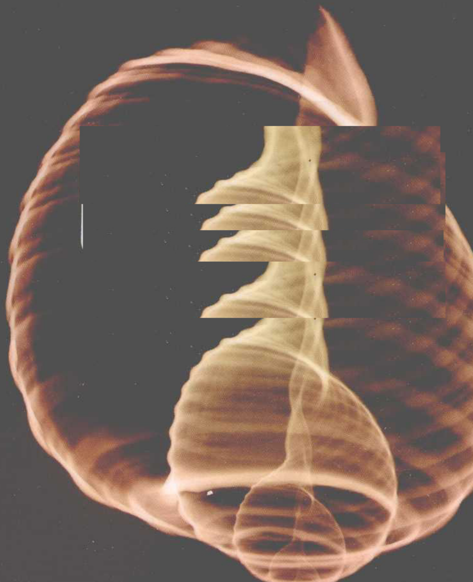
图灵新知

你不可不知的 50个数学知识

50 Mathematical Ideas You Really Need to Know

[英] Tony Crilly 著 王悦 译



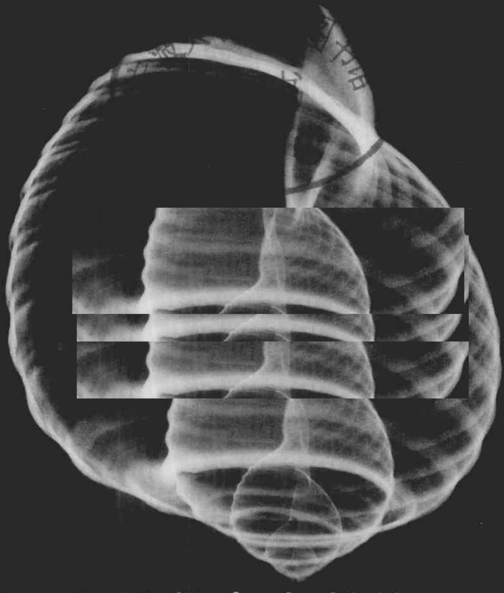
人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

TURING 图灵新知

你不可不知的50个数学知识

50 Mathematical Ideas You Really Need to Know

[英] Tony Crilly 著　　王悦 译



人民邮电出版社
北　京

图书在版编目（CIP）数据

你不可不知的50个数学知识 / （英）克里利（Crilly, T.）著；王悦译. -- 北京：人民邮电出版社，2010.9
（图灵新知）
书名原文：50 Mathematical Ideas You Really Need to Know

ISBN 978-7-115-23378-3

Ⅰ. ①你… Ⅱ. ①克… ②王… Ⅲ. ①数学—普及读物 Ⅳ. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第132490号

内 容 提 要

这是一本数学科普书。作者通过 50 篇短文，介绍了数学的起源、π 及斐波那契数列的神秘意义、相对论、混沌理论、数独、复利、费马大定理、黎曼猜想等伟大的思想和系统。内容丰富多彩，生动有趣。让读者为其深深着迷。

本书适合于对数学感兴趣的各个层次的读者阅读。

图灵新知

你不可不知的50个数学知识

◆ 著　　　[英] Tony Crilly
　译　　　王　悦
　责任编辑　马晓燕
　执行编辑　卢秀丽

◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市崇文区夕照寺街14号
　邮编　100061　　电子函件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　三河市海波印务有限公司印刷

◆ 开本：787×1092　1/24
　印张：9
　字数：232千字　　　2010年9月第1版
　印数：1－4 000册　　2010年9月河北第1次印刷

著作权合同登记号　图字：01-2009-4806号

ISBN 978-7-115-23378-3

定价：29.00元

读者服务热线：(010)51095186　印装质量热线：(010)67129223

反盗版热线：(010)67171154

版权声明

译 者 序

这绝对是一本不可多得的好书。它不是说教式的科普书，也不是粗浅的少儿读物，不论你从事什么职业、多大年龄、教育水平如何，这本书都值得一读。它不仅可以让你对数学中所有重要的概念和思想有大体的了解，而且，它阐述数学的角度和风格是你在任何枯燥古板的教科书中都找不到的，相信它一定会燃起你学习数学的热情。如果你是一名数学专业的研究人员，这本书一样可以带给你莫大的收获，跟随作者的笔触，你就像搭乘一座飞船，遨游于数学的四维时空中：从古老的巴比伦数字，到现代的计算机理论；从经济学中的博弈理论，到物理学中的相对论；从数学象牙塔中的哥德巴赫猜想，到每日报刊上的数独游戏；从英年早逝的天才少年伽罗瓦，到无所不能的数学大师欧拉……这本书可以让你跳出自己狭小的研究圈子，再次体验一览众山小的快感，感叹数学在人类文明史上扮演的伟大角色！

