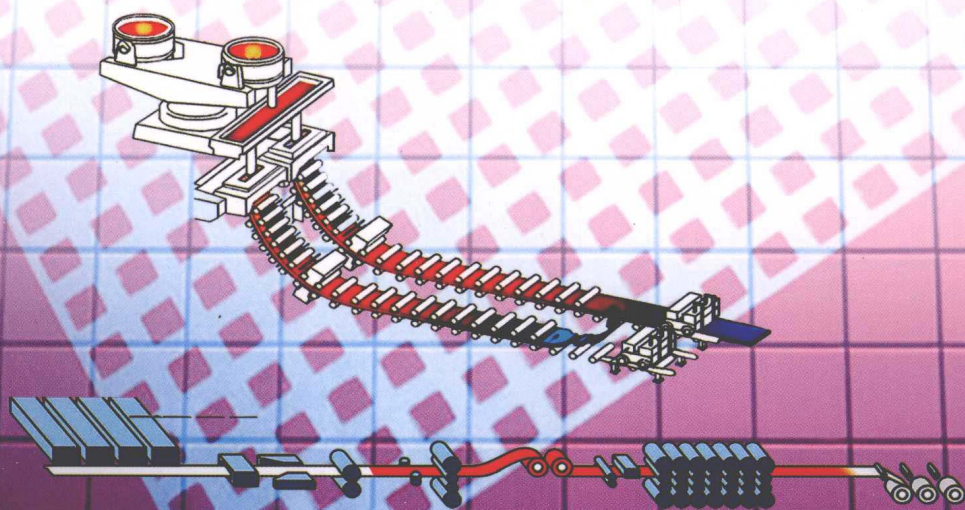


# 连铸及连轧工艺 过程中的传热分析

孙蓟泉 等编著



冶金工业出版社  
Metallurgical Industry Press

# 连铸及连轧工艺过程中的传热分析

孙蓟泉 等编著

北 京

冶金工业出版社

2010

## 内 容 简 介

本书针对连铸、热连轧工艺的特点,系统地阐述温度在连铸、热连轧工艺过程中的作用。除阐述热量传递的规律及分析方法的共性知识外,重点介绍钢水在结晶器凝固、连铸坯在二冷区传热、钢坯在热炉内的加热过程、炉内的热交换分析和钢坯的温度场计算;钢坯在传输过程、轧制过程中的几种热交换类型,以及各工序的热交换系数的确定、轧件的热量损失、温度变化,热轧带钢终轧温度、卷取温度控制目的及方法;中间坯在热卷箱内的温度数学模型及热卷箱内温度场的计算与分析。

本书可供从事轧钢专业的工程技术人员以及相关专业的本科生和研究生学习和参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

连铸及连轧工艺过程中的传热分析/孙蓓泉等编著.

—北京:冶金工业出版社,2010.1

ISBN 978-7-5024-5138-7

I. ①连… II. ①孙… III. ①连续铸钢—传热学  
②连续轧制—传热学 IV. ①TF777 ②TG335.13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 007300 号

