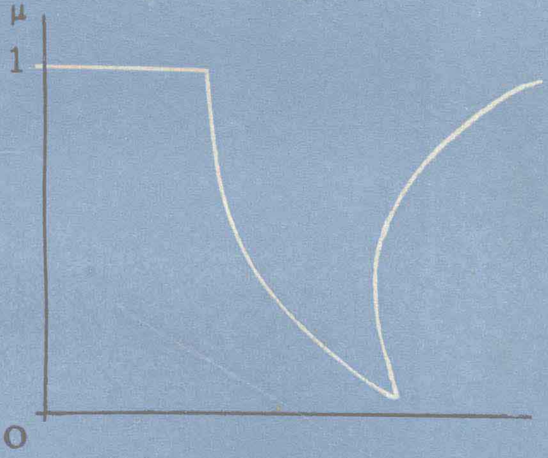
金融投资中的模糊数学方法

王忠郴　编著



中国审计出版社

金融投资中的模糊数学方法

王忠郴　编著

中国审计出版社

(京)新登字第 043 号

金融投资中的模糊数学方法

王忠彬　编著

中国审计出版社出版发行

（北京海淀区白石桥路甲 4 号）

（江西财经学院印刷厂印刷）

*

850×1168 毫米　32 开　6 印张　160 千字

1994 年 9 月第 1 版　1994 年 9 月第 1 次印刷

印数 1—1500 册　定价 7.00 元

ISBN7－80064－314－X/F・203

前　言

自从 1965 年美国加利福尼亚大学 L·A·Zadeh 教授创立模糊集合论以来，短短的近 30 年中，模糊数学在理论和应用中都得到了飞速的发展，愈来愈引起了人们的高度重视。至今，模糊数学不仅伸向了自然科学领域的许多方面，而且在社会学、经济学、心理学、教育学等社会科学领域中，冲击着长期以来形成的传统研究模式和方法，充分显示了模糊数学在这些领域中的广阔应用前景。

模糊数学为什么有如此强大的生命力？主要在于它把研究的对象打入了模糊现象的"禁区"，对现实世界中大量存在的模糊现象引进了数学描述。模糊数学就是研究和处理模糊现象的数学。众所周知，经典的数学处理方法是从杂乱无章的现象中找出有确切规律的现象，并予以定量化，从中找出其数量规律，并用于对未知现象的分析、推断和预测。对于实际问题中大量存在的模糊性现象，人们过去一直认为是无法直接进行定量化的禁区，而模糊数学引进模糊集后能使模糊现象得到较完善的描述。现在模糊数学的研究范围相当广泛，除了以集合为基本概念的各数学分支都可以在引入模糊集后加以再研究之外，在实际应用中也提出了种种课题。

金融投资中存在着大量的模糊性概念。例如投资回收期的快慢、投资利润率的高低、信贷项目的经济使用期限的长短等等，都带有模糊性。因为"快与慢"、"高与低"、"长与短"等这些彼此对立的概念都是没有绝对明确的标准，即没有确切的外延，过去人们对这些具有模糊性概念的研究，大多依赖于经验，停留在定性分析上。应用模糊数学方法就能对这些模糊性概念得到较切合实际的数学描述，从而能较好地处理这些沿用传统方法难以解决的问题。

本书内容由浅入深，强调实际应用，介绍了大量的金融投资中采用的模糊数学方法，其中穿插了本人近几年来在模糊数学、经济应用研究方面的一些新方法、新思想和新成果。本书前两章简述了模糊数学在金融投资中常用的一些基本概念和基本理论，后五章介绍了信贷项目评估、信贷资金监测预警、投资方案优化排序、银行预测及决策、项目投资分配等许多实际问题中采用的模糊数学方法，为读者读完本书后在进行金融投资实际问题的方法研究时提供了崭新的途径，必有更上一层楼之感。

