



21世纪全国本科院校土木建筑类**创新型**应用人才培养规划教材

建筑结构优化及应用

主 编 朱杰江

赠送电子课件



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国本科院校土木建筑类创新型应用人才培养规划教材

建筑结构优化及应用

主 编 朱杰江



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书介绍了建筑结构优化设计的基本概念,着重介绍了常用的两大类优化方法——工程方法和数学方法,最后两章给出了与实际工程紧密相关的结构优化解决方法。本书主要内容:结构优化准则法、无约束最优化方法、线性及非线性规划、几何规划和动态规划、拓扑优化、钢筋混凝土框架优化设计和高层建筑结构抗侧刚度的优化。

本书尽可能地将优化理论与实际工程相结合,通过本书的学习,读者能够更好地进行实际工程的优化设计。优化设计必须借助计算机完成,因此优化设计的程序必不可少,编者将研究多年完成的空间钢筋混凝土框架结构优化设计的程序作为本书附录供读者参考。

本书可作为高等学校土木工程专业高年级本科生及研究生的教材,也可作为土木工程专业的工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

建筑结构优化及应用/朱杰江主编. —北京:北京大学出版社, 2011.1

(21世纪全国本科院校土木建筑类创新型应用人才培养规划教材)

ISBN 978-7-301-17957-4

I. ①建… II. ①朱… III. ①建筑结构—结构最优化—高等学校—教材 IV. ①TU318

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 203957 号

书 名: 建筑结构优化及应用

著作责任者: 朱杰江 主编

策 划 编 辑: 吴 迪

责 任 编 辑: 伍大维

标 准 书 号: ISBN 978-7-301-17957-4/TU·0143

出 版 者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> <http://www.pup6.com>

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

电 子 邮 箱: pup_6@163.com

印 刷 者: 北京鑫海金澳胶印有限公司

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 16.25 印张 375 千字

2011 年 1 月第 1 版 2011 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 30.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024

电子邮箱: fd@pup.pku.edu.cn

前 言

建筑结构的安全与经济有时是一对矛盾体。随着市场经济的不断完善，房屋建造商越来越重视建筑物的经济性能，但是安全也是一个绝对不能忽视的问题。如何建造出既经济又安全的房屋，是目前迫切需要解决的问题，用最少的材料或造价建造出满足规范和使用要求的建筑是我们需要努力追求的目标。

结构优化的概念古已有之，最早可追溯到 19 世纪 80 年代 Maxwell 提出的同时破坏设计。20 世纪 50 年代末，Schmit 第一次用数学规划法求解结构的极值问题，这使得数学规划开始运用于结构优化之中，开启了结构优化研究的新时代。20 世纪 70 年代末，随着计算机技术的发展，结构优化研究取得了突破性的进展。但优化研究的成果在实际工程中的应用还远远不够，主要原因在于结构优化的理论研究与实际工程应用严重脱节，在大学或研究单位的科研人员偏向于优化的理论研究，其成果可能不能满足规范和工程习惯的要求，难以在实际工程中推广和应用；而在工程应用单位的科研人员往往缺少优化的基础理论知识，他们做得最多的是结构方案的比较和选择，很难从优化理论层面上解决实际工程问题。本书试图将优化理论与实际工程应用紧密结合，使优化研究成果在实际工程中发挥较大的作用，进而对建设和谐节约型社会有所裨益。

本书共分 9 章：第 1 章绪论；第 2 章结构优化准则法；第 3 章无约束最优化方法；第 4 章线性规划；第 5 章非线性规划；第 6 章几何规划和动态规划；第 7 章拓扑优化；第 8 章钢筋混凝土框架优化设计；第 9 章高层建筑结构抗侧刚度的优化。本书最后在附录中给出了钢筋混凝土框架优化设计的核心子程序源代码，完整的程序源代码请登陆邮箱 pup_6@163.com，与编辑联系。

本书第 1、2、7、9 章由上海大学朱杰江编写；第 3 章由南京工业大学王振波编写；第 4、6、8 章由上海大学郑悛睿编写；第 5 章中 5.1~5.7 节由合肥工业大学黄慎江编写；第 5 章中 5.8~5.9 节由上海大学陈庭军编写。本书由朱杰江统稿。钱晓康、姜亮参加了部分绘图和例题计算工作。

由于编者水平有限，书中难免会出现一些缺点和不足，希望读者批评指正。

朱杰江

2010.10

目 录

第 1 章 绪论 1

- 1.1 传统设计与优化设计的区别 1
 - 1.1.1 优化设计的基本概念 1
 - 1.1.2 简单优化算例 3
- 1.2 国内外结构优化设计研究的现状 7
 - 1.2.1 国外研究现状 7
 - 1.2.2 国内研究现状 8
- 1.3 结构优化的层次 8
 - 1.3.1 尺寸优化 9
 - 1.3.2 形状优化 9
 - 1.3.3 拓扑优化 9
- 1.4 结构优化在实际工程中的应用难点 10
- 小结 11
- 思考题 12
- 习题 12