翻译这样一本优秀的图书，是我莫大的荣幸。在翻译过程中，我自己已经被作者的笔墨所折服。学习的过程总是愉悦的，尤其是以一种生动别样的方式来学习这门人类文明中最美丽，同时也与我们的生活息息相关的科学。同时，翻译这样的书也有相当大的压力，对于书中的术语细节，人文逸事，我都在图书馆和因特网上参阅了很多资料，对于其中辞藻的拿捏，也都是慎之又慎，希望能够尽量保持原作者那生动而热情的语言风格。尽管如此，受水平所限，文中难免还有疏漏，希望广大读者阅读时审慎明辨，并且批评指正。如果本书能够让读者燃起学习和研究数学的兴趣，或者对整个数学史乃至人类文明产生一些新的思索与理解，对于我来说，那将是最大的荣幸与欣慰。

回顾这本书的翻译过程，要十分感谢图灵公司的编辑们，是她们不断的沟通和建议，以及在后期编辑过程中的一丝不苟，保证了这本书的内容和质量。最后要感谢家人和朋友们对我的支持和鼓励！

王 悦

2010 年 4 月于北京

引 言

数学是一门浩瀚的学科，没有人能够完全掌握它。一个人只可能探索并发现其中一条单独的小径。本书就是提供了这样一条小径，带领我们去领略不同的时代与文化，以及多少世纪以来激发了数学家兴趣的那些思想。

数学是一门既古老又现代的学科，它是受广泛的文化及政治影响而逐步建立起来的。我们现代的数字系统来自于印度和阿拉伯，然而它也是随历史长河不断调节变更的结果。公元前二、三世纪巴比伦人使用的“60进制”，在当今文化中仍然有迹可寻——1分钟有60秒，1小时有60分钟；直角仍是90度，而并不是100度[①]（法国大革命时期，向十进制转换时所采纳的第一个改动）。

现代科学技术的成就与成功都与数学密不可分，若你宣称在学生时代没有学好数学，这就是件丢脸的事。当然，学校所教授的数学显然不太一样，教学总是有应试教育的成分。学校在教学进度上的压力也不是什么好事，因为对于数学这门学科，求快是没有任何好处的。人们需要时间去真正了解那些思想。有些最伟大的数学家们是经历了漫长而痛苦的挣扎过程，才最终理解了他们课题中那些深奥难懂的概念。

读这本书不必着急。它需要在悠闲的时候细细品味。你可以充分利用好你的时间去发现那些你所听过的概念的真正意义。只要愿意，你可以从“零”或者任何其他章节开始，在这些数学思想的岛屿间尽情游览。比如，你可以对博弈论充分了解后，再去阅读幻方。或者，你也可以从黄金矩形看到著名的费马大定理，或者选择任何其他的路径。

对于数学而言，这是一个让人兴奋的时代。一些主要数学问题在最近一些年中被解决。现代计算技术的发展对其中一些起了重要作用，而对另外一些可能起到的作用微乎其微。四色问题是通过一台计算机的帮助解决的，然而黎曼猜想（本书的最后一章）仍然是未解之谜，计算机和其他任