本书既可作为财经类院校研究生和本科生用以扩大知识面的教科书，也可为从事模糊数学以及金融投资理论和应用的工作者提供具有实际价值的参考。

模糊数学在社会科学领域中有着广阔的应用前景，广大从事模糊数学理论和应用的学者对金融投资中一些问题研究有的已初见成效，有的开始进行探索。本书的宗旨就在于抛砖引玉，由于本人才疏学浅，书中定有不少错漏，在此恳请读者批评指正。

笔者衷心感谢博士研究生导师宋醒民教授为本书作了许多实质性指导；衷心感谢中国审计出版社的同志们对出版本书的大力支持和付出的辛勤劳动；并向在书末参考文献中为本书提供了有参考价值的国内外学者致谢。

王忠郴

1994 年 5 月

目　录

第一章　模糊数学概述

§1—1　什么是模糊数学方法

我们知道，经典数学中普通集合是用来描述确定性现象；即“非此即彼”的清晰概念。清晰概念有着明确的外延，例如“投资回收期不超过一年的项目”就是一个很明确的概念，可以构造一个普通集来描述，尽管集合的元素很难一一列举，但其范围是完全确定的。一个投资回收期为 13 个月的项目就不在这个范围内，而一个投资回收期为 11 个月的项目就属于这个范围。这就是说，普通集合中的任何一个元素，要么属于它，要么不属于它，二者必居其一，不可模棱两可。然而，现实生活中还存在许多没有明确界限的现象，即“亦此亦彼”的模糊概念，其外延具有一种“不分明性”。

在人们的日常生活中，经常遇到模糊概念，如“营业所早晨开门”、“银行办公大楼今年冬天完工”等等，这里的“早晨”、“冬天”都是无法进行精确的划分，也就是说这些信息都是一些模糊信息。

在人们的谈话语言中，经常会遇到模糊概念，许多词汇往往带有模糊性。如“年轻人”、“高个子与矮个子”、“胖子与瘦子”、“冷与热”、“好与坏”、“大与小”、“轻与重”、“紧与松”、“有价值与无价值”等，这些概念之间都没有绝对的界限，没有确切的处延。

在人们的工作、生产积累起来的“经验”、“教训”中，往往也是模糊的东西。例如，对竣工的银行办公大楼进行质检问题，除了要掌握一些该项工程指标完成情况的精确信息外，还要注意外墙粉刷是否平整、地面和墙壁的水泥是否光滑等模糊信息，对这些情况的鉴定，往往是由参加质检的人员凭借目测、手摸等经验来进行的。这里所谓的“经验”就带有模糊性。再譬如，对一个信贷项目的“贷

款资金损失率”、“信贷资金利润率”等考核指标评估等级划分时，也往往带有评估人员的经验教训，这些经验教训实际上是从以往成功的信贷项目和失误的信贷项目中积累起来的一种感觉，因而它们也带有模糊性。

…………

那么，怎样来研究和处理现实生活中大量存在的模糊现象呢？由于模糊现象无法采用经典数学中普通集合来刻划，因此要寻求一种新的工具，即一种能够研究和处理模糊现象的工具，这就是模糊数学。模糊数学是建立在模糊集合基础上，用以研究和处理模糊现象的一门新兴的数学学科，模糊数学方法就是应用模糊数学理论，研究和处理现实世界中大量存在的模糊现象的一种数学方法。这样，人类认识世界从经典数学发展到模糊数学，从精确发展到模糊，标志着人类认识世界的能力提高到了一个新高度。模糊数学就象一座桥梁，使人类跨越了充满着精确性的经典数学和大量存在模糊性的现实世界之间的鸿沟。

当然，要指出模糊现象尽管没有绝对的界限，但是还有着相对的标准和合理性。我们总不会把“银行办公大楼今年冬天竣工”说成是“今年 7 月份竣工”吧。另外要看到，模糊性中又允许主观性存在，因为就人们目前的认识而言，即使对同一个模糊事物在人们心目中的界限也不是完全一样，然而人们心目中的不同界限又形成一定的分布，有着一定的规律性。从这个角度上来看，模糊数学方法就是研究和处理模糊现象分布规律的一种数学方法。

