新课标
全解与精练系列

新课标·全解与精练系列

初中数学
教材全解与精练

（六年级下）

陈振宣　主编

★

CHUZHONG SHUXUE
JIAOCAI QUAN JIE YU JINGLIAN
SHUXUE

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

新课标·全解与精练系列

初中数学教材全解与精练

六年级（下）

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书根据新课标理念，贯彻新课改精神，按照最新上海二期教材编写。全书分为“教材全解”和“课后精练”两大部分.“教材全解”：细致、全面、透彻解读教材，分析重点、难点、疑点，精讲典型例题，突出方法，总结规律，帮助学生提高预习、复习效果.“课后精练”：题量适当、题型丰富，帮助学生巩固基础，提高能力，突破思路，应对测试.

图书在版编目(CIP)数据

初中数学教材全解与精练. 六年级. 下/陈振宣主编. —上海：上海交通大学出版社，2010

(新课标·全解与精练系列)

ISBN 978-7-313-06146-1

Ⅰ. ①初… Ⅱ. ①陈… Ⅲ. ①数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 226640 号

初中数学教材全解与精练

六年级(下)

陈振宣 **主编**

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 951 号 邮政编码 200030)

电话：64071208 出版人：韩建民

常熟文化印刷有限公司印刷 全国新华书店经销

开本：787mm×1092mm 1/16 印张：14 字数：455 千字

2010 年 1 月第 1 版 2010 年 1 月第 1 次印刷

印数：1～4 030

ISBN 978-7-313-06146-1/G 定价：25.00 元

前　言

当前数学教育囿于应试，使得原本生动有趣的教育活动，变得枯燥无味，负担奇重，苦了学生，难了教师. 如何改变这种困境，成了数学教改必须解决的课题.

“全脑教育研究与实验”总课题下的“数学思维训练左、右脑协调”研究中心做过长期探索与试验，深感走出这一困境，应在以下三方面下功夫.

1. 抓住知识与语言的教学，构建数学基本概念、基本原理的意象，是理解、运用概念的重要途径；强化数学语言形态（自然语言、符号语言、图像语言）的“互译”（互相转化），是促进左、右脑协调发展的极佳训练，也是落实三基（基础知识、基本技能、基本方法）的必由之路.

2. 注意数学思想方法（思维的导航器）的概括、提炼和科学学习方法（学会学习）的指导，是提高学习质量与效率的根本教育，也是学生终生受益的教育.

3. 既教书又育人是中华教育的传统，中国的数学教育从中汲取了丰富的“营养”. 本书不惜篇幅，写了“阅读材料”、“名题欣赏”、“应用课题”、“探究活动”等趣味盎然的材料，使学生受到数学文化的陶冶，初步了解数学的科学价值、应用价值、美学价值，激发浓厚的兴趣，对科学规律的好奇心、探究欲，为提高创新思维实践能力创造条件.

趁此次编写《初中数学教材全解与精练》系列丛书之机，我们大胆进行了尝试，希望为教育助学类图书的编纂，吹入一点新风；为学生走出“题海”，放飞思维，给予一些帮助；为提高全民数学素养，建立创新型国家作一点奉献！

本书中，凡有 * 的习题，为拓展提高题，学生可按个人学习进度进行选择.

限于水平，错失之处，敬请读者、专家指正，以便重印改正. 参加本书编撰的除主编外，还有严正、陈永箴、张利萍、范人伊、顾圣凡、周彤、凌景华.

编写组

目 录

教材全解

目　录

课后精练

目　录

教材全解

JIAO CAI QUAN JIE

紧扣课标，教材同步；
步步推进，逐次深入；
讲解精细，面面俱到；
围绕重点，突破难点；
典型例题，方法剖析；
易错题析，举一反三；
规律总结，对接中考.

第五章　有理数

本章视点

一、课标要求与内容分析

1. 了解有理数的意义及表示方法，把握相反数、倒数和绝对值概念，熟练地进行有理数与数轴上的点相互转化，为学习有理数的大小比较、有理数的四则运算、乘方运算准备条件.

2. 熟练有理数大小比较、运算法则，熟练技巧，为代数学习打下扎实的基础.

