全国优秀畅销书

ZHONGNANDIAN SHOUCE

重难点手册

★三千万学子的制胜宝典

★五省市名师的在线课堂

★十四年书业的畅销品牌

高三数学

汪江松 主编

华中师范大学出版社

全国优秀畅销书

ZHONGNANDIAN SHOUCE

重难点手册

主　编　汪江松

编著者　汪江松　杨志明　刘元利　甘大旺　朱达坤　江　河

★三千万学子的制胜宝典

★五省市名师的在线课堂

★十四年书业的畅销品牌

华中师范大学出版社

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

重难点手册——高三数学/汪江松 主编. —7 版.
—武汉:华中师范大学出版社,2008.6
ISBN 978-7-5622-1882-1
Ⅰ. 重…　Ⅱ. 汪…　Ⅲ. 数学课-高中-教学参考资料
Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 039127 号

重难点手册——高三数学

主编:汪江松
责任编辑:陈兴玉　　**责任校对**:张　钟　　**封面设计**:新视点
选题设计:第一编辑室(027—67867361)
出版发行:华中师范大学出版社 ©
社址:武汉市珞喻路 152 号　　**邮编**:430079
电话:027—67863040　027—67867076　027—67861549　027—67867371
传真:027—67863291　　**邮购**:027—67861321
网址:http://www.ccnup.com.cn　　**电子信箱**:hscbs@public.wh.hb.cn
印刷:湖北恒泰印务有限公司　　**督印**:章光琼
字数:415 千字
开本:880mm×1230mm　1/32　　**印张**:13
版次:2007 年 4 月第 7 版　　**印次**:2008 年 6 月第 4 次印刷
定价:18.90 元

欢迎上网查询、购书

前言

QIANYAN

十四年前，受华中师范大学出版社委托，我们组织编写了这套《数学重难点手册》。十多年来，我们不断修订和完善，终使她成为深受广大读者欢迎的知名品牌。

为了更紧密地与新教材结合，广泛适应中学师生的需求，更好地体现我们最新的教育理念、教学经验和研究成果，根据最新教学大纲和《考试说明》的变化要求以及全国各地中学师生、教研员及有关专家的反馈信息，我们决定在保持原书特色的基础上，本着严谨负责、求实创新的态度对其进行再次修订，以期更好地为教师提供教法参考，为学生提供学法指导，为教研人员提供探讨园地。

本书为《高中数学重难点手册》第三册，在修订过程中，更加注重对能力和素质的考查，遵循教学大纲，紧扣考点，以能力立意替代知识立意，加大应用性和探究型题目分量，充实新题，扩大特色。

全书共分两大部分。第一部分为"第三册教材同步辅教导学"篇，各章节按"重点、难点、疑点解读"、"解题方法技巧点拨"、"学科能力高考链接"、"自我检测"框架进行编写，此外，每章附有综合评价题一套。

【重点、难点、疑点解读】是对教材中的重点、难点知识予以诠释，对疑点知识进行点拨，以帮助读者逾越障碍、突破难关。

【解题方法技巧点拨】总结了本章节中的重要解题方法和技能技巧，揭示了数学解题的基本规律，力求使学生深刻透彻地把握知识结构，最大限度地提高素质、培养能力。

【学科能力高考链接】所选例题大多为近年来全国或各省市高考真题，实战性强，力求从解题思路方面进行剖析、点拨，指出高考重点、阐释高考难点，拉近考生与高考之间的距离，帮助他们克服畏难心理，增强自信心，全力备考。

【自我检测】分夯实基础、能力提升、探索拓展三部分。"夯实基础"立足于消化教材，巩固"双基"，注重基本题型的训练；"能力提升"以中档题为出发点，帮助同学们更深刻地领会相应知识点，逐步养成灵活的解题能力和应用能力；"探索拓展"精心挑选了少量高考拔高题与奥赛题，格调清新别致、题型开放巧妙，使学生在收到立竿见影的学习效果的同时，体验到探究创新的广阔空间。本书力求做到注重基础、突出重点、跟踪热点、突破难点。对所有习题，书后均附有参考答