出 版 人 曹胜利

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 postmaster@cnmip.com.cn

责任编辑 刘小峰 尚海霞 美术编辑 张媛媛 版式设计 张 青

责任校对 侯 璐 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-5138-7

北京印刷一厂印刷;冶金工业出版社发行;各地新华书店经销

2010 年 1 月第 1 版,2010 年 1 月第 1 次印刷

787 mm × 1092 mm 1/16;12.25 印张;291 千字;182 页;1-2000 册

36.00 元

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100711) 电话:(010)65289081

(本书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

## 冶金工业出版社部分图书推荐

| 书 名                 | 定价(元)  |
|---------------------|--------|
| 传热学                 | 20.00  |
| 连铸结晶器               | 69.00  |
| 薄板坯连铸连轧微合金化技术       | 58.00  |
| 薄板坯连铸连轧钢的组织性能控制     | 79.00  |
| 薄板坯连铸连轧(第2版)        | 45.00  |
| 薄板坯连铸连轧工艺技术实践       | 56.00  |
| 连铸连轧理论与实践           | 32.00  |
| 常规板坯连铸技术            | 20.00  |
| 近终形连铸技术             | 16.00  |
| 现代电炉—薄板坯连铸连轧        | 98.00  |
| 连铸坯在线大侧压调宽技术及其应用    | 28.00  |
| 实用连铸冶金技术            | 35.00  |
| 板带材生产工艺及设备          | 35.00  |
| 炉外精炼及铁水预处理实用技术手册    | 146.00 |
| 连铸及炉外精炼自动化技术        | 52.00  |
| 高精度板带材轧制理论与实践       | 70.00  |
| 实用轧钢技术手册            | 55.00  |
| 轧钢机械                | 49.00  |
| 轧钢工艺学               | 58.00  |
| 轧钢车间机械设备            | 32.00  |
| 轧钢机械设备              | 45.00  |
| 轧钢机械设计              | 56.00  |
| 轧钢设备维护与检修           | 28.00  |
| 压力加工设备              | 29.00  |
| 金属塑性成形力学            | 26.00  |
| 洁净钢——洁净钢生产工艺技术      | 65.00  |
| 洁净钢生产的中间包技术         | 39.00  |
| 超细晶钢——钢的组织细化理论与控制技术 | 188.00 |
| 汉英英汉连续铸钢词典          | 65.00  |
| 现代连续铸钢实用手册          | 248.00 |

# 前 言

随着汽车、家电、造船、军工等行业的迅速发展,高性能、高质量的板带产品的需求量与日俱增,板带比已经成为衡量一个国家钢铁工业水平的重要标志。我国已经建成了多条连铸、热连轧生产线,粗钢产量早已成为世界第一,但产品质量与发达国家相比还存在较大的差距,很多高品质的精品钢材还需要进口。究其原因,主要是因为我国虽然引进了先进的设备,但还没有掌握其核心的关键技术。因此,我国要提高钢铁工业的国际竞争力,必须要开发出具有自主知识产权的核心技术,而温度控制技术是连铸、热连轧工艺的灵魂。本书是在完成“十一五”国家科技支撑计划课题“炼钢轧钢区段综合节能与环保技术”的基础上,总结近年来在热连轧领域的一些科研成果编著而成,希望对从事热连轧工作的技术人员及大专院校师生有所帮助,希望对提高我国热连轧工业的总体水平做出贡献。

在钢的连铸、热轧过程中,温度是一个非常重要的物理量。在连铸方面,温度直接决定连铸坯的凝固速度和铸坯质量。在热轧方面,一方面,温度通过影响变形抗力来影响轧件变形、尺寸精度,以及轧制力、轧制力矩等参数;另一方面,温度通过影响金属微观组织变化,决定最终产品的组织和性能。虽然连铸、热连轧生产线上设有一系列测温点,所能测到的仅是轧件表面温度,许多测量点由于表面氧化铁皮影响或是表面温度过低以及轧件厚度过大、内部温度不均等原因,无法测量到轧件的真正温度。而准确地计算轧件在热轧过程及中间坯在热卷箱内部的温度场,对优化生产工艺参数,提高最终产品的质量和节能降耗都具有重要的意义。

本书主要由北京科技大学孙蓟泉、赵爱民编著,赵征志、苏岚、陈银莉、崔衡也参加了部分章节的编写与修改工作。在本书的编写过程及所从事的相关科研工作中,得到了唐荻教授、包燕平教授和米振莉副教授的大力支持和帮助,同时也得到了首钢技术研究院的朱国森博士、李飞博士的支持和帮助,在此一并表示感谢。

由于作者水平所限,书中难免有不足之处,恳请读者批评指正。

作 者  
2009 年 11 月

# 目 录

## 第一篇 传热学基础

|                                          |    |
|------------------------------------------|----|
| 1 概述 .....                               | 1  |
| 1.1 热量传递的三种基本方式 .....                    | 1  |
| 1.1.1 热传导 .....                          | 1  |
| 1.1.2 热对流 .....                          | 1  |
| 1.1.3 热辐射 .....                          | 2  |
| 1.2 总传热过程 .....                          | 2  |
| 2 导热基本定律和稳态导热 .....                      | 3  |
| 2.1 导热基本定律和热导率 .....                     | 3  |
| 2.1.1 温度场和温度梯度 .....                     | 3  |
| 2.1.2 导热基本定律 .....                       | 4  |
| 2.1.3 热导率 .....                          | 4  |
| 2.2 导热微分方程和定解条件 .....                    | 5  |
| 2.2.1 导热微分方程 .....                       | 5  |
| 2.2.2 导热过程的定解条件 .....                    | 7  |
| 2.3 一维稳态导热 .....                         | 8  |
| 2.3.1 通过平壁的导热 .....                      | 9  |
| 2.3.2 通过圆筒壁的导热 .....                     | 11 |
| 2.3.3 变热导率 .....                         | 13 |
| 2.4 接触热阻简介 .....                         | 14 |
| 3 非稳态导热 .....                            | 15 |
| 3.1 非稳态导热过程的特点 .....                     | 15 |
| 3.2 集总参数法 .....                          | 16 |
| 3.3 内部热阻不可忽略的物体在第三类边界条件下的非稳态导热和诺谟图 ..... | 18 |
| 3.3.1 无限大平壁的分析解和诺谟图 .....                | 18 |
| 3.3.2 无限长圆柱体的诺谟图 .....                   | 21 |
| 3.3.3 二维和三维非稳态导热 .....                   | 23 |
| 4 导热问题数值解法 .....                         | 25 |
| 4.1 离散化和差商 .....                         | 25 |
| 4.2 稳态导热问题的数值计算 .....                    | 27 |
| 4.2.1 内部节点的有限差分方程 .....                  | 27 |