3. 通过有理数的学习，初步了解数形结合方法、化归与转化方法.

4. 本章重点是有理数概念及四则运算，难点是绝对值概念及其符号语言表示方法.

二、学习方法指导

1. 把握有理数的两要素：正、负号(即是正数还是负数)与其绝对值. 通过实例与数轴掌握大小比较法则和运算法则.

2. 会运用相反数、倒数将减法、除法化归为加法、乘法来做.

3. 会运用加法、乘法运算法则和绝对值概念将有理数加法、乘法化归为非负有理数加法与乘法运算.

4. 通过有理数的学习，提高数学符号语言(包括科学记数法)的理解与运用水平，为后续学习准备基础.

第1节　有理数

新课指南

1. 知识与技能：理解有理数意义、相反数、绝对值、数轴、有理数大小比较法则.

2. 过程与方法：充分利用数轴，点 a 在点 b 的右侧时，$a>b$，从此获得有理数的大小比较法则. 从点 x(数 x 在数轴上的对应点) 到原点 O 的距离叫做 x 的绝对值，从实例归纳得到：

$$当\ x\geqslant 0\ 时，|x|=x;$$
$$当\ x<0\ 时，|x|=-x.$$

初步了解数形结合方法.

3. 情感态度与价值观：通过实例体验数形结合方法的优势，初步会用这一方法解决简单的实际问题.

4. 重点与难点：重点是了解有理数的意义与相反数、绝对值概念和有理数大小比较法则. 难点是绝对值概念及其符号语言表示方法.

5.1　有理数的意义

教材解读(三基落实)

数学与生活(温故知新)

冬天的气象预报中经常出现气温是零上几度或零下几度；世界上最高峰珠穆朗玛峰是海拔以上 8 844

米，陆地最低的死海的湖底在海拔以下 392 米；在对外贸易中有顺差与逆差，在实际度量中有过剩近似值与不足近似值；生意人有盈利与亏损等等. 世界上具有相反意义的量比比皆是. 为了区别与计算的方便，引入负数，这在小学阶段已经知道了. 人们把具有相反意义的两种量，把其中一种规定用正数表示，那么另一种就用负数表示.

我国是最早引入负数及其运算的国家，在本章里，我们把已经学过的数：正整数、零、正分数，再扩大引入负整数、负分数，统称为有理数.

知识点详解

知识点 1 在正数前加“－”号的数叫做负数，为了强调符号，在正数前加上“＋”号.

对于具有相反意义的两种量，如果其中一种量的值叫做正数，那么另一种量的值叫做负数.

值得注意的是零“0”是正、负数的分界点，既不是正数也不是负数，这一点很重要，千万忽视不得.

知识点 2 整数与分数统称为有理数.

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

如果把整数看成是分母为 1 的分数，那么在这个意义下，所有的有理数都是分数.

有理数总可表示为：$\frac{q}{p}$，其中 p 为正整数，q 是整数，即有理数总可表示为两整数之比，亦即两整数相除所得的商.

典例剖析

例 1 把下列各数分别填入表示整数或负分数的圈里.

$-2\frac{1}{2}$，1，6.2，-101，0，$\frac{4}{5}$，-10%，1.001，55，0.76，2 000，-19，$\frac{8}{17}$.

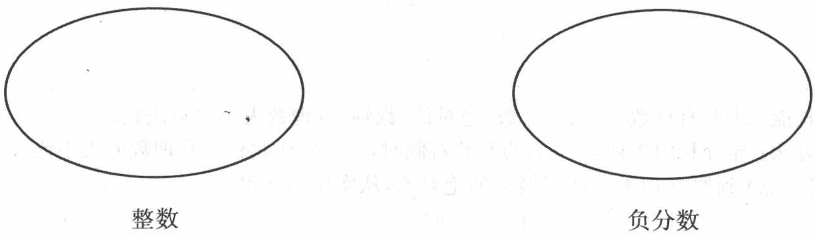

图 5－1

［分析］ 整数包括正整数、零、负整数，注意别漏写“0”. 在正数前加上“－”(负号)叫做负数. 据此，易得负分数.