---

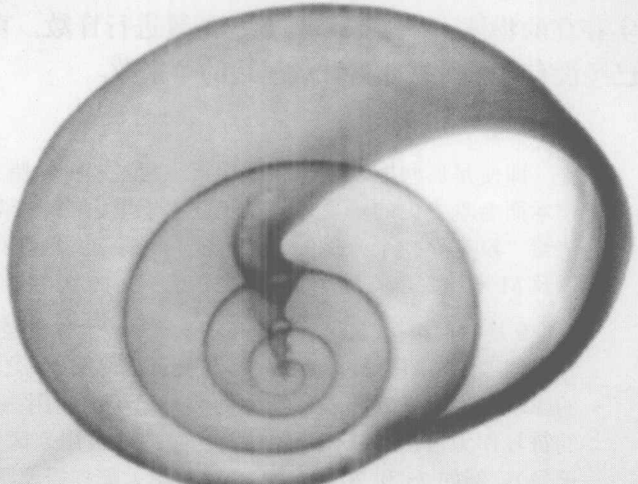
① grad，百分度，等于9/10度。——编者注

何方法对此都无能为力。

数学是属于所有人的，数独的流行就是一个很好的例证，人们可以在不了解数学的情况下研究数学，并且享受数学。在数学领域，就像在艺术或音乐领域一样，从来不乏天才，但是数学的历史绝不仅仅属于他们。你可以看到在一些章节中出现的人物在另外一些章节中再次露面。伦纳德·欧拉（2007 年是他诞辰 300 周年）就将在这本书中频繁出现。但是，数学真正的进步却要归功于几百年来平凡的“大众”所积累下的工作。对于这 50 个主题的选择完全是出于我个人意愿，当然，我努力做到不偏不倚。这其中的主题涉及日常的和高深的，纯理论的和应用的，抽象的和具体的，古代的和当代的。数学是一门综合性的学科，写这本书的难度不在于如何挑选主题，而是如何舍弃一些主题。其实，完全可以挑出 500 个思想，但是，对于开启你的数学生涯来说，50 个已经足够了。

目 录

01 零 2
02 数字系统 6
03 分数 10
04 平方和平方根 14
05 π 18
06 e 22
07 无穷大 26
08 虚数 30
09 质数 34
10 完全数 38
11 斐波那契数列 42
12 黄金矩形 46
13 帕斯卡三角 50
14 代数 54
15 欧几里得算法 58
16 逻辑 62
17 证明 66
18 集合 70
19 微积分 74
20 作图 78
21 三角形 82
22 曲线 86
23 拓扑 90
24 维 94
25 分形理论 98
26 混沌 102
27 平行公设 106
28 离散几何 110
29 图论 114
30 四色问题 118
31 概率 122
32 贝叶斯定理 126
33 生日问题 130
34 分布 134
35 正态曲线 138
36 连接数据 142
37 遗传学 146
38 群 150
39 矩阵 154
40 编码 158
41 高级计数 162
42 幻方 166
43 拉丁方阵 170
44 金钱数学 174
45 饮食问题 178
46 旅行推销员 182
47 博弈论 186
48 相对论 190
49 费马大定理 194
50 黎曼猜想 198
术语表 203



你不可不知的50个数学知识

01 零

在很早的时候，我们是以一种不稳定的方式进入数字之岛的。我们以为“1”是“数字字符表”的开始，并且它进一步引出了2，3，4，5等其他数字。这些数字的作用是，对那些真实存在的物体，如苹果、香蕉、梨等进行计数。直到后来，我们才学会，当盒子里边已经没有苹果时，如何计数里边的苹果数。

即使是那些推动科学和数学突飞猛进的古希腊人，以及因精湛的工程技术而名垂青史的罗马人，对于空盒子里边的苹果数也无能为力。他们无法给“没有”找个合适的名字，罗马人通过组合使用 I，V，X，L，C，D 以及 M 来计数，但是 0 在哪里呢？他们无法对“没有”计数。

0 是如何被接受的 使用符号表示“虚无”已经有了几千年的历史。玛雅文明（如今的墨西哥）已经以各种形式使用 0。之后不久，受巴比伦文化的影响，天文学家托勒密在他的数字系统中使用一种类似于我们今天的 0 的符号作为占位符。作为占位符，这些 0 被用来区分不同的例子（当代的记号），例如 75 和 705，而不像巴比伦人那样需要根据上下文关系来辨别。这就像语言中引入“逗号”一样——二者都是为了帮助人们正确地理解原意。但是，就像逗号的使用需要一系列的规则，0 的使用同样需要一些规则。