案和详细解答过程。

每章结束后，还精心设计有“综合评价”，分值均为 150 分，大约 120 分钟可以完成。可供教师选用或同学们自我检测。

第二部分为高考“重点、难点、热点知识专题研究”篇，各专题以试题为载体，以方法为体系，所选例题和习题编制巧妙、题型新颖、精心设计、立意创新、答案科学、资料翔实，力求体现高考改革命题方向，帮助考生将数学知识梳理串联、整合归类，增强高考信心，提高应试能力。

品读本书，会令您耳目全新。您会觉得全书理念新颖，取材鲜活，形式不拘一格，语言生动活泼。此外，应广大读者的需求，全书精选了大量近两年全国各地高考典型试题作为例题和习题，洋溢着浓郁的时代气息，有利于同学们及早树立高考意识，并从中获取高考命题信息和预测今后高考的发展趋势。

“实用、好用、够用”是我们编写本书的宗旨。相信您通过使用本书定能在有限的时间内进入最佳状态，取得最优成绩，衷心希望本书能为您的成功助一臂之力。

本书由汪江松执笔并定稿，参加本书编写的还有杨志明、刘元利、甘大旺、朱达坤、江河、左俊凤、赵泓、游春林、严启平、余武、胡勇健、柯红兵、李改珍等特、高级教师，在此一并致谢！

我们是以审慎的态度和高度的责任感来编写此书的，并为此进行了大量探索和不懈努力，但仍需不断完善，若有错误不当之处，恳请专家、读者指正。

汪江松

MULU目　录

第三册教材同步辅教导学

重点、难点、热点知识专题研究

第三册教材同步辅教导学

第一章 概率与统计

1.1 离散型随机变量的分布列

重点、难点、疑点解读

1. 随机变量

如果随机事件的结果可以用一个变量来表示，那么这样的变量叫做随机变量. 随机变量常用希腊字母 ξ，η 来表示.

例 1 袋中有 2 个黑球，5 个白球，从中任取两个球，可以作为随机变量的是(　　).

(A) 取到的球的个数　　(B) 至少取到一个白球

(C) 取到白球的个数　　(D) 至少取到一个白球的概率

【解】 (A)的取值不具随机性；(B)是一个随机事件而非随机变量；(D)是随机事件的概率而非随机变量；(C)中取到白球的个数可以是 0、1 或 2.　选(C).

点评 随机变量必须能够表示随机试验所有可能的结果，它的值是变化的，且与试验结果相对应，但这些所有可能的结果数是预先可以知道的. 如本题中任取两个球是白球的个数只能是 0、1、2 三种情况.

2. 离散型随机变量与连续型随机变量的区别

对于随机变量可能取的值，我们可以按一定次序一一列出，这样的随机变量叫做离散型随机变量；随机变量可以取某一区间内的一切值(我们无法对其中的值一一列举)，这样的随机变量叫做连续型随机变量.

例 2 写出下列随机变量可能取的值，并判断它们是什么类型的随机变量：

(1) 接连不断地投篮，首次投中需要的投篮次数 ξ；

(2) 某农作物的单位面积产量 η.

【解】 (1) ξ 的可能取值为 $1,2,3,\cdots$. ξ 是离散型随机变量；

(2) 设此种农作物的单位面积产量的最大值为 M，则 $\eta\in[0,M]$. η 是连续型随机变量.

点评 本例较简洁地说明了离散型随机变量与连续型随机变量之间的区别.

3. 离散型随机变量的分布列

设离散型随机变量 ξ 可能取的值为 $x_i(i=1,2,\cdots)$，ξ 取每一个值 x_i 的概率 $P(\xi=x_i)=p_i$，则称

ξ	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_i	$\cdots$

为随机变量 ξ 的分布列.

离散型随机变量 ξ 的分布列具有以下两个性质：

(1) $p_i\geqslant 0\ (i=1,2,\cdots)$； (2) $p_1+p_2+\cdots+p_i+\cdots=1$.