［解］

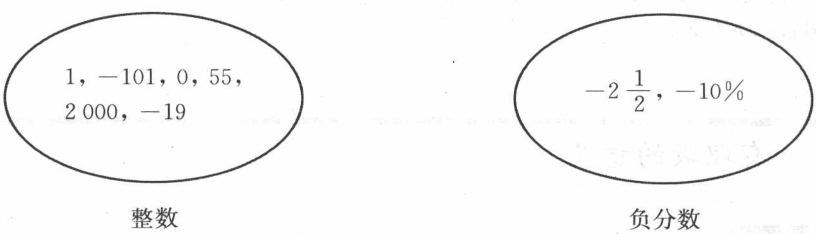

图 5－2

例 2 下列各数分别表示什么数？将它们分别填入相应的圈里：-9，$4\frac{1}{2}$，-0.1，0，$-\frac{3}{5}$，6.4，2，1.7%.

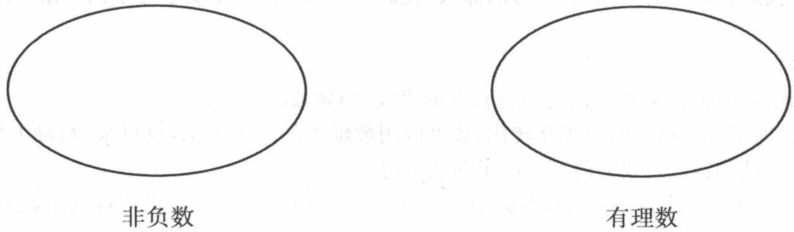

图 5-3

［分析］ 非负数即不是负数，它包括零和正数. 整数和分数统称为有理数，上述各数都是有理数.

［解］

图 5-4

例 3 我们又学习过凡能被 2 整除的整数叫做偶数，凡不能被 2 整除的整数叫做奇数. 如用 n 表示整数，那么如何用 n 的代数式表示偶数与奇数?

［解］ 能被 2 整除的整数为 2 的倍数，所以偶数可用 $2n$(n 为整数)表示.

奇数被 2 除余 1，所以奇数可表示为 $2n+1$ 或 $2n-1$.

例 4 整数被 2 除可分为偶数与奇数两大类. 按照这种方法整数被 3 除可以分成哪几类?

［解］ 整数被 3 除，按余数不同可分成如下三类：余数为 0，为 1，为 2 三大类：$3n$，$3n+1$，$3n+2$(n 为整数).

［说明］ 据此，整数被 4 除可分为：$4n$，$4n+1$，$4n+2$，$4n+3$(或 $4n-1$)四大类. 依次类推整数被 5 除可分为：$5n$，$5n+1$，$5n+2$，$5n+3$(或 $5n-2$)，$5n+4$(或 $5n-1$)五类，等等. 这是研究整数性质时一种讨论的工具. 由于知识的局限，这里暂不展开.

5.2 数轴

教材解读(三基落实)

数学与生活(温故知新)

如果把温度计所在直线看做一条竖放的数轴，那么零度的对应点就是原点. 零上温度对应的为正数，零下温度对应的是负数.

有了数轴，任何一个有理数都可以用数轴上的点表示. 一般说来，任何一个正数 a，都可以找到一个长度恰为 a 个单位长度的线段，以原点 O 为圆心，a 个单位长度的线段为半径，在正半轴上截取一点 P，使 OP 的长度恰为 a 个单位长度，点 P 就是表示数 a 的点，此点可以简称点 a. 任何一负数 b，可以找到一个长度恰为 $(-b)$ 个单位长度的线段，以原点 O 为圆心，以 $(-b)$ 个单位长度为半径在负半轴上截取一点 Q，使 OQ 的长度恰为 $(-b)$ 个单位长度，点 Q 就是表示数 b 的点，此点可以简称点 b. 数“0”可以以原点 O 表示.

据此可以实现在数轴上的点与数之间的对应关系，相互转化. 有了点，可以找到它对应的数，反过来，有数

也可以在数轴上找到它对应的点.随着学习的深入,我们将在七年级下学期学习平面直角坐标系时,再作深入的讨论.

