经济数学基础

张保法　主编

河南人民出版社

经济数学基础

主　编　张保法
副主编　李文田　范　晔
编　委　（按姓氏笔画）
　　　　毕　恺　李文田
　　　　范　晔　盛大征

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础/张保法主编. -郑州:河南人民出版社,2004.9
ISBN 7-215-03224-8

Ⅰ.经… Ⅱ.张… Ⅲ.经济数学-高等学校-教材 Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第073892号

河南人民出版社出版发行
(地址:郑州市经五路66号　邮政编码:450002　电话:5723341)
新华书店经销　郑州九州印务有限公司印刷
开本　890毫米×1240毫米　1/32　印张　11.875
字数　320千字　印数　1-4 500册
2004年9月第1版　2004年9月第1次印刷

定价:19.00元

前　　言

经济、管理类各专业经济数学课的教学实践说明:不同类型学校、不同专业、不同层次(本科和专科)的学生采用同一种教材是不适宜的,因此,编写不同类别的教材,因才施教就显得尤为重要。在多年的教学中,我们一直致力于编写一本适用于课时较少的本科专业和专科专业的经济数学教材。《经济数学基础》正是我们多年努力的结果。

本书是以张保法教授主编的《经济数学》(中国统计出版社出版)一书为基础,根据教育部审核的经济数学教学基本要求、结合我们教学实践修改编写而成。参加修改编写的有李文田、范晔、毕恺、盛大征,在统一研究的基础上进行了分工。盛大征:第一篇　微积分;毕恺:第二篇　线性代数;范晔:第三篇　概率论与数理统计;李文田、范晔对全书进行了统编;最后由张保法审核后定稿。

本书力求概念直观清晰,内容表述简明,语言通俗易懂;对其理论、公式不求其严密和复杂的推证,而侧重于含义的理解和实际应用,尤其注重数学方法在经济方面的应用。同时本书力求科学地安排各部分内容、立足于教学需要,宜于作教材使用。

本书在编写过程中得到了郑州大学西亚斯国际学院理事长陈肖纯先生、院长许圣道教授等领导的大力支持,在此表示诚挚的感谢。

由于我们的水平有限,书中难免有缺点和不足,恳请广大老师和同学们批评指正。

作　者

2004 年 8 月

目 录

第一篇 微 积 分

第二篇 线性代数

第三篇　概率论与数理统计

第一篇　微　积　分

第一章　函　　数

函数是微积分研究的基本对象，在本章中，我们将从集合概念出发，建立函数的概念，并介绍函数的基本性质.

§1.1　集　　合

一、集合的概念

在经济管理中，对某一问题的研究常常需要根据事物所具有的某一共同属性进行分类. 例如，某一综合商店，常把电视机、电冰箱、电风扇、收录机等商品划归为一类(家电类)，把肥皂、洗衣粉、牙刷、牙膏等划归为一类(日用品类)等. 虽然，每类中各事物的作用不同，但由于它们具有一定的共同属性，因此，我们可以把家电类、日用品类等作为一个“整体”来看待，这些“整体”就是我们所说的集合.

一般来说，凡是具有某种属性的事物(或研究对象)的全体称作集合，简称集. 构成集合的每一个事物或对象称作集合的元素.

下面举几个例子来加以说明：

例 1　某工厂职工的全体是一个集合，该厂的每个职工都是该

集合的元素.

例 2 不大于 10 的正偶数 2、4、6、8、10 构成一个集合,这五个数字的任何一个都是集合的元素.

例 3 全体自然数构成一个集合叫自然数集,每个自然数都是该集合的元素.

例 4 全体实数构成一个集合叫实数集.每个实数都是实数集的元素.

通常我们用大写字母 A、B、C,…,表示集合,用小写字母 a、b、c、x、y,…,表示集合的元素.如果 a 是集合 A 的元素,则记作 $a\in A$,读作 a 属于 A 或 a 在 A 中;如果 a 不是集合 A 的元素,则记作 $a\overline{\in} A$ 或 $a\notin A$,读作 a 不属于 A.