§1—2 模糊数学与金融投资研究的关系

马克思说过，一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到完善的地步。自然科学、社会科学由定性描述转向定量研究的发展是当代世界发展的趋势之一。

近期以来，人们在金融投资研究中，借助于经典数学这一精确工

具，运用经典数学方法，探讨了信贷、结算和货币发行、投资债券等多种经济现象的数量变化规律，不但给出了质的定性解释，同时也给出了量的确切描述。

然而，由于经典数学的精确性与实际情况有时相差较远，金融投资的研究并没有如祈望的那样带来令人非常满意的结果，人们所采用的精确性愈来愈感到不够准确和完善。例如，对银行资金运动规律的研究、宏观控制信贷规模模型的研究等等，有的是基于某个固定条件和环境，有的是高度理想化的，应用这些规律和模型时，必须充分考虑到理论推导时所用的理想条件和环境，而这些理想条件和环境有时脱离了实际情况，回避了模糊性。

事实上，现实世界中充满着大量的模糊性，即客观事物呈现出“亦此亦彼”的状态。若单纯地应用传统的研究手法去研究经济问题，必然会遇到较大的障碍，这就是经典数学的定量方法难以将经济问题与充满了模糊性的现实世界有机地联系起来。

那么，如何在这两者之间架起一座桥梁呢？我们首先要分析在经济问题中产生模糊性的主要来源。

金融投资研究是一项多指标复杂的系统工程，随着时间的推移会处于不断变化的状态中。如货币、国民总产值、投资额、销售量、价格、到期货款回收率等等，这些指标值的变化就呈现为动态。在这种情况下，对指标给出一个变化范围往往比给出一个绝对数值更为合适些。拿“到期贷款收回率”来说，反映这一指标质变的数值就往往不是一个绝对不变的数据，而是大致落在某个区间范围内。就现阶段来看，该指标一般应在 92%到 95%之间为正常区间；84%到 88%为失常区间；低于 84%属于严重失常区间。

金融投资系统中一些特性或其属性值与金融投资环境也有着密切的联系。例如市场控制权不但决定于本企业的销售量，而且决定于其他竞争者的销售量；一个厂家的产品出口地位由于另一些厂家采用先进工艺而发生改变等等，这些问题在于一般难以确定哪一个特性、或特性的哪一部分，或哪些属性以何种程度受到了金融投资环境

的影响。

对指标的测算也会给金融投资系统带来模糊性。实际工作中有些经济数据本身并不需要绝对准确，另外一些经济数据又常常难以测量准确。譬如，对项目进行财务分析的内部报酬率(IRR)为19.84%，其近似程度到达了万分之一就足够了；而某年的通货膨胀率为6.3%左右，这是一个平均数，也是一个大约数字，可能在这一年内没有任何一个月的通货膨胀率恰好为6.3%，完全准确地测算出通货膨胀率是比较困难的。

在金融投资系统中，应用模糊数学方法就能克服以上障碍，较好地结合经济问题中的实际情况，改变当前金融投资研究的状况，冲出传统方法带来的束缚。

象金融投资研究和数理经济学结合一样，金融投资研究和模糊数学相结合，必将大大地丰富金融投资研究的手段和内容。例如，从银行决策中经典的决策树方法拓广到模糊决策树法；从资金效益分析中经典的线性规划拓广到模糊线性规划等等。因而，模糊数学方法必将开辟出研究这一金融投资领域的新途径。

§1—3　模糊数学与经典数学的关系

模糊数学是研究如何表现和处理模糊性现象，并从带有模糊性的信息中得到有适当精确度结论的一个数学分支，它和经典数学之间存在着难解难分的密切关系。

首先，我们从模糊数学的起源来看，它是将经典数学中普通集合在{0,1}两点上取值的特征函数推广到了可在闭区间[0,1]上任意取值的隶属函数，即建立了模糊集概念。因此，模糊数学的诞生，是传统的普通集合论的拓广和发展，并且在普通集合中有关集合的运算、定律、集合的映射关系等等概念在模糊集合中均得到了合理的推广，进一步说明了普通集合可以看成在某些条件下模糊集合的特殊情形，即隶属函数仅在{0,1}上取值的特殊情形。