在 7 世纪，印度数学家婆罗摩笈多（Brahmagupta）将 0 作为一个“数字”对待，而不仅仅是一个占位符，并且建立了一套使用规则。这些规则包括“正数和零相加的结果仍为正数”及“零和零相加仍得零”。在认为零

大事年表

公元前 700 年

巴比伦人在他们的数字系统中使用零作为占位符

公元 628 年

婆罗摩笈多使用了零，并制定了与其他数字的运算法则

是数字而不是占位符这一点上，他确实有了很大的进步。包含了 0 的印度-阿拉伯数字系统最早是由比萨的列奥纳多（即斐波那契）于 1202 年在他的 *Liber Abaci*（《计算之书》）中发表的，随后在西方推广开来，在北非得到发展，并在印度-阿拉伯用于四则运算的教学中，他认识到了将 0 与印度符号 1、2、3、4、5、6、7、8 和 9 组合运用的力量。

零进入数字系统也带来了一个问题，这个问题婆罗摩笈多曾简要提出过：究竟如何对待这个“闯入者”？他仅仅是开了个头，但是他的说法太含糊了。如何以一种更为精确的方式将零融入到现有的算术系统中呢？显然需要作一些调整。对于加法和乘法来说，0 的加入很容易，但是减法和除法操作对这个“外来者”似乎并不那么友好。需要有一些方法保证 0 和已被接受的算术相协调。

零如何工作 添加和增加零的结果是一目了然且毫无异议的——你可以在 10 后边加一个 0 得到 100——但是我们指的“加”是一种更加严谨的算术运算。一个数和零相加结果还是这个数，而任何数和 0 相乘的结果都得 0。例如，$7+0=7$，$7\times0=0$。减法也是一个简单的运算，不过可能会得到负数。$7-0=7$，$0-7=-7$，但是和 0 相除却有很大难度。

设想用一把尺来测量一个长度。假定这把尺的长度为 7 个单位。我们想要知道对于要测的长度，需要排列多少把这样的量尺。如果这个被测长度是 28 个单位，那么答案将是$28\div7=4$。除法的另一个更好的表示方法是

$$\frac{28}{7}=4$$

然后，我们可以通过交叉相乘法将上式写为乘法形式，$28=7\times4$。那么，将 0 除以 7 会得到什么呢？我们假设结果是 a，则有

$$\frac{0}{7}=a$$

830 年

摩诃毗罗（Mahavira）设想了 0 和其他数字是如何相互作用的

1100 年

巴斯卡拉（Bhaskara）在代数中将 0 用作一个符号，并尝试演示它是如何运算的

1202 年

斐波那契（Fibonacci）在印度-阿拉伯数字系统 1，…，9 中加入了一个额外的符号 0，但是认为它和其他数字的地位并不等同

通过交叉相乘法，该式等价于$0=7\times a$。如果该式成立，那么a唯一的可能就是 0 本身，因为如果两数相乘的结果为 0，那么其中必有一数为 0。这个数显然不是 7，所以a必须是 0。

对 0 来说这并不是最主要的难题，最危险的事情是将 0 作为除数。如果我们用处理$\frac{0}{7}$的方式处理$\frac{7}{0}$，我们将得到如下等式

$$\frac{7}{0}=b$$

通过交叉相乘法得到$0\times b=7$，最终我们将得到一个毫无意义的等式$0=7$。如果允许$\frac{7}{0}$的结果作为一个数字存在，那我们很可能面临一场数字灾难。避免这个问题的方法是将$\frac{7}{0}$看作是未定义的。如果用 0 除 7（或者其他任何非 0 的数），我们认为得到的是毫无意义的结果，因此我们不允许这种运算的发生。这就好比不允许在一个英文单词的中间加入逗号，因为结果是毫无意义的。

在 12 世纪，印度数学家巴斯卡拉沿着婆罗摩笈多的脚步继续考虑将 0 作除数这件事情，他建议这个结果应该是无穷大的。这是合理的，因为如果将一个数除以一个很小的数，其结果是非常大的。例如，7 除以$\frac{1}{10}$得 70，而除以$\frac{1}{100}$得 700。分母越小，结果越大。当分母小到最小时，也就是小到 0 时，那么结果将会是无穷大。如果接受这种解释，那么我们将需要解释一个更加奇异的概念——无穷大。和无穷大纠缠下去是无济于事的。无穷大（其数学标准符号为∞）并不遵循通常的算术规则，它也不是一个通常意义下的数字。