|       |                  |    |
|-------|------------------|----|
| 4.2.2 | 边界节点的有限差分方程      | 28 |
| 4.2.3 | 节点差分方程组的求解       | 31 |
| 4.3   | 非稳态导热问题的数值计算     | 32 |
| 4.3.1 | 内部节点的显示差分方程      | 32 |
| 4.3.2 | 边界节点的显示差分方程      | 32 |
| 4.3.3 | 显式差分格式的不稳定性      | 35 |
| 4.3.4 | 节点方程组求解          | 35 |
| 4.4   | 有限单元法            | 35 |
| 4.4.1 | 单元划分和温度场的离散      | 35 |
| 4.4.2 | 有限单元的总合成         | 37 |
| 4.4.3 | 不稳定温度场的总合成       | 39 |
| 4.4.4 | 无内热源平面稳定温度场计算举例  | 40 |
| 5     | 对流传热             | 45 |
| 5.1   | 对流传热概述           | 45 |
| 5.1.1 | 牛顿冷却公式           | 45 |
| 5.1.2 | 影响对流传热系数 $h$ 的因素 | 45 |
| 5.2   | 边界层理论简介          | 46 |
| 5.2.1 | 流动边界层和热边界层       | 46 |
| 5.2.2 | 边界层对流传热微分方程组     | 48 |
| 5.3   | 相似原理在对流传热中的应用    | 50 |
| 5.3.1 | 相似原理简介           | 50 |
| 5.3.2 | 特征数实验关联式的确定和选用   | 51 |
| 5.3.3 | 对流传热特征数关联式的正确选用  | 53 |
| 5.4   | 单相流体对流传热特征数关联式   | 54 |
| 5.4.1 | 管内强迫对流传热         | 54 |
| 5.4.2 | 外掠物体时的强迫对流传热     | 56 |
| 5.4.3 | 自然对流时的换热         | 58 |
| 6     | 辐射传热             | 60 |
| 6.1   | 热辐射的基本概念         | 60 |
| 6.1.1 | 热辐射的本质           | 60 |
| 6.1.2 | 物体对热辐射的吸收、反射和透过  | 60 |
| 6.2   | 热辐射的基本定律         | 61 |
| 6.2.1 | 普朗克定律            | 61 |
| 6.2.2 | 斯忒藩-玻耳兹曼定律       | 62 |
| 6.2.3 | 兰贝特定律            | 63 |
| 6.2.4 | 克希荷夫定律           | 64 |
| 6.3   | 物体表面间的辐射换热       | 64 |
| 6.3.1 | 两平面组成的封闭体系的辐射换热  | 64 |
| 6.3.2 | 角度系数             | 66 |

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 6.3.3 两个任意表面组成的封闭体系的辐射换热 | 68 |
| 6.3.4 有隔热板时的辐射换热         | 68 |
| 6.4 气体辐射                 | 69 |
| 6.4.1 气体辐射的特点            | 69 |
| 6.4.2 气体的黑度              | 70 |
| 6.4.3 气体和通道壁的辐射换热        | 72 |
| 6.4.4 火焰的辐射              | 72 |

