经全国中小学教材审定委员会2004年初审通过

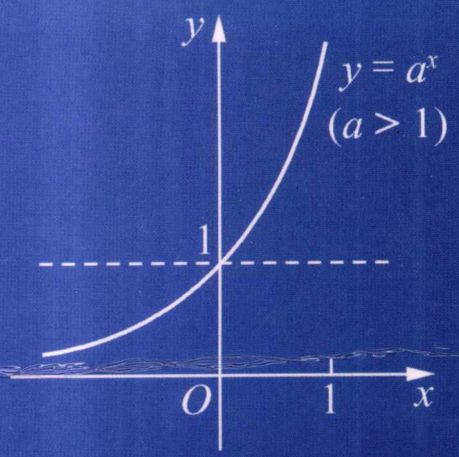
普通高中课程标准实验教科书

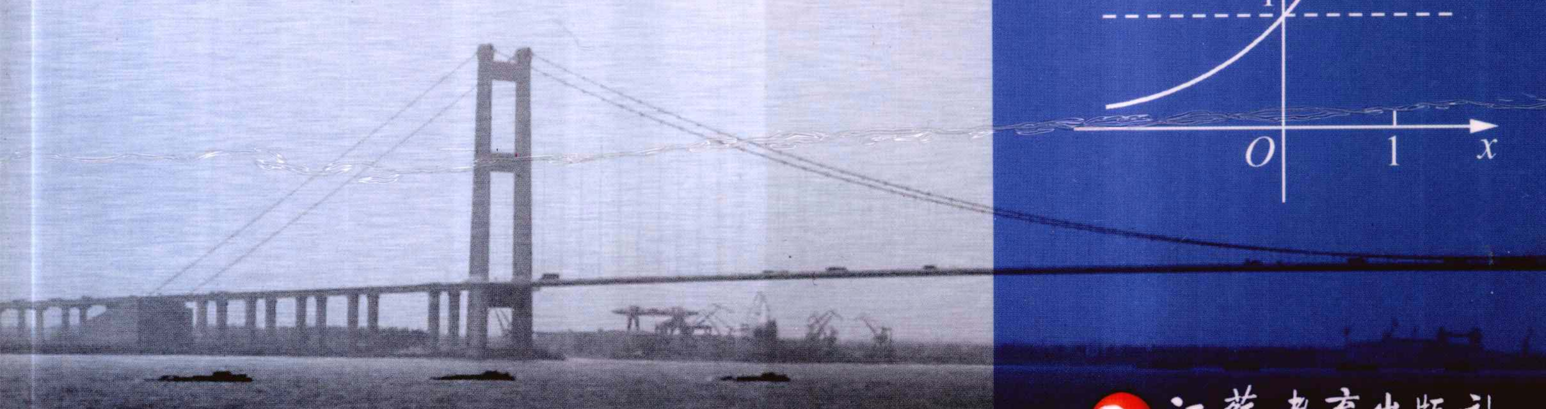
（必修）

数学

SHU XUE

1





江蘇教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE


数学
SHU XUE
1

普通高中课程标准实验教科书

（必修）数学

主　编：单　墫
副主编：李善良　陈永高　王巧林

江蘇教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

普通高中课程标准实验教科书
书　　名　数学 1(必修)
责任编辑　胡晋宾
出版发行　江苏教育出版社
地　　址　南京市马家街 31 号(邮编 210009)
网　　址　http://www.1088.com.cn
集团地址　江苏出版集团(南京中央路 165 号 210009)
集团网址　凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
经　　销　江苏省新华发行集团有限公司
照　　排　南京展望照排印刷有限公司
印　　刷　南通韬奋印刷厂
厂　　址　南通南大街 97 号
电　　话　0513－5512091
开　　本　890×1240 毫米　1/16
印　　张　6.75
版　　次　2004 年 8 月第 1 版
　　　　　2004 年 8 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN　7－5343－5865－5/G・5560
定　　价　7.40 元
邮购电话　025－85400774,8008289797
盗版举报　025－83204538

主　　编　单　墫

副 主 编　李善良　陈永高　王巧林

本册主编　葛　军

编写人员　樊亚东　张松年　葛　军　徐稼红　李善良

参与设计　苏维宜　秦厚荣　张乃达　仇炳生　陈光立

数学是科学的大门和钥匙.