如果说$\frac{7}{0}$提出了一个难题，那么该如何处理更奇怪的$\frac{0}{0}$呢？如果$\frac{0}{0}=C$，通过交叉相乘可以得到等式$0=0\times c$，也就是$0=0$。虽然这个结果并不是很有启发性，但不再是没有意义的了。事实上，c可以是**任何数字**，这个结果是有可能的。我们得到的结论是$\frac{0}{0}$可以是任何数。用数学界文雅的方式来说，结果是“模糊的”。

0 有什么用 没有 0 将万事难行。科学的进步都依靠它。我们常谈论 0 度经线，温度标尺上的 0℃，以及类似的 0 能量、0 重力等。这种思想同样进入了非科学的语言里，例如零时（发动进攻等的时刻）、零容忍（指对轻微过失都不予放过的严厉执法政策）。

> **所有关于 0 的**
>
> 0 和正数相加结果为正
>
> 0 和负数相加结果为负
>
> 正数和负数相加的结果是数值之间的差异；如果它们相同的话，结果为 0
>
> 0 被正数或负数除结果仍为 0，或者可以表示为 0 为分子，有限的数为分母的分数
>
> **婆罗摩笈多，公元 628 年**

不过它还有更多的用途。如果你从纽约的第五大道走进帝国大厦，你所在的华丽门厅是大厦第 1 层。这里实际上利用了数字来排序，1 表示“第一”，2 表示“第二”等，直到 102 代表“第一百零二”。在欧洲确实存在第 0 层，只是大家不愿意这么叫。

没有 0 就不成数学。它处在数学概念的最核心位置，使得数字系统、代数、几何得以成立。在数字序列中，0 将正数和负数区分开来，因此占据了一个享有特权的位置。在十进制系统中，0 作为占位符，使我们既可以使用很大的数，也可以使用很精微的数字。

经过了数百年的研究历程，0 已经被接受和使用，成为了人类最伟大的发明之一。19 世纪，美国数学家 G.B. Halsted 改编了莎士比亚的《仲夏夜之梦》里的名言来描述它，称它是推动进步的发动机，不仅赋予了“虚无缥缈，落脚的场所、名字、图形和符号，而且赋予它有益的力量，这正是印度民族自出现以来所表现的特征”。

当 0 被引入时，必然会被认为是非常怪诞的。但是数学家们习惯于紧紧抓牢这些看似奇怪，而后又被证明十分有用的概念。在今天，相同的事情发生在集合论里（集合的概念是一组元素的聚集）。在这个理论中，∅ 代表集合中没有任何元素，称为“空集”。虽然看起来也是一个十分奇怪的思想，但是就像 0 一样，它是不可或缺的。

凝聚思想

不存在也是一种存在

02 数字系统

数字系统是一种处理“多少”的方法。不同的文化在不同的时代采用了各种不同的方法，从基本的“1，2，3，很多”延伸到我们今天所使用的高度复杂的十进制表示方法。

大约 4 000 年前，苏美尔人和巴比伦人（居住于今天的叙利亚、约旦以及伊拉克）在他们的日常生活中使用了一种位值制。我们之所以称其为位值制，是因为它通过符号的位置表示“数字”。而且，他们使用 60 作为基本单位——也就是我们今天所谓的“60 进制”系统。“60 进制”在如今仍随处可见：1 分钟有 60 秒，1 小时有 60 分钟。当测量角度时，我们仍将整个圆周定义为 360 度，尽管我们曾尝试过将其定义为 400 度的测量系统（这样，每个直角将对应 100 度）。

尽管我们的祖先使用数字主要是出于实用需求，但是有些证据可以表明这些早期文化是由数学本身所激发的，祖先们会抛开生活中的实际事物，拿出时间来专门探索这些文化。这些成果包括我们今天所谓的“代数学”以及几何图形的性质。