例如,用 N 表示自然数集合,R 表示实数集,则 $2\in N$,$\frac{1}{2}\overline{\in} N$.但$\frac{1}{2}\in R$.

含有有限个元素的集合叫有限集,含有无限多个元素的集合叫无限集.显然,上面的例 1、例 2 中的集合是有限集,而例 3、例 4 中的集合是无限集.

在对某一问题的研究中,由被研究的所有事物或对象组成的集合称作**全集**,记作 U.应说明的是:全集是相对的.例如,我们考察的是某厂全体女工,则该厂全体女工组成的集合是全集;但若我们考察的是该厂的全体职工,则全体女工组成的集合不再是全集.

不包含任何元素的集合我们称作**空集**,记作 Φ.例如,某日商店没有进货,则由进货品种组成的集合为空集.又如 $x^2+1=0$ 的实数解集亦为空集.

二、集合的表示法

常用的集合表示法有列举法、特性表示法.

1. 列举法:在大括号{ }内列出元素的全体或一些有代表性的元素表示集合的方法,叫做列举法.

例 5 用 A 表示电视机、电冰箱、电风扇、收录机四种家电品种的集合，则 A 可表示为：

$A=\{$电视机，电冰箱，电风扇，收录机$\}$.

例 6 自然数集合可表示为：

$N=\{1,2,3,\cdots\}$.

用列举法表示集合时，需要说明两点：一是我们考虑的是集合由哪些元素组成，而与这些元素在$\{\quad\}$内书写的顺序无关. 例如：

$A=\{2,4,6,8,10\}$.

也可表示为

$A=\{2,6,10,8,4\}$.

二是集合里的元素必须是互不相同的，即同一元素不能在一个集合中重复出现，如上述 A 不能表示为 $A=\{2,4,2,6,8,10\}$.

2. 特性表示法：在括号内写明所要描述集合的元素应具有的特性，这个方法称作特性表示法.

一般地，若集合 A 的元素满足某一特性 $P(x)$，则集合 A 利用特性表示法可表示为

$A=\{x|P(x)\}$.

例 7 实数集合 R 可表示为

$R=\{x|x$ 为实数$\}$.

例 8 A 是 $x^2-5x+6=0$ 的全体实根构成的集合，则 A 可表示为

$A=\{x|x^2-5x+6=0\}$.

为了直观起见，我们常用一个平面区域来代表一个集合，这种图叫文氏图，如图 1—1 表示.

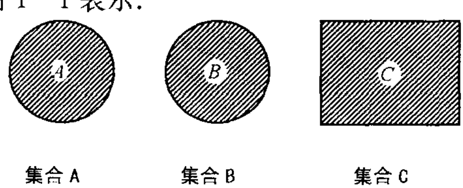

图 1—1

三、子集

定义 1.1.1 对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 的任何元素都是集合 B 的元素,则称集合 A 为集合 B 的子集.记作

$$A \subset B \quad (\text{或 } B \supset A).$$

读作"A 包含于 B"(或"B 包含 A"),如图 1－2 所示.

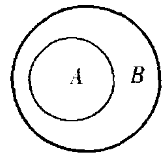

图 1－2

例 9 $N \subset R$.

例 10 用 B 表示某工厂全部产品的集合,用 A 表示全部合格品的集合,则有

$$B \supset A \text{ 或 } A \subset B.$$

定义 1.1.2 对于两个集合 A 与 B,如果 $A \subset B$,同时 $B \subset A$,则称 A 与 B 相等.记作 $A=B$.

如上面例 10,若该厂的全部产品都为合格品,则 $A=B$.