——伽利略

一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到完善的地步.

——马克思

致 同 学

亲爱的同学，祝贺你开始高中阶段的学习生活.

我们知道，数学与生活紧密相连. 数学可以帮助我们认识世界，改造世界，创造新的生活. 数学是高中阶段的重要学科，不仅是学习物理、化学等学科的基础，而且对我们的终身发展有较大的影响.

面对实际问题，我们要认真观察、实验、归纳，大胆提出猜想. 为了证实或推翻提出的猜想，我们要通过分析，概括、抽象出数学概念，通过探究、推理，建立数学理论. 我们要积极地运用这些理论去解决问题. 在探究与应用过程中，我们的思维水平会不断提高，我们的创造能力会得到发展. 在数学学习过程中，我们将快乐地成长.

考虑广大同学的不同需要，本书提供了较大的选择空间.

书中的引言、正文、练习、习题中的“感受・理解”、阅读、本章回顾等内容构成一个完整的体系. 它体现了教材的基本要求，是所有学生应当掌握的内容. 相信你一定能学好这部分内容.

本书还设计了一些具有挑战性的内容，包括思考、探究、链接，以及习题中的“思考・运用”、“探究・拓展”等，以激发你探索数学的兴趣. 在掌握基本内容之后，选择其中一些内容作思考与探究，你会更加喜欢数学.

说　　明

江苏教育出版社出版的《普通高中课程标准实验教科书·数学》是根据 2003 年教育部制订的《普通高中数学课程标准(实验)》编写的.

该套教科书充分体现数学课程标准的基本理念,使学生通过高中阶段的学习,能获得适应现代生活和未来发展所必需的数学素养,满足他们个人发展与社会进步的需要.

教科书力图使学生在丰富的、现实的、与他们经验紧密联系的背景中感受数学、建立数学、运用数学,做到"入口浅,寓意深".通过创设恰当的问题情境,引导学生进行操作、观察、探究和运用等活动,感悟并获得数学知识与思想方法.在知识的发生、发展与运用过程中,培养学生的思维能力、创新意识和应用意识.

教科书按知识发展、背景问题、思想方法三条主线,通过问题将全书贯通.每个模块围绕中心教育目标展开,每章围绕核心概念或原理展开.教科书充分关注数学与自然、生活、科技、文化、各门学科的联系,让学生感受到数学与外部世界是息息相通、紧密相连的.

教科书充分考虑学生的不同需求,为所有学生的发展提供帮助,为学生的不同发展提供较大的选择空间.整个教科书设计为:一个核心(基本教学要求),多个层次,多种选择.学好核心内容后,根据需要,学生有多种选择,每一个人都能获得必备的数学素养与最佳发展.

众多的数学家、心理学家、学科教育专家、特级教师参加了本套教科书的编写工作.参与本册讨论与审稿的专家与教师有:陈跃辉、董林伟、丁世明、陆云泉、寇恒清、冯惠愚、冯建国、胡晋宾、蒋声、石志群、孙旭东、陶维林、杨裕前、于明、周学祁等,在此向他们深表感谢!