4. 几种常见的随机变量的分布

(1) 0～1 分布

如从 $m+n$ 只产品中(其中正品 m 只，次品 n 只)抽查一只产品的分布列.

记“$\xi=0$”表示“抽到一只正品”，“$\xi=1$”表示“抽到一只次品”，写成分布列就是：

ξ	0	1
P	$\dfrac{m}{m+n}$	$\dfrac{n}{m+n}$

显然 0～1 分布是一种离散型随机变量的分布列.

(2) 二项分布

在 n 次独立重复试验中事件 A 发生的次数 ξ 是一个随机变量，若在一次试验中事件 A 发生的概率是 p，那么在 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率是

$$P(\xi=k)=C_n^k p^k q^{n-k},$$

其中 $k=0,1,2,\cdots,n$，$q=1-p$，称这样的随机变量 ξ 服从二项分布. 记作 $\xi\sim B(n,p)$，并记

$$C_n^k p^k q^{n-k}=B(k;n,p),\ \text{其中 } n,p \text{ 为参数}.$$

显然 $P(\xi=k)\geqslant 0\ (k=0,1,2,\cdots,n)$，且 $\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k p^k q^{n-k}=(p+q)^n=1$,

故二项分布是一种离散型随机变量的分布列.

(3) 几何分布

在独立重复试验中，“$\xi=k$”在第 k 次独立重复试验时，事件第一次发生，记第 k 次试验时事件 A 发生为 A_k，事件 A 不发生为 $\overline{A}_k$，$P(A_k)=p$，$P(\overline{A}_k)=q$，则

$$P(\xi=k)=P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)P(\overline{A}_3)\cdot\cdots\cdot P(\overline{A}_{k-1})P(A_k)=q^{k-1}p\ (k=1,2,3,\cdots).$$

于是得到随机变量 ξ 的概率分布：

ξ	1	2	3	$\cdots$	k	$\cdots$
P	p	qp	q^2p	$\cdots$	$q^{k-1}p$	$\cdots$

称 ξ 服从几何分布，并记

$$g(k,p)=q^{k-1}p,\ 其中\ q=1-p,k=1,2,3,\cdots$$

注意这里 k 前后的“…”，即 $k\to+\infty$ 时，几何分布也是一种连续型随机变量的分布列.

解题方法技巧点拨

1. 利用离散型随机变量分布列的性质

例 1　下列表中列出的是随机变量的分布列的有(　　).

(A) 0 个　　(B) 1 个　　(C) 2 个　　(D) 3 个

(1)

ξ	1	2	3	4	5
P	0.1	0.2	-0.1	0.3	0.5

(2)

ξ	0	1	2	$\cdots$	n	$\cdots$
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$	$\cdots$	$\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^n$	$\cdots$

(3)

ξ	1	2	3	$\cdots$	n
P	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$\cdots$	$\left(\frac{1}{2}\right)^n$

【解】　(1)中不满足 $p_i\geqslant 0$，故不是随机分布列；

(2) $p_i\geqslant 0\ (i=1,2,\cdots)$，且当 $n\to+\infty$ 时

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+\cdots=\frac{2}{3}\times\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=1.$$

故(2)是随机分布列；

(3) 由于$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\neq 1$，故(3)不是随

机分布列.故选(B).

点评 这里是利用随机分布列的两个性质来判定所给出的分布列是否为随机分布列,其中特别要注意 n 是否趋近于 $+\infty$ 及趋近于 $+\infty$ 时其和是否为 1 这两点.

例 2 已知某离散型随机变量 ξ 只能取 x_1、x_2、x_3 三个值,且其概率依次成等差数列,即 ξ 的分布列为:

ξ	x_1	x_2	x_3
P	$a-d$	a	$a+d$

求 $P(\xi=x_3)$的范围.