公元前 13 世纪开始的埃及系统是一种使用象形符号表示的十进制系统。特别是，埃及人发明了一种处理分数的系统。但是，我们今天使用的十进制位值制其实是来自于巴比伦人，其后被印度人改进。它的优势在于它可以同时表示非常小和非常大的数。由于仅仅使用印度-阿拉伯数字 1，2，3，4，5，6，7，8 和 9，运算也会相对简单。要验证这一点，让我们来看一下罗马数字系统。这个系统也可以满足人们的需求，但是只有专家才能够用它进行计算。

大事年表

公元前 30 000 年	公元前 2000 年
旧石器时代的欧洲人在骨头上刻下数字记号	巴比伦人用符号表示数字

罗马数字系统 罗马人所使用的基本符号是“个，十，百，千”（*I, X, C, M*）和它们的“半分数”（*V, L, D*）。这些符号可以组合出其他数字。有人猜想使用 *I*，*II*，*III* 和 *IIII* 的原因，是它们和我们的手指比较像，而 *V* 则比较像手掌的形状，将它颠倒后再与另一个 *V* 合起来形成了 *X*，就得到了两只手或者说 10 个手指。*C* 来自于 centum 而 *M* 来自于 mille，（这两个词在拉丁文中分别代表一百和一千）。另外，罗马人也用 *S* 代表“一半”，同时使用了一个十二进制的分数系统。

罗马数字系统

罗马帝国时期	中世纪时期增补
S 一半	
I 一	
V 五	$\overline{V}$ 五千
X 十	$\overline{X}$ 一万
L 五十	$\overline{L}$ 五万
C 百	$\overline{C}$ 十万
D 五百	$\overline{D}$ 五十万
M 千	$\overline{M}$ 一百万

罗马数字系统利用了“在前以及在后”的方法来产生所需要的符号，但是可以看到这种方法并未被全部采用。古罗马人用 *IIII* 这种写法，而 *IV* 则在后来才被引入的。*IX* 的组合方式似乎已经被广泛使用，但是罗马人会将 *SIX* 理解为 $8\frac{1}{2}$！右图是罗马数字系统中使用的基本数字，包括中世纪时期的一些增补。

处理罗马数字可不是件容易的事。例如，*MMMCD- XLIIII* 的意思只有在心里为它加上括号才能变得明晰。将其看作（*MMM*）（*CD*）（*XL*）（*IIII*）后，才能读出 3 000+400+40+4=3 444。但是，如果尝试将 *MMMCDXLIIII* 和 *CCCXCIIII* 相加，一个技能熟练的罗马人可能有一些快速计算的捷径和技巧，但对于我们来说，如果不将两个数首先转换到十进制系统，再把相加的结果换算回罗马数字表示，就很难得到正确结果：

相加

3 444	→	*MMMCDXLIIII*
+ 394	→	*CCCXCIIII*
=3 838	→	*MMMDCCCXXXVIII*

在这个基本的系统中，两个数字的相乘更加困难，也许连罗马人对此也束手无策！要计算 3 444×394，我们需要使用那些中世纪时期增补的数字。

公元 600 年

我们现在所使用的十进制表示法起源于印度

1200 年

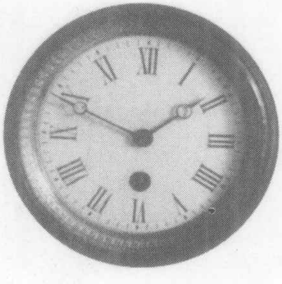
印度–阿拉伯数字系统 1…9 以及 0 得到广泛传播

1600 年

十进制系统的符号拥有了我们今天可以辨识的形式

相乘

$$\begin{array}{rcr} 3444 & \rightarrow & MMMCDXLIIII \\ \times\ 394 & \rightarrow & CCCXCIIII \\ \hline =1\,356\,936 & \rightarrow & \overline{MCCCLV}MCMXXXVI \end{array}$$


路易十四时钟

罗马人并没有表示 0 的特殊符号。如果你让一个素食主义的罗马市民记录当天喝下多少瓶酒，他可能会写下 *III*，但是如果你让他写下吃了多少只鸡，他却写不出 0 来。如今罗马数字仍然被一些书籍用来作为页数标记（虽然不是本书），而且在一些建筑物的奠基石上也可以看到它们的踪影。罗马人从来不使用的数字组合，例如用 *MCM* 代表 1900，由于风格原因却被现代所采用。其实，罗马人会写为 *MDCCCC*。法国国王路易十四，如今被普遍写为路易 *XIV*，实际上他更希望别人称他路易 *XIIII*。而且他还定下了规则，要求他的时钟的 4 点钟要记为 *IIII* 点钟。