本书编写组

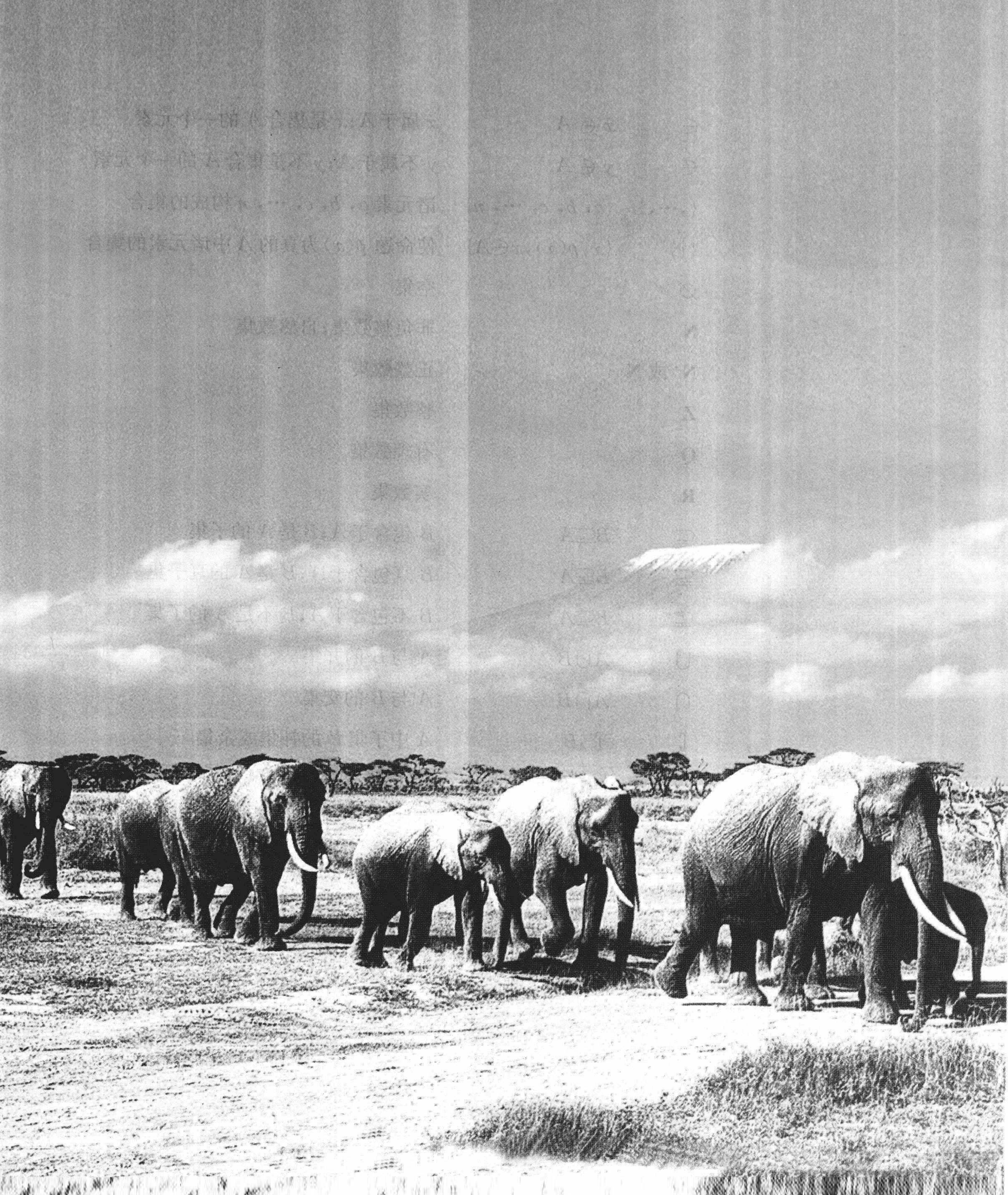
2004 年 7 月

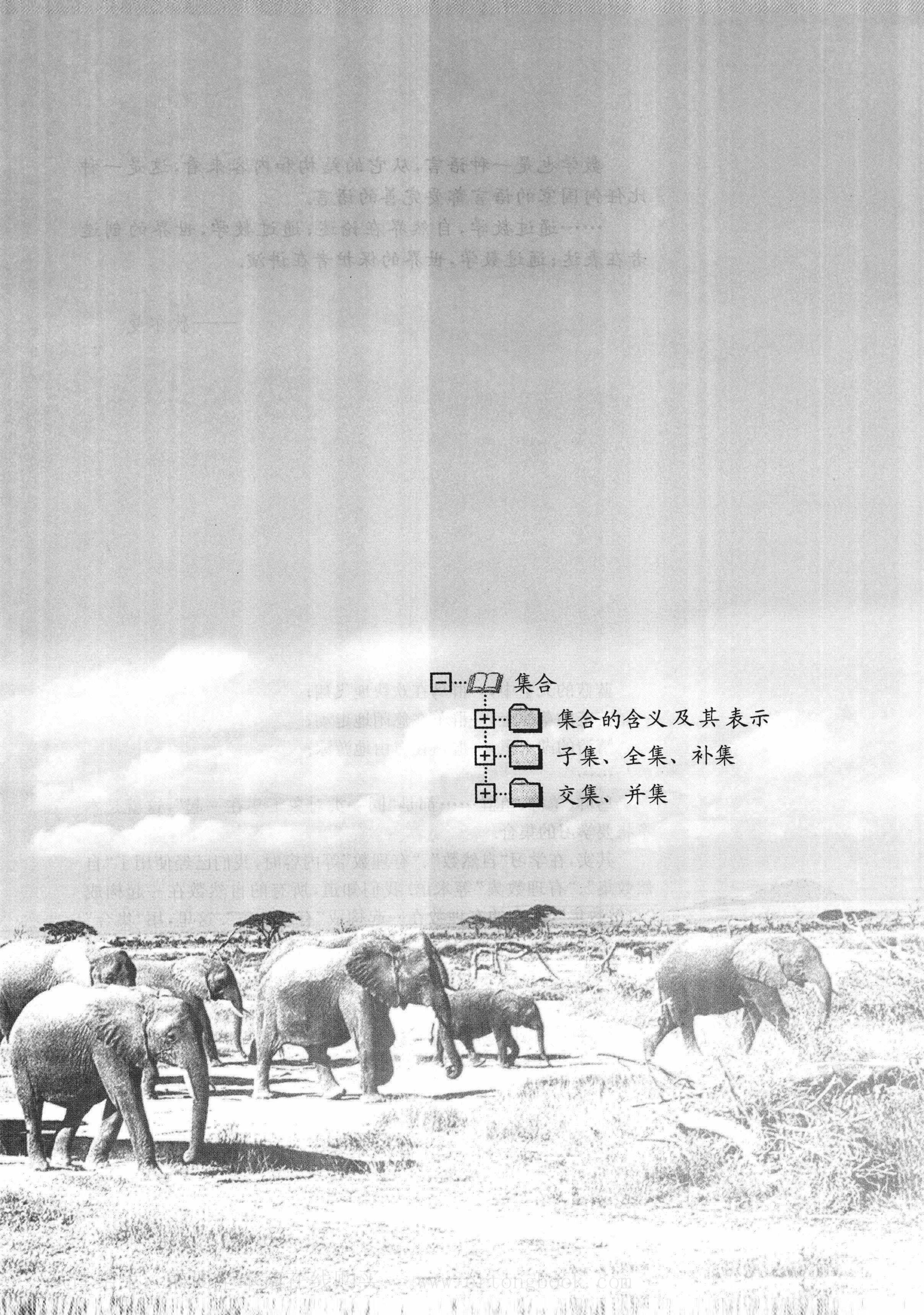
目　　录

本书部分常用符号

$\in$	$x \in A$	x 属于 A；x 是集合 A 的一个元素
$\notin$	$y \notin A$	y 不属于 A；y 不是集合 A 的一个元素
$\{,\cdots,\}$	$\{a, b, c, \cdots, n\}$	诸元素 a，b，c，…，n 构成的集合
$\{\mid\}$	$\{x \mid p(x), x \in A\}$	使命题 $p(x)$ 为真的 A 中诸元素的集合
$\varnothing$		空集
$\mathbf{N}$		非负整数集；自然数集
$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$		正整数集
$\mathbf{Z}$		整数集
$\mathbf{Q}$		有理数集
$\mathbf{R}$		实数集
$\subseteq$	$B \subseteq A$	B 包含于 A；B 是 A 的子集
$\subsetneqq$	$B \subsetneqq A$	B 真包含于 A；B 是 A 的真子集
$\not\subseteq$	$B \not\subseteq A$	B 不包含于 A；B 不是 A 的子集
$\cup$	$A \cup B$	A 与 B 的并集
$\cap$	$A \cap B$	A 与 B 的交集
$\complement$	$\complement_A B$	A 中子集 B 的补集或余集
$[,]$	$[a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b 的闭区间
$(,)$	(a, b)	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b 的开区间
$[,)$	$[a, b)$	$\mathbf{R}$ 中由 a（含于内）到 b 的右半开区间
$(,]$	$(a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b（含于内）的左半开区间
$f: A \to B$		集合 A 到集合 B 的映射

第1章 集　　合





集合

数学也是一种语言，从它的结构和内容来看，这是一种比任何国家的语言都要完善的语言.