## 第二篇 连铸过程中的热交换

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| 7 连铸工艺中的热交换                    | 74 |
| 7.1 连铸机热平衡                     | 74 |
| 7.1.1 连铸凝固传热的过程及特点             | 74 |
| 7.1.2 传热量                      | 75 |
| 7.1.3 连铸凝固传热特点                 | 77 |
| 7.2 凝固潜热                       | 78 |
| 7.2.1 凝固潜热的处理                  | 78 |
| 7.2.2 温度补偿法                    | 78 |
| 7.2.3 等效比热法                    | 79 |
| 7.2.4 热焓法                      | 79 |
| 8 结晶器中的热交换                     | 80 |
| 8.1 钢水在结晶器内的凝固与传热              | 80 |
| 8.1.1 钢水在结晶器内的凝固过程             | 80 |
| 8.1.2 结晶器内的传热过程                | 80 |
| 8.2 结晶器内传热模型的建立                | 81 |
| 8.2.1 垂直方向散热                   | 82 |
| 8.2.2 水平方向散热                   | 82 |
| 8.3 结晶器传热量的计算                  | 83 |
| 8.3.1 铸坯液芯与坯壳间的传热              | 83 |
| 8.3.2 坯壳与结晶器间的传热               | 84 |
| 8.3.3 结晶器铜壁与水之间的传热             | 85 |
| 8.4 结晶器冷却强度与坯壳厚度的关系            | 86 |
| 8.4.1 结晶器内的热平衡                 | 87 |
| 8.4.2 对流换热系数 $h_i$ 与 $h_w$ 的确定 | 88 |
| 8.4.3 计算实例                     | 89 |
| 9 二冷区的热交换                      | 91 |
| 9.1 二冷区热平衡                     | 91 |
| 9.1.1 二冷区传热                    | 91 |
| 9.1.2 喷雾水滴与铸坯的热交换              | 91 |

|        |               |     |
|--------|---------------|-----|
| 9.1.3  | 二次冷却水制定原则     | 94  |
| 9.1.4  | 喷淋水滴速度和喷嘴压力   | 96  |
| 9.2    | 连铸机辊子与铸坯传热的研究 | 97  |
| 9.2.1  | 实测温度          | 97  |
| 9.2.2  | 辊子的热载荷        | 98  |
| 9.2.3  | 辊子的热平衡        | 100 |
| 9.2.4  | 计算实例          | 101 |
| 10     | 连铸坯温度场计算实例    | 104 |
| 10.1   | 实际计算工况        | 104 |
| 10.2   | 数学模型的描述       | 104 |
| 10.2.1 | 导热微分方程        | 104 |
| 10.2.2 | 初始条件及边界条件的确定  | 105 |
| 10.2.3 | 物性参数的确定       | 107 |
| 10.3   | 有限元计算结果       | 108 |
| 10.3.1 | 有限元网格的划分      | 108 |
| 10.3.2 | 铸坯在结晶器中温降情况   | 108 |
| 10.3.3 | 铸坯出二冷区的温度分布情况 | 110 |
| 10.3.4 | 实测值与模拟值的比较分析  | 111 |
| 10.3.5 | 铸坯的三维温度场分布云图  | 111 |

### 第三篇 热轧过程中热量传递

|        |               |     |
|--------|---------------|-----|
| 11     | 加热炉内热量传递      | 113 |
| 11.1   | 钢坯的加热过程       | 113 |
| 11.2   | 钢坯的加热工艺制度     | 113 |
| 11.2.1 | 钢坯的加热温度与速度    | 113 |
| 11.2.2 | 钢坯的加热制度与时间    | 115 |
| 11.3   | 炉内的热交换分析      | 119 |
| 11.3.1 | 炉膛内部传热分析      | 119 |
| 11.3.2 | 炉子的热平衡        | 121 |
| 11.3.3 | 热平衡方程和热平衡表    | 123 |
| 11.4   | 钢坯的温度场计算      | 123 |
| 11.4.1 | 预热段           | 124 |
| 11.4.2 | 加热段           | 125 |
| 11.4.3 | 均热段           | 127 |
| 12     | 钢坯在传输过程中的基本传热 | 129 |
| 12.1   | 高压水除鳞与钢坯的对流传热 | 129 |
| 12.1.1 | 一次高压水除鳞       | 129 |
| 12.1.2 | 低压喷水冷却        | 130 |