其次，从方法论角度上来看，模糊数学中起着重要作用的分解定理和扩张原则与经典数学之间是相互结合、互相渗透的。扩张原则把普通集合论一整套方法扩张到模糊数学中去，形成在模糊集合下的一整套方法；而分解定理又将模糊集合化为普通集合问题来研究。

另外，模糊数学与经典数学的某些分支在研究对象上也有点相近。我们知道，当研究对象的结果带有某种不确定性——随机性时，即可能出现多种可能的结果时，寻找随机现象的规律性，这是经典数学中概率论所解决的问题；模糊数学是以模糊现象为研究对象，模糊现象也是呈现一种不确定性的变量，而且这种不确定性的变量取值和概率一样均在闭区间[0,1]中取值。当然，随机性和模糊性这两种不确定性有着本质的区别。

最后，从数学史角度上来看，模糊数学是经典数学历史发展的必然产物。由于时代的前进，科学的发展，经典数学已无法对现实世界中大量存在的模糊现象进行完善的描述，这就必然让数学进入模糊现象的禁区，更新原有的思想、观点和方法，寻求一套适应研究模糊现象的数学方法。因而模糊数学的诞生是经典数学发展的历史必然。

总之，我们决不能把模糊数学与经典数学分割开来，既不能完全用传统的思想、方法要求模糊数学，也不能认为模糊数学概括了经典数学的思想、方法，两者之间存在着辩证的关系。

这里，我们要指出，“模糊”一词是译自英文“Fuzzy”，它含有“模糊”的含义，还可译为“毛茸茸的”、“边界不清的”及“不分明的”等含义。模糊数学中的“模糊”两字并不是让数学变成模模糊糊的东西，恰好相反，是要让数学进入模糊现象中，把现实生活中存在着模模糊糊的东西给予较精确的定量描述，并且得到有适当精确度的结论。所以，我们不能把“模糊”两字看成人们眼睛里纯粹消极的贬义词。

现在，由于模糊数学本身的系统化、严密化，它和经典数学许多分支的相互关系，也正成为热门的问题。

§1—4 模糊数学现状与发展

模糊数学自 1965 年美国数学家查德(L·A·Zadeh)开创性论文《模糊集》发表以来,至今不到 30 年历史,世界各国从事模糊数学理论及应用的研究人员经过不断地探索,在模糊理论与模糊应用方面都有了较大的进展。今天,模糊数学的理论和方法日益深入,将以普通集合论为基本概念的各数学分支及概念等,通过引入相应的模糊集,扩展到了模糊拓扑、模糊逻辑、模糊代数、模糊测度、模糊积分、模糊推理、模糊概率、模糊关系方程及模糊聚类分析等等,并在这些全新的领域中建立了较多的模糊理论,进一步丰富了经典数学的理论宝库,拓广了经典数学的数学基础,同时为人们处理和研究模糊现象提供了许多新方法。与此同时,模糊集理论的应用已伸向了图象识别、决策、人工智能、系统工程、信息处理、控制工程、计算机科学、医疗诊断、天气预报、地震、机械工程,数据处理等应用领域,取得了一个又一个成果;并且模糊集理论还进入到了经济学、社会科学、心理学、语言学及文学艺术等领域,产生了较好的效果。特别是近几年来,在日本、韩国、美国等一些国家,将模糊控制用于机械化工、核工业、电梯群控制、集装箱起重控制、车辆运行控制等,并且开发了模糊洗衣机、模糊冰箱、模糊电风扇等日常家电产品,愈来愈受到了广大消费者的青睐。