……通过数学，自然界在论述；通过数学，世界的创造者在表达；通过数学，世界的保护者在讲演.

——狄尔曼

蓝蓝的天空中，一群鸟在欢快地飞翔；
茫茫的草原上，一群羊在悠闲地走动；
清清的湖水里，一群鱼在自由地游泳；
……

鸟群、羊群、鱼群……都是“同一类对象汇集在一起”，这就是本章将要学习的集合.

其实，在学习“自然数”、“有理数”等内容时，我们已经使用了“自然数集”、“有理数集”等术语. 我们知道，所有的自然数在一起构成“自然数集”，所有的有理数在一起构成“有理数集”. 这里，用“集合”来描述研究的对象，既简洁又方便. 那么，我们不禁要问：

- 集合的含义是什么？
- 集合之间有什么关系？
- 怎样进行集合的运算？

1.1 集合的含义及其表示

请仿照下列叙述，向全班同学介绍一下你的家庭、原来读书的学校、现在的班级等情况.

我家有爸爸、妈妈和我；

我来自第三十八中学；

我现在的班级是高一(1)班. 全班共有学生 45 人，其中男生 23 人，女生 22 人.

● 像“家庭”、“学校”、“班级”、“男生”、“女生”等概念有什么共同的特征？

康托尔(G. Cantor，1845～1918)，德国数学家、集合论创始人，他于 1895 年谈到“集合”一词.

在生活中，我们会遇到各种各样的事物. 为了方便讨论，我们需要在一定范围内，按一定标准对所讨论的事物进行分类. 分类后，我们会用一些术语来描述它们，例如“群体”、“全体”、“集合”等.

一般地，一定范围内某些确定的、不同的对象的全体构成一个集合(set). 集合中的每一个对象称为该集合的元素(element)，简称元.

“中国的直辖市”构成一个集合，该集合的元素就是北京、天津、上海和重庆这四个城市.

“young 中的字母”构成一个集合，该集合的元素就是 y，o，u，n，g 这五个字母.

“book 中的字母”也构成一个集合，该集合的元素就是 b，o，k 这三个字母.

集合常用大写拉丁字母来表示，如集合 A、集合 B 等.

一般地，自然数集记作 $\mathbf{N}$，正整数集记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$，整数集记作 $\mathbf{Z}$，有理数集记作 $\mathbf{Q}$，实数集记作 $\mathbf{R}$.

集合的元素常用小写拉丁字母表示. 如果 a 是集合 A 的元素，就记作 $a\in A$，读作“a 属于 A”；如果 a 不是集合 A 的元素，就记作 $a\notin A$ 或 $a\ \overline{\in} A$，读作“a 不属于 A”. 例如，$\sqrt{2}\in\mathbf{R}$，$\sqrt{2}\notin\mathbf{Q}$.

表示集合的常用方式有以下两种：

列举法　将集合的元素一一列举出来，并置于花括号“{ }”内，如{北京，天津，上海，重庆}，{y, o, u, n, g}. 用这种方法表示集合，元素之间要用逗号分隔，但列举时与元素的次序无关.

如果两个集合所含的元素完全相同（即 A 中的元素都是 B 的元素，B 中的元素也都是 A 的元素），则称这两个集合相等，如

{北京，天津，上海，重庆}＝{上海，北京，天津，重庆}.

$\{x \mid p(x)\}$ 中 x 为集合的代表元素，$p(x)$ 指元素 x 具有的性质.

描述法　将集合的所有元素都具有的性质（满足的条件）表示出来，写成 $\{x|p(x)\}$ 的形式，如：$\{x|x$ 为中国的直辖市$\}$，$\{x|x$ 为 young 中的字母$\}$，$\{x \mid x<-3, x \in \mathbf{R}\}$.

有时用 Venn 图示意集合，更加形象直观（如图 1－1－1）.

文恩（J. Venn，1834～1923），英国数学家.

(1)　　(2)

图 1－1－1

一个集合可以用不同的表示方法，例如，由方程 $x^2-1=0$ 所有的实数解构成的集合，可以表示为下列形式.