四、集合的运算

1. 集合的并

定义 1.1.3 设有集合 A 与 B,由 A 和 B 的所有元素组成的集合,称作集合 A 和 B 的并集,简称 A 和 B 的并,记作 $A \cup B$,即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

用文氏图表示即为图 1－3.

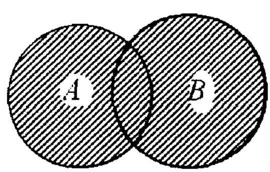

图 1－3

例 11 设 $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{4,5,6,7,8\}$.则

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}.$$

2. 集合的交

定义 1.1.4　设有集合 A 与 B,由 A 和 B 的所有公共元素组成的集合,称作集合 A 和 B 的交集,简称 A 和 B 的交. 记作 $A\cap B$,即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

图 1—4 的阴影部分表示集合 A 与 B 的交集 $A\cap B$.

对于例 11,$A\cap B=\{4,5\}$.

3. 集合的差

定义 1.1.5　设有集合 A 和 B,由属于 A 而不属于 B 的所有元素组成的集合称作集合 A 和集合 B 的差集,简称 A 和 B 的差. 记作 $A-B$. 即

$$A-B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\notin B\}.$$

图 1—5 的阴影部分表示 $A-B$.

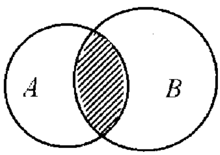

图 1—4

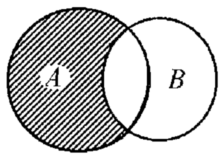

图 1—5

对于例 11,$A-B=\{1,2,3\}$.

4. 集合的补

定义 1.1.6　全集 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合,称作集合 A 的补集,记作 $\overline{A}$,即

$$\overline{A}=\{x\mid x\in U \text{ 且 } x\notin A\}.$$

图 1—6 的阴影部分表示 $\overline{A}$.

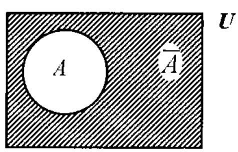

图 1—6

例如,U 表示某厂生产的某种产品的集合,A 表示合格品集合,则 $\overline{A}$ 表示废品集合.

§1.2 实 数 集

在初等数学中，我们把规定了正方向、原点和单位长度的直线称作数轴.并且我们知道，任何一个实数都可以用数轴上的一点来表示；反之，数轴上的任何一点也对应着一个实数.也就是说，实数和数轴上的点存在一一对应关系.由此，我们可以把实数和它在数轴上的对应点不加区别地用同一符号来表示.如实数 x 和点 x 可视作相同意思.下面我们来讨论实数的绝对值和实数集的特殊子集——区间.

一、绝对值

在研究某些问题时，常常要用到实数绝对值的概念.

一个实数 x 的绝对值用 $|x|$ 来表示，其定义为

$$|x|=\begin{cases} x & \text{当 } x\geqslant 0 \text{ 时} \\ -x & \text{当 } x<0 \text{ 时} \end{cases}$$

例如：$|10|=10$ $\quad |-10|=-(-10)=10 \quad |0|=0$

$|x|$ 的几何意义是：$|x|$ 表示数轴上的点 x 与原点之间的距离.而距离只能用正数或 0 来表示，所以一切实数 x 的绝对值都是非负的.即 $|x|\geqslant 0$.

根据其几何意义，我们可以得出两个重要的等价关系.

（1） 如果 $a>0$，则下面的两个集合相等.

$$\{x \mid |x|<a\}=\{x \mid -a<x<a\}.$$

因为从几何上看，$|x|<a$ 表示与原点距离小于 a 的那些点，而 $-a<x<a$ 表示在点 $-a$ 与 a 之间的那些点，所以它们表示的是相同的点集.

（2） 如果 $b>0$，则下面两个集合相等.

$$\{x \mid |x|>b\}=\{x \mid x<-b\}\cup\{x \mid x>b\}.$$

因为 $|x|>b$ 表示与原点的距离大于 b 的那些点 x，而 $x<-b$ 或 $x>b$ 表示点 x 在 $-b$ 左边或在 b 的右边，所以它们表示的是相同的点集.