知识点详解

知识点 1 确定了原点 O,正方向与单位长度的直线,叫做数轴.

有了数轴,实现了数与点之间的相互转化,数可以用数轴上的点来表示,反过来,数轴上的点又可以用数来表示.从此达到数形结合,为数学研究开辟了新的渠道.

知识点 2 只有符号不同的两个数,称其中一个数是另一个数的相反数,也称这两个数互为相反数,零的相反数是零.

把两个互为相反数的数表示为数轴上的两个点,则这两个点到原点的距离相等,而分居于原点的两侧,也就是这两个点关于原点对称.因此,在数轴上,原点 O 的两旁到原点距离相等的两个点所表示的两个数,称为互为相反数,零的相反数仍旧是零.

a 的相反数记为"$-a$",读作"a 的相反数".据此可知 $-a$ 的相反数是 a,即 $-(-a)=a$.

显然,一个正数的相反数为负数,一个负数的相反数为正数.

注意:"$-a$"不一定是负数.当 $a>0$ 时,$-a$ 是负数;$a<0$ 时,$-a$ 是正数;$a=0$ 时,$-a=0$.

用字母表示数,它可以表示一切有理数.

典例剖析

例 1 (1) a 的相反数仍是 a,则 $a=$________.

(2) 如果 a、b 互为相反数,且 $a\neq 0$, $b\neq 0$,那么 $\frac{b}{a}$ 的值是________.

[解] (1) $\because$ a 的相反数仍是 a,

$\therefore$ $a=-a$.等式两边分别加上 a.

则 $a+a=0$, $\therefore$ $a=0$.

(2) $\because$ a、b 互为相反数,且 $a\neq 0$, $b\neq 0$,

$\therefore$ $b=-a$. $\because$ $b\neq 0$, $a\neq 0$,等式两边同除以 a,得 $\frac{b}{a}=-1$.

例 2 如图 5－5,在数轴上表示两数 $a=2$, $b=-5$,则点 a 与点 b 之间的距离为________.

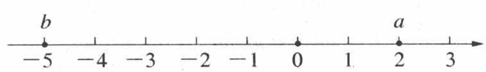

图 5－5

[解] 从点 b 到点 a 共有 $5+2=7$ 个单位长度.所以点 a 与点 b 之间的距离为 7(单位长度).

例 3 如果 a 与 -3 互为相反数,那么 a 等于 ( )

(A) 3　　(B) -3　　(C) $-\frac{1}{3}$　　(D) $\frac{1}{3}$

[解] -3 的相反数为 $-(-3)=3$.选(A).

例 4 下列说法中,正确的是 ( )

(A) a 为有理数,则"$-a$"一定是负有理数

(B) 如果 a、b 互为相反数,则 $\frac{b}{a}$ 的值为 -1

(C) 数轴上在原点右侧的点表示的数为正数

(D) 数轴上在原点左侧的点表示的数为非正数

[解] 选(C).

$\because$ a 表示有理数,如果 $a<0$,则"$-a$"表示正有理数,所以(A)错.

$\because$ a、b 互为相反数,a、b 可以都是"0"(0 的相反数仍旧是"0"),故 $\frac{b}{a}$ 的值不存在,(B)错.

数轴上在原点左侧的点，不包括原点，非正数中包括“0”，所以(D) 错.

5.3 绝对值

教材解读(三基落实)

数学与生活(温故知新)

在两点之间距离测量时，只考虑值的大小，不考虑它的正负. 如在小学阶段研究的数都不考虑它的正负，实际上只注意它的大小，这样的数都是非负数，也就是数的绝对值. 有人把只考虑数的大小，不计其正、负所得的数叫做这个数的绝对值，例如 $+5$ 的绝对值是 5，-7 的绝对值为 7，0 的绝对值仍旧是 0. 这样的表述法容易引起混乱. 经过多年研究，改为如下的表述法.

请将下列各数在数轴上的对应点画出来：4，5.5，-3，$-\frac{1}{2}$，0，然后研究这些点到原点 O 的距离.