(1) 列举法：$\{-1, 1\}$（也可以是 $\{1, -1\}$）；

(2) 描述法：$\{x \mid x^2-1=0, x \in \mathbf{R}\}$（也可以是 $\{x \mid x$ 为方程 $x^2-1=0$ 的实数解$\}$）.

注意 $\{x \mid x^2-1=0, x \in \mathbf{R}\}=\{-1, 1\}=\{1, -1\}$.

例 1　求不等式 $2x-3>5$ 的解集.

解　由 $2x-3>5$ 可得 $x>4$，所以不等式 $2x-3>5$ 的解集为

$$\{x \mid x>4, x \in \mathbf{R}\}.$$

这里，$\{x|x>4, x \in \mathbf{R}\}$ 可简记为 $\{x|x>4\}$.

例 1 中的解集的元素有无限多个.

一般地，含有有限个元素的集合称为有限集(finite set). 若一个集合不是有限集，就称此集合为无限集(infinite set). 我们把不含任何元素的集合称为空集(empty set)，记作 $\varnothing$.

例2 求方程 $x^2+x+1=0$ 所有实数解的集合.

解　因为 $x^2+x+1=0$ 没有实数解,所以

$$\{x \mid x^2+x+1=0,\ x\in\mathbf{R}\}=\varnothing.$$

练　习

1. 用列举法表示下列集合:

(1) $\{x \mid x+1=0\}$.

(2) $\{x|x$ 为 15 的正约数$\}$;

(3) $\{x|x$ 为不大于 10 的正偶数$\}$;

2. 用描述法表示下列集合:

(1) 奇数的集合;

(2) 正偶数的集合;

(3) 不等式 $x^2+1\leqslant 0$ 的解集.

3. 用"$\in$"或"$\notin$"填空:

(1) 1 ________ $\mathbf{N}$, -3 ________ $\mathbf{N}$, 0 ________ $\mathbf{N}$, $\sqrt{2}$ ________ $\mathbf{N}$,

1 ________ $\mathbf{Z}$, -3 ________ $\mathbf{Q}$, 0 ________ $\mathbf{Z}$, $\sqrt{2}$ ________ $\mathbf{R}$;

(2) $A=\{x \mid x^2-x=0\}$,则 1 ________ A, -1 ________ A;

(3) $B=\{x \mid 1\leqslant x\leqslant 5,\ x\in\mathbf{N}\}$,则 1 ________ B, 1.5 ________ B;

(4) $C=\{x \mid -1<x<3,\ x\in\mathbf{Z}\}$,则 0.2 ________ C,3 ________ C.

4. 用列举法表示下列集合:

(1) $\{a \mid 0\leqslant a<5,\ a\in\mathbf{N}\}$;

(2) $\{(x,\ y) \mid 0\leqslant x\leqslant 2,\ 0\leqslant y<2,\ x,\ y\in\mathbf{Z}\}$;

(3) "mathematics"中字母构成的集合.

5. 调查你所在小组同学的生肖,写出与你生肖相同的所有同学的集合.

1.2 子集、全集、补集

● 观察下列各组集合，A 与 B 之间具有怎样的关系？如何用语言来表述这种关系？

(1) $A=\{-1, 1\}$, $B=\{-1, 0, 1, 2\}$;

(2) $A=\mathbf{N}$, $B=\mathbf{R}$;

(3) $A=\{x \mid x$ 为北京人$\}$, $B=\{x \mid x$ 为中国人$\}$.

上述每组中的集合 A，B 具有的关系可以用子集的概念来表述.

如果集合 A 的任意一个元素都是集合 B 的元素（若 $a \in A$ 则 $a \in B$），则称集合 A 为集合 B 的**子集**(subset)，记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$，读作“集合 A 包含于集合 B”或“集合 B 包含集合 A”.

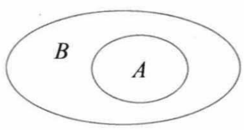


图 1-2-1

例如，$\{1, 2, 3\} \subseteq \mathbf{N}$，$\mathbf{N} \subseteq \mathbf{R}$，$\{x \mid x$ 为北京人$\} \subseteq \{x \mid x$ 为中国人$\}$ 等. $A \subseteq B$ 可以用 Venn 图来表示（图 1-2-1）.