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| 12.2 钢坯及中间坯的辐射传热        | 131 |
| 12.2.1 钢坯在辊道上传送时的传热     | 131 |
| 12.2.2 热流量的计算           | 133 |
| 12.2.3 保温罩的热传递          | 133 |
| 13 热卷箱内温度变化研究           | 135 |
| 13.1 热卷箱内温度变化数学模型       | 135 |
| 13.1.1 钢卷导热微分方程的描述      | 135 |
| 13.1.2 初始条件及边界条件的确定     | 136 |
| 13.1.3 材料的热物理参数及其他相关参数  | 137 |
| 13.2 模拟计算中关键问题的处理       | 137 |
| 13.2.1 计算模型的确定          | 138 |
| 13.2.2 模拟过程参数选择         | 139 |
| 13.2.3 数值模拟方案的确定        | 140 |
| 13.3 热卷箱内温度场的模拟计算结果与分析  | 141 |
| 13.3.1 计算条件的确定          | 141 |
| 13.3.2 影响热卷箱内中间坯温度的主要因素 | 147 |
| 13.4 现场实际问题分析           | 149 |
| 14 轧制过程中的传热             | 151 |
| 14.1 粗轧过程中温降及热量损失       | 151 |
| 14.1.1 轧件的温降            | 151 |
| 14.1.2 轧件的温升            | 152 |
| 14.2 精轧过程中温降及热量损失       | 154 |
| 14.2.1 精轧过程热量传递特点       | 154 |
| 14.2.2 带钢在精轧机组中的温降方程    | 154 |
| 14.3 热轧过程温降计算实例         | 156 |
| 14.3.1 整个轧制过程中的温降       | 157 |
| 14.3.2 成品厚度对轧件温度的影响     | 157 |
| 14.3.3 一次高压水除鳞引起的温降     | 159 |
| 14.3.4 粗轧段温降            | 160 |
| 14.3.5 二次除鳞温降           | 161 |
| 14.3.6 精轧段温降            | 161 |
| 14.3.7 轧制速度对精轧温降的影响     | 162 |
| 14.3.8 水冷换热系数对轧件温降的影响   | 163 |
| 14.3.9 不同钢种的模拟值与实测值比较   | 164 |
| 15 轧后冷却辊道的温降            | 168 |
| 15.1 层流冷却作用             | 168 |
| 15.2 层流冷却温度的控制模型        | 169 |
| 15.2.1 带钢辐射传热模型         | 169 |
| 15.2.2 强迫对流冷却传热模型       | 169 |

---

|                                             |            |
|---------------------------------------------|------------|
| 15.2.3 物性参数的确定 .....                        | 171        |
| 15.3 相变动力学模型 .....                          | 172        |
| 15.4 带钢层流冷却温度计算实例 .....                     | 173        |
| <b>16 钢卷冷却过程的传热分析 .....</b>                 | <b>175</b> |
| 16.1 基本方程 .....                             | 175        |
| 16.1.1 钢卷的导热微分方程 .....                      | 175        |
| 16.1.2 边界条件的确定 .....                        | 176        |
| 16.1.3 钢卷冷却过程中的相变处理 .....                   | 176        |
| 16.2 对流换热系数 $h_1$ 、 $h_2$ 、 $h_3$ 的确定 ..... | 176        |
| 16.2.1 钢卷自然冷却情况 .....                       | 176        |
| 16.2.2 钢卷强制换热情况 .....                       | 177        |
| 16.3 径向导热系数的确定 .....                        | 178        |
| 16.4 钢卷冷却过程的温度场计算实例 .....                   | 179        |
| <b>参考文献 .....</b>                           | <b>182</b> |

## 1 概 述

传热学是工程热物理的一个分支,是研究热量传递规律的学科,它和工程热力学都是研究热现象的理论基础。

热力学第二定律指出:凡是有温差的地方,热量就会由高温处向低温处传递。因此,哪里有温差,哪里就有热量传递。由于温度差普遍存在自然界和工程中,因此传热是日常生活和工程中一种非常普遍的现象。随着科学技术的迅速发展,传热学几乎渗透到各个领域,它对现代工业的发展起着日益重要的作用。

工程中传热问题可分为两种类型。一类是计算传递的热流量,并且有时力求增强传热,有时则力求削弱传热。例如:在热加工工艺中,材料在加工前(锻压、轧制和挤压等)都需要在加热炉内加热,这时就需要增强传热,但材料在加工后需要退火时,热量的传递就需要合理地控制,大部分情况下需要削弱传热。另一类是确定物体各点的温度,以便进行某些现象的判断、温度控制和其他计算(如热应力和热变形)。例如物体内部的温度场计算。

热量传递过程分为两大类:稳态与非稳态。凡物体中各点温度不随时间而改变的热量传递过程称为稳态热传递过程,反之称为非稳态热传递过程。

### 1.1 热量传递的三种基本方式

热量传递有三种基本方式,即热传导、热对流和热辐射。实际上,热量传递的过程往往由两种或三种基本方式组成。例如平壁的导热,平壁的一侧的高温流体通过热辐射及热对流的方式,将热量传递给平壁的表面,再由热传导的方式通过物体内部传到另一表面,然后再由热辐射与热对流的方式传给平壁的另一侧流体。

