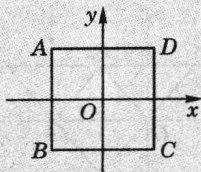


图 1-6

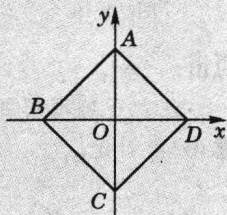


图 1-7

观察:

试以 B 为原点,使点 C 、 A 分别在 x 轴、 y 轴正半轴上,建立坐标系,观察与第(1)种情况下各点的坐标变化有什么规律?

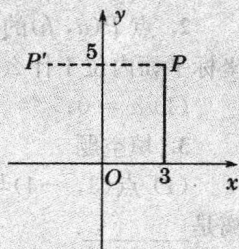


图 1-8

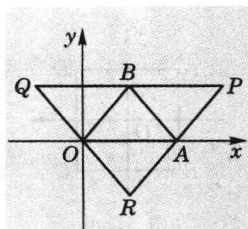


图 1-9

点击:

注意正确理解题意,分类讨论.

解 如图 1-9, 设已知的三个顶点分别为 $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(2, 3)$. 注意到本题平行四边形中四个顶点的相对位置并未确定, 所以应该分三种情形讨论:

(1) 若构成的平行四边形为 $OAPB$, 则 $BP \parallel x$ 轴, 所以, 点 P 的纵坐标与点 B 的纵坐标相等, 点 P 到 y 轴的距离为 $2 + 4 = 6$, 且在 y 轴右侧, 所以点 P 的横坐标为 6, 即点 P 的坐标为 $(6, 3)$;

(2) 同理, 可求得若构成的平行四边形为 $OABQ$, 则点 Q 的坐标为 $(-2, 3)$;

(3) 若构成的平行四边形为 $ORAB$, 因为点 B 的横坐标是点 A 横坐标的 $\frac{1}{2}$, 点 R 与点 B 关于 x 轴对称, 所以点 R 的坐标为 $(2, -3)$.

基础训练

1. 在直角坐标系中, 完成以下各题:

(1) 写出图中点 A 、 B 、 C 、 D 的坐标;

(2) 描出点 $E(2, 0)$ 、 $F(0, -3)$ 、 $G(-2, 0)$ 、 $H(0, 3)$;

(3) 分别顺次连结 A 、 B 、 C 、 D 各点, 和 E 、 F 、 G 、 H 各点, 所得两个封闭图形各是什么形状?

2. 点 $P(a, b)$ 的坐标分别满足以下条件, P 在坐标平面内位于什么特殊位置或范围?

(1) $a = 0$; (2) $ab = 0$; (3) $ab < 0$; (4) $a^2 + b^2 = 0$.

3. 填空题

(1) 点 $(3, -4)$ 与 x 轴的距离是_____, 与 y 轴的距离是_____, 与原点的距离是_____.

(2) 点 $(-1, 5)$ 关于 x 轴的对称点是_____, 关于 y 轴的对称点是_____, 关于原点的对称点是_____.

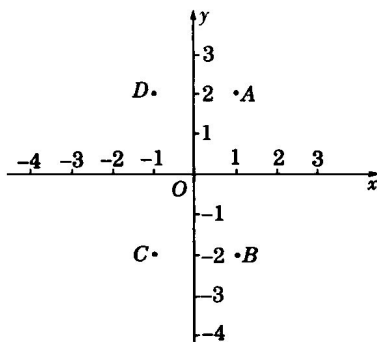
4. 已知点 $P(a, b)$ 在第四象限, 求点 $Q(b-a, a)$ 所在象限.

5. 根据下列要求画出图形并回答相应问题:

(1) 过点 $P(0, -3)$, 平行于 x 轴的直线, 这条直线上点的坐标有何特征?

(2) 过点 $P(2, -3)$, 垂直于 x 轴的直线, 这条直线上点的坐标有何特征?