【解】 由离散型随机分布列的基本性质知

$$\begin{cases}(a-d)+a+(a+d)=1, & ①\\ 0\leqslant a-d\leqslant 1, & ②\\ 0\leqslant a+d\leqslant 1. & ③\end{cases}$$

由①得 $a=\dfrac{1}{3}$,代入②、③解得 $-\dfrac{1}{3}\leqslant d\leqslant\dfrac{1}{3}$.

故 $0\leqslant a+d\leqslant\dfrac{2}{3}$. 所以 $0\leqslant P(\xi=x_3)\leqslant\dfrac{2}{3}$.

点评 本例极易误认为 $0\leqslant P(\xi=x_3)\leqslant 1$. 这是因为忽视②③的作用.

2. 求离散型随机变量的分布列

例 3 将 3 个乒乓球任意地放入 4 个盒子中,记 4 个盒中球的最多个数为 ξ,求 ξ 的分布列.

【解】 盒中球的最多个数 ξ 的所有可能值为 $\xi=1,2,3$ 三种情况,即 3 个盒子中每盒 1 个球,另有 1 盒空着;有 1 盒 2 球,1 盒 1 球,另 2 盒空着;有 1 盒 3 球,另 3 盒空着.

当 $\xi=1$ 时,$P(\xi=1)=\dfrac{A_4^3}{4^3}=\dfrac{3}{8}$,

当 $\xi=2$ 时,$P(\xi=2)=\dfrac{C_3^2C_4^1C_3^1}{4^3}=\dfrac{9}{16}$;

当 $\xi=3$ 时,$P(\xi=3)=\dfrac{C_4^1}{4^3}=\dfrac{1}{16}$.

故 ξ 的分布列为:

ξ	1	2	3
P	$\dfrac{3}{8}$	$\dfrac{9}{16}$	$\dfrac{1}{16}$

点评 求离散型随机变量的分布列，应按下述三个步骤进行：

(1) 明确随机变量 ξ 的所有可能取值，以及取每个值所表示的意义；

(2) 利用概率的有关知识，求出随机变量每个取值的概率；

(3) 按规范形式列表写出分布列.

例 4 盒中有 9 个正品和 3 个次品零件，每次取一个零件，如果取出的次品不再放回，求在取得正品前已取出的次品数 ξ 的概率分布，并求出 $P\left(\frac{3}{2}\leqslant\xi\leqslant3\right)$ 的值.

【解】 ξ 可能取的值为 0,1,2,3 这四个数，而 $\xi=k(k=0,1,2,3)$ 表示：取 $k+1$ 次零件，前 k 次取得的都是次品，第 $k+1$ 次才取得正品.

$P(\xi=0)=\frac{C_9^1}{C_{12}^1}=\frac{3}{4}$，　　$P(\xi=1)=\frac{C_3^1}{C_{12}^1}\cdot\frac{C_9^1}{C_{11}^1}=\frac{9}{44}$，

$P(\xi=2)=\frac{C_3^1}{C_{12}^1}\cdot\frac{C_2^1}{C_{11}^1}\cdot\frac{C_9^1}{C_{10}^1}=\frac{9}{220}$，　　$P(\xi=3)=\frac{C_3^1}{C_{12}^1}\cdot\frac{C_2^1}{C_{11}^1}\cdot\frac{C_1^1}{C_{10}^1}=\frac{1}{220}$.

故 ξ 的概率分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{44}$	$\frac{9}{220}$	$\frac{1}{220}$

$$P\left(\frac{3}{2}\leqslant\xi\leqslant3\right)=P(\xi=2)+P(\xi=3)=\frac{9}{220}+\frac{1}{220}=\frac{1}{22}.$$

点评 由于取出次品不再放回，所以 ξ 只能有 0,1,2,3 四种情况. 在计算每一种情况的时候，要认真分析它所表示的意义.