点 4(即图 5 - 6 中的点 A)到原点 O 的距离为 4；点 5.5(即图 5 - 6 中的点 B)到原点 O 的距离为 5.5；点 -3(即图 5 - 6 中的点 C)到原点 O 的距离为 3；点 $-\frac{1}{2}$(即图 5 - 6 中的点 D)到原点 O 的距离为 $\frac{1}{2}$；原点 O(对应的数为“0”)到原点 O 的距离为“0”.

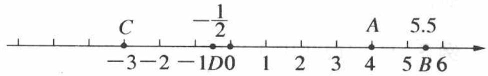

图 5 - 6

我们把一个数在数轴上所对应的点与原点的距离，叫做这个数的绝对值.

从而得：$|+4|=4$，$|+5.5|=5.5$，$|-3|=3$，$\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$，$|0|=0$.

从而发现：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零.

知识点详解

知识点 1 绝对值.

如上所述，有：

正数的绝对值是它本身；

负数的绝对值是它的相反数；

零的绝对值是零.

翻译成符号语言为 当 $a \geqslant 0$ 时，$|a|=a$；

当 $a \leqslant 0$ 时，$|a|=-a$.

反过来，如果 $|a|=a$，则 $a \geqslant 0$；如果 $|a|=-a$，则 $a \leqslant 0$.

这样描述的绝对值意义明白，操作方便，不易出错.

值得说明的是 $|a|$ 的几何意义是点 a(数 a 在数轴上的对应点)到原点 O 的距离，以此为思维的载体，数形结合，解决问题特别方便. 详见典例剖析.

知识点 2 有理数的大小比较.

所有有理数在数轴上都有唯一的对应点，因此，有理数可以在数轴上有序的排列. 直观地，可以按下列方法比较有理数的大小.

点 a 在点 b 的右侧，则 $a>b \Leftrightarrow a-b>0$；

点 a 与点 b 重合，则 $a=b \Leftrightarrow a-b=0$；

点 a 在点 b 的左侧，则 $a<b \Leftrightarrow a-b<0$.

任意两个有理数之间上述三种情形中有且只有一种成立.

根据上述原理，可比较任意两个有理数的大小.

由于表示正数的点都在原点右侧，表示负数的点都在原点左侧. 从而知：

正数大于零,零大于负数,正数大于负数.

正数的大小比较,绝对值大的大;负数的大小比较,绝对值大的反而小.

由于任意两个有理数都可以比较大小,有理数的这一性质,称为有理数的有序性.

典例剖析

例 1 求下列各数的绝对值:

$$-10,\ 5,\ -6\frac{1}{2},\ 4.5,\ 8,\ 0.$$

[解] $|-10|=-(-10)=10$, $|5|=5$, $\left|-6\frac{1}{2}\right|=-\left(-6\frac{1}{2}\right)=6\frac{1}{2}$, $|4.5|=4.5$, $|8|=8$, $|0|=0$.

例 2 若 a、b 互为相反数,c、d 互为倒数,$|x|=2$,则代数式$\frac{a+b}{x^2}+x-cd$ 的值是 ( )

(A) 1　　(B) -3　　(C) 1 或-3　　(D) 2 或-2

[解] ∵ a、b 互为相反数,∴ $a+b=0$;

∵ c、d 互为倒数,∴ $cd=1$,

所以,$\frac{a+b}{x^2}+x-cd=x-1=\begin{cases}2-1=1,\\-2-1=-3,\end{cases}$ 选(C).

例 3 下列说法中正确的是 ( )

(A) 如果 $a+b=0$,那么 a、b 互为相反数　　(B) a 的倒数是$\frac{1}{a}$

(C) b^2 是正数　　(D) $|a|=a$

[解] 互为相反数则两数之和必为零. 选(A).

如果 $a=0$,则倒数$\frac{1}{a}$ 不存在,(B) 错;$b=0$ 时,b^2 不是正数,(C) 错;$|a|=a$ 当且仅当$a\geqslant 0$ 时,成立,所以(D) 错.

* **例 4** 如果 $|x-3|+x-3=0$,试求 x 的取值范围.

[解] ∵ $|x-3|+x-3=0$, ∴ $|x-3|=-(x-3)$.