十进制数字 我们自然而然地是以十进制数来定义“数字”的。十进制系统以 10 为基，使用数字 0，1，2，3，4，5，6，7，8 和 9。事实上，它是以“几十”和“个位数”为基的，但是个位数可以融入到“10 位数”的表示中。当我们写下数字 394，在十进制的意义上，我们可以将其解释为由 3 个百、9 个十和 4 个一组成，这可以写为

$$\mathbf{394}=\mathbf{3}\times100+\mathbf{9}\times10+\mathbf{4}\times1$$

该式同样可以写为 10 的“幂”的形式（或者说“指数”形式）

$$\mathbf{394}=\mathbf{3}\times10^2+\mathbf{9}\times10^1+\mathbf{4}\times10^0$$

其中 $10^2=10\times10$，$10^1=10$，并且我们认为 $10^0=1$。在这种表达式中，我们可以更清楚地看到我们日常所使用的数字系统中的十进制基数，这个系统使得乘法和加法变得十分清晰。

十进制的小数点 迄今为止，我们已经看过了如何表示整数。但是这个十进制系统可以用来表示一个数的一部分吗，比如 $\frac{572}{1\,000}$？这意味着

$$\frac{572}{1\,000}=\frac{5}{10}+\frac{7}{100}+\frac{2}{1\,000}$$

我们可以将 10，100，1 000 的“倒数”看作是 10 的**负幂**，所以

$$\frac{572}{1\,000}=5\times10^{-1}+7\times10^{-2}+2\times10^{-3}$$

或者可以直接写为 **0.572**，小数点表明了 10 的负幂的起始位置。如果将这一项加到十进制数 394 上，我们便得到了一个十进制数扩展形式 $394\frac{572}{1000}$，简写为 **394.572**。

对于那些非常大的数，十进制表示可能会非常冗长，这种情况下，我们可以使用“科学计数法”。例如，1 356 936 892 可以写为 $1.356\,936\,892\times10^{9}$（在计算器或电脑上经常写为 1.356 936 892×10E9 ）。可以看到，幂 9 比原数的位宽小 1，E 代表“exponential”（指数）。有些时候我们仍需要用到较大的数字，例如，我们会谈论到宇宙中已知的所有氢原子数，大约是 1.7×10^{77}。同样地，拥有负幂数的 1.7×10^{-77} 是一个非常小的数，但是也可以很容易地用科学计数法处理。如果使用罗马字符，我们连想都不敢想这些数字。

零和一 尽管十进制是日常生活中普遍存在的进制，但是一些应用还是需要用到其他进制。以 2 为基的二进制系统便是现代计算机的基础。二进制的美在于所有的数字都可以用 0 和 1 两个符号表示。但是，由此带来的代价便是数字的表达式可能会变得非常长。

在二进制系统中如何表示 394 呢？这次我们将借助 2 的幂。经过一些运算，我们可以得到它的展开式

$$\mathbf{394}=\mathbf{1}\times256+\mathbf{1}\times128+\mathbf{0}\times64+\mathbf{0}\times32+\mathbf{0}\times16+\mathbf{1}\times8+\mathbf{0}\times4+\mathbf{1}\times2+\mathbf{0}\times1$$

通过读出上式的 0 和 1，**394** 的二进制表示为 110001010。

由于二进制的表示可能非常冗长，所以还有一些基数在计算中会被经常用到。其中包括八进制和十六进制。在八进制中，我们仅仅需要数字 0，1，2，3，4，5，6，7；同理，十六进制会用到 16 个符号，即使用 0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，A，B，C，D，E，F。10 对应符号 A，**394** 在十六进制中表示为 18A。这和我们心里所牢记的，ABC 在十进制中对应 2 748 一样简单。

2 的幂	十进制
2^0	1
2^1	2
2^2	4
2^3	8
2^4	16
2^5	32
2^6	64
2^7	128
2^8	256
2^9	512
2^{10}	1 024

凝聚思想

将数字写下来