#### 1.1.1 热传导

当物体有温度差或两个不同温度的物体直接接触时,在物体各部分之间不发生相对位移的情况下,物质的微观粒子(分子、原子或自由电子)的热运动传递了热量,这种现象称为热传导,简称导热。

#### 1.1.2 热对流

流体中,温度不同的各部分之间发生相对位移时引起的热量传递过程称为热对流。流体各部分之间由于密度差引起的相对运动称为自然对流;由于外力的作用(泵、风机等)而引起的相对运动称为强迫对流(或受迫对流)。

实际上,热对流同时伴随着导热,构成复杂的热量传递过程。工程上经常遇到的流体流

过固体壁时的热传递过程,就是热对流和导热联合作用下的热量传递过程,称为表面对流传热,简称对流传热或对流换热。

### 1.1.3 热辐射

物体通过电磁波传递能量的过程称为辐射。物体会因各种原因发出辐射能。因为热的原因使物体的内能转化成电磁波的能量而进行的辐射过程称为热辐射。

任何物体,只要温度高于 0 K,就会不停地向周围空间发出热辐射能。热传导和热对流在物体直接接触时才能进行,而热辐射的电磁波可以在真空中传播(太阳热量经宇宙空间传给地球就是依靠热辐射方式)。在热辐射传递能量的过程中伴随着能量形式的转换,这是热辐射区别于热传导和热对流的另一个特点。

物体不断地向周围空间发出热辐射能,并被周围物体吸收。同时,物体也不断接受周围物体辐射给它的热能。这样,物体发出和接收过程的综合结果产生了物体通过热辐射而进行的热量传递,称为表面辐射传热,简称辐射传热或辐射换热。

## 1.2 总传热过程

热量从温度较高的流体经过固体壁传递给另一侧温度较低流体的过程,称为总传热过程,简称传热过程。工程上大多数设备的热传递过程都属于这种情况,如热力设备和管道的散热等。

传热过程中,当两种流体间的温度差一定时,传热面越大,传递的热流量越多。在同样的传热面上,两种流体的温度差越大,传递的热流量也越多。

$$\phi = hA\Delta t \quad (1-1)$$

式中, $\phi$  为热流量; $h$  为传热系数; $A$  为传热面积; $\Delta t$  为温差。

## 2 导热基本定律和稳态导热

导热属于接触传热,是连续介质就地传递热量而没有各部分之间宏观的相对位移。它是在温度差作用下,依靠微观粒子(分子、原子和自由电子等)的运动(移动、振动和转动等)进行的能量传递,因此,导热与物体内的温度场(或温度分布)密切相关。本章从温度场出发讨论了导热过程的基本定律、描述了物体导热的微分方程和定解条件,介绍了用导热微分方程和定解条件求解一维稳态导热问题。

### 2.1 导热基本定律和热导率

#### 2.1.1 温度场和温度梯度

##### 2.1.1.1 温度场

在所研究的传热系统中,一般来说,物体各点的温度不一定相同,而且同一个点的温度不同时间也不一定相同。为了描述这种情况,引入温度场的概念。所谓温度场,是指某一时刻物体内各点温度的分布,一般来说,它是空间坐标和时间坐标的函数,它的数学函数表示为:<sup>[1]</sup>

$$t = f(x, y, z, \tau)$$

温度场分为两大类:稳态和非稳态。

稳态温度场:温度不随时间变化的温度场,  $t = f(x, y, z)$ 。

非稳态温度场:温度随时间变化的温度场,  $t = f(x, y, z, \tau)$ 。

仅和1个坐标有关的温度场称为一维温度场,仅和两个坐标有关的温度场称为二维温度场。

##### 2.1.1.2 等温面和等温线

某一时刻,将温度场中具有相同温度的点连接起来形成的面或线称为等温面或等温线。同一时刻,不同温度的等温面或等温线不能相交,否则就意味着同一个点在同一时刻可以具有不同的温度,这显然是不可能的。在同一个等温面上没有温度变化,因此没有热量传递。热量传递发生在不同的等温面之间。温度场示意图如图2-1所示。