根据子集的定义，我们知道 $A \subseteq A$. 也就是说，任何一个集合是它本身的子集. 对于空集 $\varnothing$，我们规定 $\varnothing \subseteq A$，即空集是任何集合的子集.

思 考

$A \subseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 能否同时成立？

例 1 写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集.

集合 $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ 有多少个子集？

解 集合 $\{a, b\}$ 的所有子集是 $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$.

如果 $A \subseteq B$，并且 $A \neq B$，这时集合 A 称为集合 B 的**真子集**(proper set)，记为 $A \subsetneqq B$ 或 $B \supsetneqq A$，读作“A 真包含于 B”或“B 真包含 A”，如 $\{a\} \subsetneqq \{a, b\}$.

例 2 下列各组的三个集合中，哪两个集合之间具有包含关系？

(1) $S=\{-2, -1, 1, 2\}$, $A=\{-1, 1\}$, $B=\{-2, 2\}$;

(2) $S=\mathbf{R}$, $A=\{x \mid x \leqslant 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B=\{x \mid x>0, x \in \mathbf{R}\}$;

(3) $S=\{x \mid x$ 为地球人$\}$, $A=\{x \mid x$ 为中国人$\}$, $B=\{x \mid x$ 为外国人$\}$.

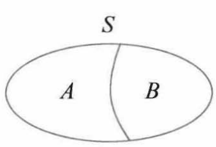


图 1-2-2

解 在(1)、(2)、(3)中都有 $A \subsetneqq S$, $B \subsetneqq S$，可以用图 1-2-2 来

表示.

思　考

观察例 2 中每一组的三个集合,它们之间还有一种什么关系?

设 $A\subseteq S$,由 S 中不属于 A 的所有元素组成的集合称为 S 的子集 A 的**补集**(complementary set),记为 $\complement_S A$(读作"A 在 S 中的补集"),即

$$\complement_S A=\{x\mid x\in S,且\ x\notin A\}.$$

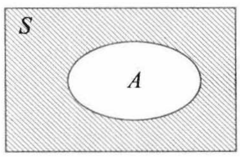


图 1-2-3

$\complement_S A$ 可用图1-2-3中的阴影部分来表示.

对于例 2,我们有

$$B=\complement_S A,\ A=\complement_S B.$$

如果集合 S 包含我们所要研究的各个集合,这时 S 可以看做一个全集(universal set),全集通常记作 U.

例如,在实数范围内讨论集合时,$\mathbf{R}$ 便可看做一个全集 U.

例 3　不等式组 $\begin{cases}2x-1>0,\\3x-6\leqslant 0\end{cases}$ 的解集为 A,$U=\mathbf{R}$,试求 A 及 $\complement_U A$,并把它们分别表示在数轴上.

解　$A=\{x\mid 2x-1>0,且\ 3x-6\leqslant 0\}=\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{2}<x\leqslant 2\right\}$,

$\complement_U A=\left\{x\,\middle|\,x\leqslant\frac{1}{2},或\ x>2\right\}$,在数轴上分别表示如下.

注意实心点与空心点的区别.

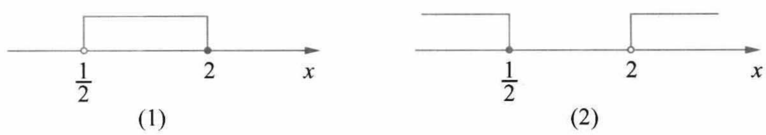


图 1-2-4

练　习

1. 写出集合$\{1, 2, 3\}$的所有子集.
2. $\complement_U A$ 在 U 中的补集等于什么?
3. 判断下列表示是否正确:

   (1) $a\subseteq\{a\}$;　　(2) $\{a\}\in\{a, b\}$;

   (3) $\{a, b\}\subseteq\{b, a\}$;　　(4) $\{-1, 1\}\subsetneqq\{-1, 0, 1\}$;

   (5) $\varnothing\subsetneqq\{-1, 1\}$.
4. 若 $U=\mathbf{Z}$, $A=\{x\mid x=2k, k\in\mathbf{Z}\}$, $B=\{x\mid x=2k+1, k\in\mathbf{Z}\}$,则 $\complement_U A=$ __________, $\complement_U B=$ __________.