3. 关于二项分布

例 5 （2000 年全国）某厂生产电子元件，某产品的次品率为 5%，现从一批产品中任意地连续取出 2 件产品，其中次品数 ξ 的概率分布是：

ξ	0	1	2
P			

【解】 这里随机变量 ξ 服从二项分布 $\xi\sim B(2,0.05)$.

$$P(\xi=0)=C_2^0\times(0.05)^0\times0.95^2=0.9025;$$

$$P(\xi=1)=C_2^1\times0.05\times0.95=0.095;$$

$$P(\xi=2)=C_2^2\times(0.05)^2\times(0.95)^0=0.0025.$$

因此，ξ 的概率分布为：

ξ	0	1	2
P	0.9025	0.095	0.0025

点评 在二项分布中，n 次独立重复实验，事件恰好发生 k 次的概率 $P(\xi=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$，其中 $k=0,1,2,\cdots$，$q=1-p$，要准确地理解 n、k、p、q 的意义，才能得到正确的结果.

例6 现有一大批种子，其中优质种子占 30%，从中任取 8 粒，记 ξ 为 8 粒种子中优质种子的粒数，求 ξ 的分布列.

【解】 从大批种子中任取 8 粒可视为 8 次独立重复实验，故该分布服从二项分布 $\xi\sim B(8,0.3)$，所以其分布列为：

ξ	0	1	2	…	8
P	$C_8^0\left(\frac{3}{10}\right)^0\left(\frac{7}{10}\right)^8$	$C_8^1\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right)^7$	$C_8^2\left(\frac{3}{10}\right)^2\left(\frac{7}{10}\right)^6$	…	$C_8^8\left(\frac{3}{10}\right)^8\left(\frac{7}{10}\right)^0$

点评 本例视任取一粒种子其优质率为 0.3，任取 8 粒视为 8 次独立重复实验，故符合二项分布型.

例7 如果 $\xi\sim B\left(20,\frac{1}{3}\right)$，求使 $P(\xi=k)$ 取最大值时 k 的值. 一般地，如果 $\xi\sim B(n,p)$，其中 $0<p<1$，讨论当 k 由 0 增加到 n 时，k 取什么值时，$P(\xi=k)$ 取最大值？

【解】 (1) 由 $\xi\sim B\left(20,\frac{1}{3}\right)$ 知

$$P(\xi=k)=C_{20}^k\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{20-k}=C_{20}^k 2^{20-k}3^{-20}.$$

设 $P(\xi=k)$ 最大，由 $P(\xi=k)\geqslant P(\xi=k-1)$ 得

$$C_{20}^k 2^{20-k}3^{-20}\geqslant C_{20}^{k-1}2^{21-k}3^{-20},\qquad \text{解得 } k\leqslant 7;$$

同理，由 $P(\xi=k)\geqslant P(\xi=k+1)$ 解得 $k\geqslant 6$.

故当 $k=6$ 或 7 时，$P(\xi=k)$ 取最大值.

(2) 对 $\xi\sim B(n,p)$ $(0<p<1)$，由分布列知

$$P(\xi=k)=C_n^k p^k q^{n-k},$$

其中 $k=0,1,2,\cdots,n$，$q=1-p$.

若 $P(\xi=k)$ 最大，即 $P(\xi=k)\geqslant P(\xi=k-1)$ 且 $P(\xi=k)\geqslant P(\xi=k+1)$，整理得

$$p(n+1)-1\leqslant k\leqslant p(n+1).$$

若 $p(n+1)$ 为正整数，则当 $k=p(n+1)$ 或 $p(n+1)-1$ 时，$P(\xi=k)$ 取最大值；

若 $p(n+1)$ 不是正整数，则当 $k=[(n+1)p]$（即取整）时，$P(\xi=k)$ 取最大值.

点评　本例为教材习题 1.1 的第 7 题，同学们普遍感到困难，在此给出参考解答，请同学们加以体会和掌握.

4. 关于几何分布

例 8　某条街上有 n 个安置红绿灯的路口，各路口出现什么颜色的灯是相互独立的，红、绿两种颜色的灯显示的时间为 $1:2$. 今有一轿车沿该条街道行驶，若以 ξ 表示该轿车首次遇到红灯之前已通过路口的个数，求 ξ 的分布列.