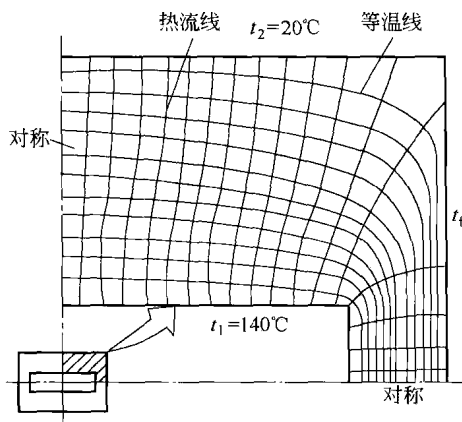


图2-1 温度场示意图

### 2.1.1.3 温度梯度

沿等温面不会有温度变化,只有穿过等温面才会有温度的变化。但相邻等温面的距离趋于零时,其法线方向上的温度变化率称为温度梯度,用  $\text{grad } t$  表示:

$$\text{grad } t = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta t}{\Delta n} \right) = \frac{\partial t}{\partial n} n \quad (2-1)$$

可见,温度梯度是矢量,位于等温面的法线上。规定温度梯度沿温度增加方向为正,反之为负。负的温度梯度也称为温度降度。温度梯度值越大,说明温度场内该点处温度变化越激烈。

对于非稳态温度场,温度梯度还与时间有关。

### 2.1.1.4 热流密度

单位时间内,所有面积  $A$  传递的热量称为热流量,用  $\Phi$  表示。

单位面积的热流量称为热流密度,或面积热流量,用  $q$  表示。

热流密度也是矢量,它和温度梯度位于等温面的统一法线上,规定温度降度方向为正。

## 2.1.2 导热基本定律

导热过程发生在固体(或相互间流动的流体)内存在温度差的地方。在归纳大量实验结果的基础上,傅里叶(J. B. Fourier)在 1882 年指出:导热的热流密度  $q$  与温度梯度成正比。

$$q \propto \text{grad } t$$

$$\text{或} \quad q = -\lambda \text{grad } t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} n \quad (2-2)$$

式 2-2 是傅里叶定律的数学表达式,式中出现负号是因为热流密度和温度梯度的方向相反。比例系数  $\lambda$  称为导热系数,或称热导率。

傅里叶定律是解决导热问题的基础,也是分析物体内部温度变化趋势的一个很重要的工具。

### 2.1.3 热导率

将傅里叶定律改写为:  $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}$ ,  $\lambda = -q / \frac{\partial t}{\partial n}$ 。

此式可作为热导率的定义。热导率是材料固有的物理性质,表示物质导热能力的大小。其物理意义就是在单位温度梯度作用下的热流密度。

不同的物质,热导率的数值各不相同,即使同一物质,其热导率的数值也与温度、湿度、密度、压力和物质的结构有关。所以,热导率与温度、湿度、密度、压力等因素有关,但其主要影响因素是物质的种类和温度。

一般来说,热导率的数值以金属最大,非金属次之,液体又次之,而气体最小。

各种物质热导率  $\lambda$  的范围为:金属  $6 \sim 470 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,保温与建筑材料  $0.02 \sim 3 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,液体  $0.07 \sim 0.7 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,气体  $0.006 \sim 0.6 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

热导率小的固体材料具有良好的隔热性能。习惯上把热导率在常温下小于  $0.23 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$  的材料称为隔热材料(或称保温材料),如石棉、硅藻土制品等。

各种材料的热导率随温度变化的规律不尽相同。

纯金属的热导率一般随温度升高而下降,这是因为金属的导热主要依靠自由电子的运动。当温度升高时,由于晶格的振动加剧,阻碍了自由电子的运动,从而导致导热性能下降。金属的导电也是依靠自由电子的运动,因此,良好的导热体也一定是良好的导电体。但纯金属中常有少量杂质,该杂质妨碍了自由电子的运动,从而使导热性能下降,所以合金的热导率比纯金属的热导率要小。常温下碳钢的热导率约为  $45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

保温材料与建筑材料的热导率大多数随温度升高而增大,并且和材料的结构、多孔度、密度和湿度有关。

液体的热导率一般随温度升高而减少。这是因为温度升高时,有序程度受到破坏。但水和甘油例外,水的热导率随温度的变化会出现极大值。在大气压力下,饱和水的热导率为  $0.683 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,甘油的热导率为  $0.119 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

气体的热导率随温度升高而增大。这是因为温度升高,分子运动速度加快,从而使导热性能大为改善。

物质的热导率都随温度变化,但在一定范围内,大多数工程材料的热导率  $\lambda (\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}))$  可近似认为是温度的线性函数,即:

$$\lambda = \lambda_0(1 + b t) \quad (2-3)$$

式中  $\lambda_0$ —— $0^\circ\text{C}$  时的热导率;