所以 $x-3\leqslant 0$. 故 $x\leqslant 3$.

例 5 数 a,b 在数轴上的对应点分别为图 5-7 中的点 A、B,则 $|a-b|-|a|=$ ________.

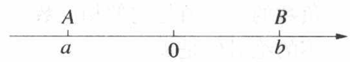

图 5-7

[解] 从图 5-7 知 $a<0<b$,

∴ $|a-b|-|a|=b-a+a=b$.

思想方法小结

数轴的引入,开辟了数形结合方法的渠道. 从$|x|$的几何意义是点 x 到原点 O 的距离,进一步了解$|a-b|$的几何意义是点a与点b之间的距离,以此为思维的载体可以发现解决问题的新思路. 利用符号语言与图像语言之间的转化,常可快速求解.

错误与疑难问题

* **例 6** 若 $|x-a|\leqslant m$,$(m>0)$,求 x 的取值范围.

[解] $|x-a|$的几何意义是点 x 到点a 的距离. 从此可知 $|x-a|\leqslant m$ 的几何意义是点 x 到点a 的距离不大于 m.

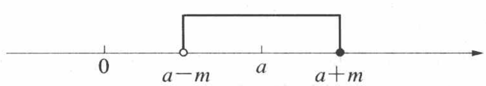

图 5-8

∴ x 应在点 $a-m$ 与点 $a+m$ 之间,即

$$a-m\leqslant x\leqslant a+m.$$

[说明] 若 $|x-a|>m\ (m>0)$，求 x 的取值范围. $|x-a|>m$ 的几何意义是点 x 到点 a 的距离大于 m，所以点 x 应在点 $(a+m)$ 的右侧或点 x 在点 $a-m$ 的左侧. 这些知识在以后的学习中还会再次出现.

* **例 7** 若 $|x+2|+|x-5|=7$，求 x 的取值范围.

[解] $|x+2|+|x-5|=7$ 的几何意义是点 x 到点 -2 与点 5 之间的距离之和为 7.

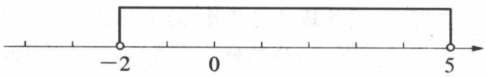

图 5-9

从图 5-9 中可见点 5 与点 -2 之间的距离恰好为 7，所以当且只当点 x 在点 -2 到点 5 之间的任意位置时，$|x+2|+|x-5|=7$ 恒能成立.

所以当 $-2\leqslant x\leqslant 5$ 时，$|x+2|+|x-5|=7$ 恒成立.

[说明] 有关数的绝对值概念是初中数学第一次遭遇的抽象概念，它涉及 $|x|$、$|x-a|$ 等的几何意义，以及分类讨论的思想方法，不可能毕其功于一役，一次学深学透，只能细水长流，逐步渗透. 在今后的学习中将随着学习的深入，反复出现，初学时感到困难是正常现象，毋需害怕，更不必止步不前. 锲而不舍，勇往直前，必能获得可喜的飞跃.

中考展望

有理数是代数的基础，方程、代数式的运算、函数都离不开这一基础，因而中考总将有理数的考查与方程、代数式、函数整合在一起，单独考查有理数的试题则较少出现，因而这里只能精选典型试题作些说明，不作展开.

当家题

例 1 下列各组数中，互为相反数的是 (　　)

(A) 2 与 $\frac{1}{2}$　　(B) $(-1)^2$ 与 1　　(C) (-1) 与 $(-1)^2$　　(D) 2 与 $|-2|$

[分析] $(-1)^2=(-1)(-1)=1$（这里已涉及有理数的乘法运算），而 $|-2|=2$，从而排除(B)(D). 2 与 $\frac{1}{2}$ 互为倒数，排除(A). (C) 中 -1 与 $(-1)^2$ 互为相反数，选(C).

[解] 略.

例 2 若 $1<x<4$，则 $|x-4|+|x-1|$ 的结果是________.

[解] $\because 1<x<4$，$\therefore x-4$ 是负数，$x-1$ 是正数，按正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，

$\therefore |x-4|+|x-1|=-(x-4)+x-1=3.$

[应考策略] 例 1,2 是典型的基本题，理解"相反数"、"绝对值"的概念即可解决.