【解】　由题设知轿车在任一路口遇到红灯的概率为 $\frac{1}{3}$.

以 $P(\xi=0)$ 表示轿车在第一个路口遇到红灯的概率，则 $P(\xi=0)=\frac{1}{3}$；

$P(\xi=1)$ 表示轿车在第一个路口遇到绿灯，第二个路口遇到红灯的概率，则 $P(\xi=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}$；

$P(\xi=2)$ 表示轿车在第一、二个路口遇到绿灯，第三个路口遇到红灯的概率，则 $P(\xi=2)=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}$，

$P(\xi=k)$ 表示轿车在第一、二、…、k 个路口遇到绿灯，第 $k+1$ 个路口遇到红灯的概率，则 $P(\xi=k)=\left(\frac{2}{3}\right)^k\times\frac{1}{3}$.

即 ξ 服从几何分布.

ξ	0	1	2	…	$n-1$	n
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}$	…	$\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\times\frac{1}{3}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^n\times\frac{1}{3}$

点评　本例以实例诠释几何分布及概率分布，$g(k,p)=q^{k-1}p$，其中 $q=1-p$，$k=1,2,3,\cdots$.

例 9　在超负荷的工作状态下试验某种产品的质量，每件产品通过试验的概率为 0.8，且互相独立. 试验中，当遇到不能通过试验的产品就立即停止试验，求试验次数的分布列.

【解】　记 ξ 为试验的随机变量，设试验中 $k-1$ 个产品通过试验，而第 k 个产品经不住试验，此时立即停止试验（$k=1,2,3,\cdots$）. 显然 ξ 服从几何分布，所以有

$$P(\xi=k)=(0.8)^{k-1}(1-0.8)=0.2\times0.8^{k-1}\ (k=1,2,3,\cdots).$$

故 ξ 的分布列为：

ξ	1	2	3	…	k	…
P	0.2	0.2×0.8	0.2×0.8^2	…	$0.2\times0.8^{k-1}$	…

点评 这里是依题意直接判断 ξ 服从几何分布，然后直接写出分布列.

学科能力高考链接

例 1 （2004 年辽宁）已知随机变量 ξ 的概率分布如下：

ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3^2}$	$\frac{2}{3^3}$	$\frac{2}{3^4}$	$\frac{2}{3^5}$	$\frac{2}{3^6}$	$\frac{2}{3^7}$	$\frac{2}{3^8}$	$\frac{2}{3^9}$	m

则 $P(\xi=10)=($　　$)$.

(A) $\frac{2}{3^9}$　　(B) $\frac{2}{3^{10}}$　　(C) $\frac{1}{3^9}$　　(D) $\frac{1}{3^{10}}$

【解】
$$m=P(\xi=10)=1-[P(\xi=1)+P(\xi=2)+\cdots+P(\xi=9)]$$
$$=1-\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\cdots+\frac{2}{3^9}\right)=1-\left(1-\frac{1}{3^9}\right)$$
$$=\frac{1}{3^9}.$$

故选(C).

点评 这是依随机变量分布列的性质来计算出 $P(\xi=10)$ 的，若单从前 9 项所呈现的规律来推断就会错误地选择(B)了.

例 2 （2004 年湖北）设随机变量 ξ 的概率分布为 $P(\xi=k)=\frac{a}{5^k}$，a 为常数，$k=1,2,\cdots$，则 $a=$________.

【解】 依随机变量分布列的性质知
$$P(\xi=1)+P(\xi=2)+\cdots+P(\xi=k)+\cdots=1,$$
即
$$\frac{a}{5}+\frac{a}{5^2}+\cdots+\frac{a}{5^k}+\cdots=1,$$
由无穷等比数列所有项的和的公式有
$$a\cdot\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}=1，解得\ a=4.$$

点评 因为 $k=1,2,\cdots$，所以可以应用无穷递减等比数列求和公式求 $\left\{\frac{a}{5^k}\right\}$ 所有项的和.