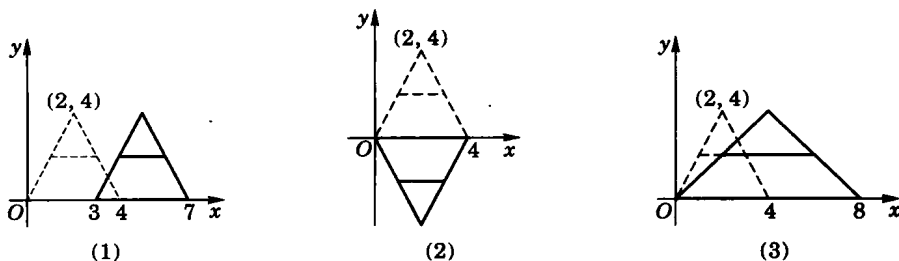
6. 已知等边三角形 ABC 的顶点 A 的坐标为 $(-\sqrt{3}, 0)$, B 、 C 在 y 轴上.



第 1 题

- (1) 写出点 B 、 C 的坐标；
 (2) 求 $\triangle ABC$ 的周长和面积。

7. 下列三幅图中，图案“A(虚线部分)”分别经过不同变换，变成相应图案(实线部分)。试观察各进行了什么变换，写出变换后图案“A”各顶点的坐标；探索每次变换前后图案发生了什么变化，对应点的坐标之间有什么关系。



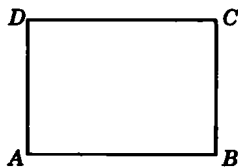
第7题

能力提高

8. 已知点 $M(3, -2)$ 与点 $N(a, b)$ 在同一条平行于 x 轴的直线上，且 N 到 y 轴的距离等于 4，那么点 N 的坐标是()。

- (A) $(4, 2)$ 或 $(-4, 2)$
 (B) $(4, -2)$ 或 $(-4, -2)$
 (C) $(4, -2)$ 或 $(-5, -2)$
 (D) $(4, -2)$ 或 $(-1, -2)$

9. 如图，要在一块矩形板上钻一个孔，孔的中心 P 到板左边的距离是 30 mm，到下边的距离是 20 mm。请在图中画出这个孔的中心 P 所在的位置。试建立适当的坐标系，以 1 mm 为单位长，写出孔的中心 P 的坐标。



第9题

10. 已知等腰直角三角形的一边在 x 轴上，一个顶点是 $(-2, 4)$ ，求另两个顶点的坐标。

11. 在直角坐标系中画出点 $A(-3, -3)$ 、 $B(-2, -2)$ 、 $C(0, 0)$ 、 $D(0.5, 0.5)$ 、 $E(2, 2)$ ，并回答下列问题：

- (1) 画出直线 AE ，观察点 B 、 C 、 D 是否在直线 AE 上？
 (2) 点 (a, a) 在直线 AE 上吗？直线 AE 上点的坐标有什么特征？
 (3) 直线 AE 分别与 x 轴、 y 轴相交所成的角有什么关系？

(4) 语句“在坐标平面内，第二、四象限的平分线上的点的纵坐标与横坐标互为相反数”是否正确？

§ 1.2 函数

【知识梳理】

说明:

常量和变量是相对的. 如给定了火车的速度 $v=60 \text{ km/h}$, 要研究火车运行的路程 s 与时间 t 之间的关系, 则 v 是常量, t 与 s 是变量; 若预先给定了路程 $s=100 \text{ km}$, 要研究速度 v 与所用时间 t 之间的关系, 那么, s 是常量, 而 t 与 v 是变量.

1. 常量与变量

变量 在某一变化过程中, 可以取不同数值的量, 叫做变量.

常量 在某一变化过程中, 始终保持不变的量, 叫做常量.

2. 函数的基本概念

函数 如果在某一变化过程中有两个变量 x 、 y , 对于 x 的每一个确定的值, y 都有惟一确定的值与之对应, 那么, 我们就说 y 是 x 的函数, x 是自变量.

理解函数的概念要注意: 函数本质上是一种对应关系, x 取每一个值, y 都有惟一的值与它对应; 而对应于 y 的一个值, 自变量 x 的取值不一定只有一个.

例如, 在函数 $y=x^2-1$ 中, 要使 $y=3$, 对应的自变量 x 可以取 ± 2 .

函数值 设 y 是 x 的函数, 当自变量 x 在取值范围内取值 a 时, 函数 y 的对应值叫做当 $x=a$ 时的函数值.

例如, 在函数 $y=3x-5$ 中, 当自变量 $x=2$ 时, 对应的函数值等于 1.

3. 自变量的取值范围

函数中自变量的取值往往受到某种限制, 自变量能取的数的全体通常称作自变量的取值范围. 一般应考虑以下几种情况:

(1) 自变量的取值必须使函数关系式有意义.