$b$ ——常数,由实验确定。

在  $t_1 \sim t_2$  的范围内,平均热导率为:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) = \lambda_0 \left[ 1 + \frac{b}{2}(t_1 + t_2) \right] = \lambda_0(1 + b \bar{t}) \quad (2-4)$$

式中,  $\bar{t} = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ , 它是  $t_1 \sim t_2$  范围内的平均温度。式 2-4 说明,当  $\lambda$  随温度线性变化时,其平均值  $\bar{\lambda}$  为平均温度  $\bar{t}$  时的值。在实际计算中这是很重要的。

## 2.2 导热微分方程和定解条件

傅里叶定律揭示了连续温度场内任一处的热流密度与温度梯度的关系。对于一维稳态导热,可直接利用傅里叶定律积分求解,求出导热热流量。但由于傅里叶定律未能揭示各点温度与其相邻点温度之间的关系,以及此刻温度与下一时刻温度的联系,所以对于多维导热和非稳态导热都不能直接利用傅里叶定律积分求解。导热微分方程揭示了连续物体内的温度分布与空间坐标和时间的内在联系,使上述导热问题的求解成为可能。

### 2.2.1 导热微分方程

导热理论的任务,就是在给定的条件下,找出物体内部各部分温度分布规律,即温度场。像其他数学物理问题一样,应建立其方程和定解条件。首先是在傅里叶定律的基础上,根据热力学第一定律(能量守恒原理)建立求解温度分布的导热微分方程式。

为了减少问题的复杂性,这里只讨论固体和静止流体,并假定物体是连续的和均质的,物性参数  $\rho$ 、 $c_p$  和  $\lambda$  等为常数,物体内部有均匀恒定的内热源(如化学反应、热核反应或物体中有电流通过),内热源强度(单位时间内单位体积发出的热量)为  $\Phi$ 。

在物体内取一边长分别为  $dx$ 、 $dy$ 、 $dz$  的微元体,如图 2-2 所示。根据能量守恒定律,导入微元体的净热流量  $\Delta\Phi_d$  与单位时间内内热源产生的热量  $\Delta\Phi_v$  之和等于单位时间内微元体热力学能的增量  $\Delta U$ 。即:

$$\Delta\Phi_d + \Delta\Phi_v = \Delta U \quad (a)$$

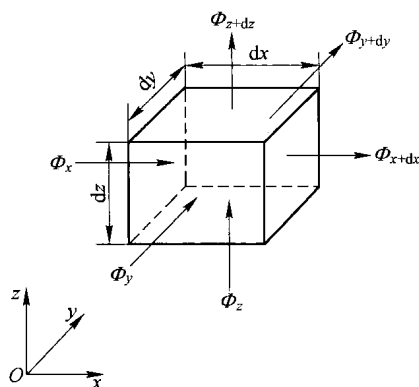


图 2-2 微元体导热分析

在  $x$  处,通过微元体表面导入微元体的热流量为:

$$\Phi_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydz \quad (b)$$

在  $x + dx$  处,通过微元体表面导出微元体的热流量为:

$$\Phi_{x+dx} = \Phi_x + \frac{\partial \Phi_x}{\partial x} dx = \Phi_x + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydz \right) dx = \Phi_x - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx dydz \quad (c)$$

在  $x$  方向,导入微元体的净热流量为:

$$\Delta\Phi_x = \Phi_x - \Phi_{x+dx} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx dydz \quad (d)$$

同理, $y$  和  $z$  方向,导入微元体的净热流量为:

$$\Delta\Phi_y = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dx dydz \quad (e)$$

$$\Delta\Phi_z = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dx dydz \quad (f)$$

三个方向导入微元体的净热流量为:

$$\Delta\Phi_d = \Delta\Phi_x + \Delta\Phi_y + \Delta\Phi_z = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dx dydz \quad (g)$$

单位时间内微元体内内热源产生的热量为:

$$\Delta\Phi_v = \dot{\Phi} dV = \dot{\Phi} dx dydz \quad (h)$$

单位时间内微元体热力学(内能)的增量为:

$$\Delta U = \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dydz \quad (i)$$

对于固体和不可压缩流体,比定压热容  $c_p$  等于比定容热容  $c_v$ ,即:  $c_p \approx c_v \approx c$ 。

将式(g)、式(h)和式(i)带入式(a),整理后得:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{\Phi}}{\rho c} \quad (2-5a)$$