二、区间

在实际问题中，一些量的取值常常限制在一部分实数范围内. 例如，机器上螺丝的外径 x 必须满足 $a<x<b$，其中 b 是最大限度，a 是最小限度. 为了研究方便起见，我们引进区间的概念，区间是实数集的子集.

定义 1.2.1 设 $a,b\in R$，且 $a<b$，我们把介于 a,b 之间的一切实数的全体称作区间. 确切地说：

(1) 满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合，称作以 a,b 为端点的开区间，记作 (a,b)，即 $(a,b)=\{x|a<x<b\}$.

(2) 满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合，称作以 a,b 为端点的闭区间，记作 $[a,b]$，即 $[a,b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$.

(3) 满足不等式 $a<x\leqslant b$（或 $a\leqslant x<b$）的所有实数 x 的集合，称作以 a,b 为端点的半开区间或半闭区间. 记作 $(a,b]$ 或 $[a,b)$，即

$$(a,b]=\{x|a<x\leqslant b\},$$

$$[a,b)=\{x|a\leqslant x<b\}.$$

以上三类区间为有限区间. 有限区间右端点 b 与左端点 a 的差 $b-a$ 称作区间的长.

此外，还有下面几类无限区间：

(4) $(a,+\infty)=\{x|x>a\}$　　$[a,+\infty)=\{x|x\geqslant a\}$

(5) $(-\infty,b)=\{x|x<b\}$　　$(-\infty,b]=\{x|x\leqslant b\}$

(6) $(-\infty,+\infty)=\{x|x\in R\}$，即实数集合

三、邻域

定义 1.2.2 以点 x_0 为中心，长度为 2δ 的开区间 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$ 称作点 x_0 的 δ 邻域，即

$$(x_0-\delta,x_0+\delta)=\{x||x-x_0|<\delta,\delta>0\}.$$

如果邻域不包括 x_0，则称作 x_0 的 δ 去心邻域，即

$$(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)=\{x|0<|x-x_0|<\delta,\delta>0\}.$$

将 $(x_0-\delta,x_0)$ 和 $(x_0,x_0+\delta)$ 分别叫做 x_0 的左邻域和右邻域.

例如，$|x-2|<0.1$，是以点 $x_0=2$ 为中心，长度为 0.2 的邻域，也就是开区间(1.9,2.1).

§1.3 函　　数

一、常量与变量

在日常生活、生产活动和经济活动中，到处都遇到各种不同的量. 例如：产品的生产量、成本、销售价格、市场供给量、社会需求量、职工人数等等.

考察这些量时，我们可以发现有些量在考察的过程中(或说一定时间内)不发生变化，只取一个固定的值，我们把这些量称作**常量**. 例如，在某段时间内某种商品的销售价格不变，工厂职工人数不变，这些量在该时段内就是常量. 而那些在某一过程中可以取不同数值的量，我们称作**变量**，例如，时间、生产量、产值等都是变量.

通常地，我们用 $a,b,c,\cdots$，来表示常量；用 $x,y,z,\cdots$，来表示变量.

对于常量和变量，我们需说明以下几点：

1. 常量和变量依赖于所研究的过程. 同一个量，在某种情况下可以认为是常量，而在另一种情况下可能是变量；反之亦然. 例如，某一商品的价格在某段时间内是常量，但在较长时间内是变量. 这说明常量和变量具有相对性.

2. 从几何意义上讲，常量对应着实数轴上的定点，变量则对应着实数轴上的动点.

3. 一个变量所能取的数值的集合叫做这个变量的变动区域.

有一类变量，例如时间可以取介于两个实数之间的任意实数值，叫做连续变量，连续变量的变动区域常用区间表示.

二、函数概念

在给出函数的定义之前，先看几个例子.