函数关系式如果可以用自变量的整式表示, 则自变量可以取全体实数;

如果函数关系式中的分母含有自变量, 则自变量的取值范围是使分母的值不等于零的所有实数;

如果函数关系式中含有二次根式, 则自变量的取值范围是使被开方式的值为非负数的所有实数.

(2) 自变量的取值必须使实际问题有意义.

例如,圆面积 S 与半径 R 之间的函数关系是 $S = \pi R^2$, 其中自变量 R 的取值范围是 $R > 0$. 又如:某班有 50 名学生,一次观看电影,票价 5 元/人,生活委员代办购票时票款 y (元)与人数 x 的函数关系中,自变量 x 的取值范围是不大于 50 的正整数.

【分类举例】

1. 探索实际问题中的数量关系和变化规律

我们要学会用数学的眼光去看待生活中的一些问题,应该更多地关注与探究问题中的量以及量与量之间的关系,这些量变化的过程,它们之间存在怎样的关系.

例 1 A 、 B 两地相距 10 km,小王由 A 骑车到 B ,速度为每小时 12 km. 在小王由 A 到 B 这个过程中,有哪些量? 其中哪些是常量,哪些是变量? 变量的取值有何限制?

分析与解 行程问题通常涉及到速度、时间、路程等量. 在这一个问题中, A 、 B 两地间的路程 10 km、小王骑车速度 12 km/h 是常量;小王在骑行过程中,骑行时间 t 、与距 A 、 B 两地的路程 s_1 、 s_2 是变量. 路程 s_1 、 s_2 均限制在 0 至 10 km 范围之内,且 $s_1 + s_2 = 10$;相应地,时间 t 限制在 0 至 $\frac{5}{6}$ h 之内.

例 2 现代营养学家用“身体质量指数”作为判断人体健康状况的一个指标,这个指数等于人体质量(kg)除以人体身高(m)的平方所得的商. 一个健康人的身体质量指数在 20 至 25 之间. 身体质量指数低于 18,属于不健康的瘦;身体质量指数高于 30,属于不健康的胖.

(1) 设一个人的质量为 w (kg),身高为 h (m),写出他的身体质量指数 P 与 w 、 h 之间的关系式;

(2) 王老师的身高为 1.70 m,那么他的体重在什么范围内属正常?(保留三个有效数字)

解 (1) 根据题意得

$$P = \frac{w}{h^2}$$

(2) 当 $h = 1.70$ m 时,

$$P = \frac{w}{1.7^2} \approx 0.346w.$$

点击:

这里的自变量已
有两个, P 也称为是
 w 与 h 的函数.

根据题意, P 须满足

$$20 < P < 25,$$

解得 $57.8 < w < 72.3.$

所以, 王老师的体重一般应在 57.8 kg 至 72.3 kg 之间属正常.

2. 求自变量与函数的对应值

例 3 已知函数 $y = \frac{2}{3}x - 5$.

(1) 当 $x = -4$ 时, 求函数的值;

(2) 当 x 取何值时, 函数的值等于 4?

解 (1) 当 $x = -4$ 时,

$$y = \frac{2}{3} \times (-4) - 5 = -\frac{23}{3}.$$

(2) 要使函数 y 的值等于 4, 也就是使 $\frac{2}{3}x - 5 = 4$.

解这个方程, 得 $x = \frac{27}{2}$.

所以当 $x = \frac{27}{2}$ 时, 函数的值等于 4.

说明 当函数的值已知, 要求自变量的对应值时, 通常可以转换为方程问题来解决.

例 4 美化城市, 改善人们的居住环境已成为城市建设的一项重要内容. 近几年来, 某市通过拆迁旧房、种草、植树、修建公园等措施, 使城市绿化面积不断增加, 近几年年底统计情况如图 1-10 所示.

根据图中所提供的信息, 解答下列问题:

(1) 2006 年底的绿地面积为多少, 比 2005 年底增加了多少公顷?

(2) 2004 年至 2006 年这三年中, 绿地面积增加最多的是哪一年?

(3) 试列表给出最近三年绿地面积增长百分率(保留两个有效数字).

解 (1) 由图 1-10 可知, 2006 年底的绿地面积为 60 公

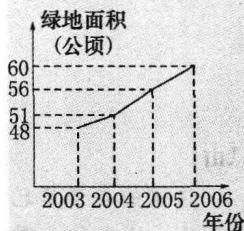


图 1-10