例 3 下列判断中，正确的是 (　　)

(A) 比负数大的数是正数　　(B) 任何一个数的平方都是正数

(C) 最小的非负数是零　　(D) 任何一个数都有倒数

[解] $\because 0>$负数，$\therefore$ (A)错；

$\because 0^2=0$ 不是正数，$\therefore$ (B)错；

$\because 0$ 无倒数，$\therefore$ (D)错.

非负数 $x\geqslant 0$.（不是负数，故为正数或零），

$\therefore$ "0"是非负数的最小值，即最小的非负数是零. 选(C).

[应考策略] 有理数中零这个数是应特别注意的，它的相反数是它本身(零的相反数是零)；零是正、负数的分界点；零是非负数的最小值；零是非正数的最大值；零不存在倒数.

阅读材料

"0"的魅力

"0"这个数的引入,在数学发展史上引起一次飞跃.

在1400年前,0的知识还未传播到欧洲.在罗马数字里没有0,罗马教皇尤斯蒂尼昂宣布:罗马数字是上帝创造的,今后不许任何人随便再增加一个数字.

有一位罗马大学者对0很感兴趣,不顾教皇的禁令,把"0"的知识和0在运算中的作用:$a+0=0+a=a$, $a\cdot 0=0$, $a-a=0$,0不能作除数等等,悄悄地进行传播.后来他被人告密了,罗马教皇立即把他投入监狱,但他毫不屈服.最后教皇下令把他钉在十字架上,残酷地割去舌头,砍去手指,将他活活折磨而死.可是,无论教皇如何疯狂地阻止,科学还是按照自身的规律向前发展,0终于在罗马以及全世界通用,走进数学科学的殿堂,扮演着极其重要的角色."0"不仅表示"没有",而且在数字中也占有重要的地位,是一个起点,可算是排行第一了.在一个自然数的右面加一个"0"这个数就扩大10倍;在带小数点的数,如0.5,1.05的右面加一个"0",虽然数的大小没有改变,然而其精确度变了.

例如 1.05与1.050前者精确度是$\frac{1}{100}$,后者是$\frac{1}{1\,000}$.在数轴上"0"对应的点是原点,它是正、负数的分界点,"0"比一切正数小,但比一切负数大.

如果两数的差为"0",那么这两个数一定相等;如果$a-b>0$,那么$a>b$;如果$a-b<0$,那么$a<b$.

我们千万别小看"0"的作用,应记住恩格斯的话:"0比任何一个数字的内容都丰富."

一位旅美物理学家写了一篇《零赞》:

你自己一无所有,却成十倍赐予他人.
难怪你这样美,像中秋夜的一轮明月.

新颖题

例1 代数式$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}$的所有可能的值有 ( )

(A) 2个 (B) 3个 (C) 4个 (D) 无数个

[分析] 这里a与b的地位是对称的,a与b互换,这一代数式不变.这一代数式的值存在,故a、b都不等于零,所以a与b只有以下几种可能:

① $a>0$, $b>0$, $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=3$;

② $a>0$, $b<0$, $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=1-1-1=-1$;

③ $a<0$, $b>0$, $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=-1+1-1=-1$;

④ $a<0$, $b<0$, $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=-1-1+1=-1$.

∴ 这一代数式所有可能值有2个.选(A).

[解] 略.

[应考策略] 本题的困难在于如何分类讨论.由$a\neq 0$, $b\neq 0$,所以应分四种情况讨论.

例2 比较$-\frac{111}{1\,111}$与$-\frac{1\,111}{11\,111}$的大小.

[解一] ∵ $\frac{111}{1\,111}$的倒数为$\frac{1\,111}{111}=10+\frac{1}{111}$,

$\frac{1\,111}{11\,111}$的倒数为$\frac{11\,111}{1\,111}=10+\frac{1}{1\,111}$,

∴ $\frac{111}{1\,111}$的倒数大于$\frac{1\,111}{11\,111}$的倒数.

从而有$\frac{111}{1\,111}<\frac{1\,111}{11\,111}$,