模糊数学的理论及应用前景是十分广阔的。

随着人类认识世界、改造世界的能力提高,模糊数学这门新兴的学科在理论上必将进一步趋于完善,同时在应用上也必将愈来愈发挥它不可估量的作用。

翻开近千页的第三届国际模糊系统协会世界大会论文选集的首页,一眼就会看到这样一条标语:The Coming of Age of Fuzzy Logic,这预示着模糊集理论及其应用的研究将要从模糊逻辑方面出现一个新的突破,产生一个更大的飞跃。

第二章 基本理论

本章是应用前面的准备知识，介绍模糊数学在金融投资中常用的一些基本理论和基本概念，如模糊集及其运算、模糊数和区间数、隶属函数、模糊关系及模糊矩阵等，从而对模糊数学中一些最基本的知识有一定的了解。

§2—1 普通集合

集合是现代数学里的一个基本概念。通俗地说，把具有某种确定性质的对象的全体叫做集合，常用大写字母A、B、C……表示集合，而构成集合的每一个对象称为该集合的元素(简称为元)，常用小写字母a、b、c……来表示。例如，太阳系的行星、自然数全体、中国人民银行省级分行、1993年我国发行的有价证券种类等等都是集合；地球是“太阳系的行星”集合中的元素、12是“自然数全体”这一集合中的元素、江西省人民银行是“中国人民银行省级银行”集合中的元素、国库券是“1993年我国发行的有价证券种类”这个集合中的元素等。人们根据同一个集合中的元素都应具有某种共同的性质，来判断某一对象是否属于该集合。例如，月亮就不属于“太阳系的行星”这一集合，同样南昌市人民银行不属于“中国人民银行省级分行”这一集合。

为了把讨论的对象局限在某一个范围内，往往把被讨论的全体对象叫做论域或全集合，也称做全域，有时也称做空间，常用大写字母X、Y、U、V、I等来表示。这样，在给定论域X中某一部分元素的全体叫做X上的一个集合。从论域X中任意指定一个元素x，在x与X之间，要么x属于X(记作$x\in X$)，要么x不属于X(记作$x\notin X$)，这就

是说，要确定论域X的所有元素，只须对X中的任一元素x，在$x\in X$或$x\notin X$之间作出一种抉择就行，即要求任一对象或者绝对属于它，或者绝对不属于它，绝不可模棱两可，这是普通集合中最为基本的一个要求。

对不含任何元素的集合叫做空集，记为$\varnothing$。例如“1994年我国人民币整存整取月利率低于5.5‰的种类”就是一个空集，因为至少存三个月整存整取的月利率在1994年为5.55‰。

下面对子集给出定义：

设有两个集合A、B，如果集合A中的任何一个元素都属于集合B，则称A为B的一个子集，用$A\subset B$(或$B\supset A$)来表示，读作A包含于B(或B包含A)。例如在“中国人民银行省级分行”集合中，“华东地区内省级人民银行”就是它的一个子集合。另外，如用“$\forall x$”表示任意一个x，则$A\subset B\Leftrightarrow$(等价于)$\forall x\in A$，都有$x\in B$。

集合的表示法有以下三种：

(一)列举法

把集合中元素一一列出，并用大括号括起的方法叫做列举法。例如，“1993年我国发行的有价证券种类”这个集合可以表示为{国库券、企业债券、股票、大额可转让定期存单……}。

(二)构造法

由于列举法一般适用于有限集，即集合中元素的个数是有限的。如果一个集合有无限个元素，一般就要用构造法把集合中元素的共性用数学语言来描述。例如，“新开户活期存款额”这个集合可表示为$\{x|x$为新开户活期存款额(元)，$x\geqslant 1$(元)$\}$，一般用构造法表示的集合记为$\{x|P(x)\}$，大括号中的x代表构成集合的各个元素，一竖的右边$P(x)$表示该元素具有的共性。

(三)特征函数法

对一个普通集合A来说，任何一个元素或者属于它，或者不属于它，二者必居且仅居其一。因此，这种特性可用集合A的特征函数χ_A来描述：

$$\chi_A(x)=\begin{cases}1 & (x\in A)\\ 0 & (x\notin A)\end{cases}$$

A的特征函数在x处的值$\chi_A(x)$也叫做x对A的隶属度。当$x\in A$时，隶属度是1，表示x绝对属于A；当$x\notin A$时，隶属度是0，表示x绝对不属于A。

这样，通过各元素的特征函数值(或隶属度)与集合{0,1}中的两个元素一一对应，就能清楚地描述一个普通集合。例如，一家银行考虑七个投资项目，记作x_1、x_2、x_3、x_4、x_5、x_6和x_7，在这一论域中，若用C表示"投资回收期超过一年"的集合，用D表示"投资回收期不超过一年"的集合，这样C和D这两个集合采用特征函数法可分别表示如下：

$$C=\frac{1}{x_1}+\frac{0}{x_2}+\frac{0}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{0}{x_5}+\frac{0}{x_6}+\frac{1}{x_7}$$

$$D=\frac{0}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{0}{x_4}+\frac{1}{x_5}+\frac{1}{x_6}+\frac{0}{x_7}$$

注意上式右端分式无分式求和之意，每项分式并不表示相除，分母是论域中的元素，分子是该元素对应的特征函数值(隶属度)。

从集合C和D不难看出，第1个投资项目、第4个投资项目和第7个投资项目回收期超过一年；第2个投资项目、第3个投资项目、第5个投资项目和第6个投资项目回收期没有超过一年。

这里的集合C和D实际是互为补集。

普通集合之间的运算主要有以下几种：

1)并集：由属于A或属于B的一切元素组成新的集合，称为A与B的并集，记为$A\cup B$。

2)交集：由同时属于A与B的一切元素组成新的集合，称为A与B的交集，记为$A\cap B$。

3)差集：由属于A但不属于B的一切元素组成新的集合，称为A与B的差集，记为$A-B$，或记为$A\overline{B}$。

4)补集：若$A\subset I$，则称$I-A$为A的补集，记为$\overline{A}=I-A$，可见补集是一种特殊的差集。

§2—2 模糊集及其运算

模糊集，又称“不分明集”、“弗晰集”，是模糊数学中最基本概念，由美国数学家查德(L·A·Zadeh)1965年提出。为了弄清什么是模糊集，首先要弄清概念的内涵和外延。

概念是思维的基本单位，任何一个概念总有它的内涵和外延。概念的内涵指的是这一概念的本质属性，即集合的定义；而概念的外延指的是符合这一概念的全体对象，即集合本身。外延限定了概念的内涵，内涵和外延前后要保持一致。

在第一节介绍的普通集合A中，我们知道一个元素或者属于集合A，或者不属于集合A，没有模棱两可的情况，即以集合A为外延的概念是一个有着明确外延的概念。

然而，在复杂的金融投资社会现象中却充满着许多模糊概念。例如，投资利润率的高低、投资回收期的快慢、项目的经济使用期限的长短等等，都反映出许多不确切性。精确地定出利润率的高低、投资回收期的快慢、项目的经济使用期限的长短一般是困难的。象这些“高与低”、“快和慢”、“长与短”等彼此对立的概念都是没有明确的外延，这就是说，它们都是一些模糊概念，与普通集合表示精确概念是截然不同的。因而它们无法用普通集合来表示，这就必须将普通集合推广到模糊集合，打破普通集合(即经典集合)中元素对集合的绝对隶属关系，在 $x \in A$ 与 $x \notin A$ 之间考虑其中间状态，提出“隶属程度”的思想，这是引进一个模糊集的关键所在。

回顾前一节我们用特征函数方法表示一个普通集合A，即利用特征函数 $\chi_A(x)$。若 $\chi_A(x)=0$，说明元素x不属于集合A；若 $\chi_A(x)=1$，则说明元素x属于集合A。因而在普通集合论中，特征函数 $\chi_A(x)$ 仅与含有两个元素的集合{0,1}相对应。除消这个限制，我们就可以得到由隶属函数所表达的模糊子集概念：

论域X上的一个模糊子集A(简记为 $\underset{\sim}{A}$)是指对 $\forall x \in X$，都能指