第 2 章 结构优化准则法 13

- 2.1 准则法的概念和特点 13
- 2.2 满应力准则法 15
 - 2.2.1 应力比法 17
 - 2.2.2 齿行法 19
 - 2.2.3 带位移约束的齿行法 24
- 2.3 等强设计 29
- 2.4 分部优化 32
- 小结 35
- 思考题 36
- 习题 36

第 3 章 无约束最优化方法 38

- 3.1 概述 38
 - 3.1.1 定义 38

- 3.1.2 最优性条件 39
- 3.1.3 迭代方法 39
- 3.2 单变量的无约束最优化方法 40
 - 3.2.1 0.618 法 40
 - 3.2.2 抛物线法 42
 - 3.2.3 牛顿法 44
- 3.3 多变量的无约束最优化方法 46
 - 3.3.1 直接搜索法 46
 - 3.3.2 解析法 58
- 小结 67
- 思考题 67
- 习题 67

第 4 章 线性规划 68

- 4.1 线性规划的标准数学模型 68
 - 4.1.1 定义 68
 - 4.1.2 线性规划的标准模型 69
- 4.2 单纯形法 71
 - 4.2.1 图解法 71
 - 4.2.2 单纯形法的基本原理 72
 - 4.2.3 大 M 法 72
 - 4.2.4 两阶段法 76
- 4.3 改进单纯形法 78
- 4.4 线性规划的对偶问题 83
 - 4.4.1 原问题与对偶问题 83
 - 4.4.2 对偶单纯形法 86
- 小结 88
- 思考题 88
- 习题 88

第 5 章 非线性规划 90

- 5.1 非线性规划法的基本概念 90
- 5.2 拉格朗日乘数法 91
 - 5.2.1 概念 91

5.2.2 等式约束的极值问题	91	6.3 动态规划	137
5.2.3 不等式约束的极值 问题	93	6.3.1 动态规划的优化原则	137
5.3 可行方向法	94	6.3.2 动态规划的实例应用	139
5.4 复形法	99	小结	144
5.4.1 复形法的基本思想与 特点	100	思考题	145
5.4.2 复形法的算法步骤及 实例	100	习题	145
5.4.3 复形法的优缺点	102	第7章 拓扑优化	147
5.5 网格法	102	7.1 拓扑优化的基本概念	147
5.5.1 网格法的基本概念	102	7.2 均匀化方法	148
5.5.2 网格法的计算步骤	103	7.2.1 均匀化理论	148
5.6 Kuhn-Tucker 最优条件	104	7.2.2 均匀化弹性张量	151
5.7 梯度侧移法	107	7.2.3 基于均匀化理论的 拓扑优化方法	152
5.7.1 梯度侧移法的概念	107	7.2.4 拓扑优化算例	154
5.7.2 线性约束情况	107	小结	154
5.7.3 非线性约束情况	110	思考题	155
5.8 序列线性规划	111	第8章 钢筋混凝土框架优化 设计	156
5.8.1 序列线性规划的 基本原理	111	8.1 多级优化设计方法	156
5.8.2 序列线性规划的 几点改进	113	8.1.1 概述	156
5.8.3 序列线性规划在混凝土 梁截面优化中的应用	114	8.1.2 多级优化设计方法的 基本思想	157
5.9 序列无约束优化方法	114	8.2 优化数学模型	159
5.9.1 内点法	115	8.2.1 目标函数	159
5.9.2 外点法	116	8.2.2 设计变量	160
5.9.3 混合法	118	8.2.3 常数参量	161
小结	118	8.2.4 约束条件	161
思考题	119	8.3 钢筋混凝土框架优化设计 程序介绍	165
习题	119	8.3.1 概述	165
第6章 几何规划和动态规划	120	8.3.2 主要技术路线	165
6.1 几何规划和动态规划的概念	120	8.3.3 程序界面	174
6.1.1 几何规划的基本概念	120	8.4 实例应用	177
6.1.2 动态规划的基本概念	123	8.4.1 材料单价计算	177
6.2 几何规划	126	8.4.2 各种优化方法比较	180
6.2.1 无约束正定几何规划	126	8.4.3 实际工程应用	182
6.2.2 有约束正定几何规划	129	小结	184
		思考题	185

第 9 章 高层建筑结构抗侧刚度的优化	186	思考题	210
9.1 高层建筑结构的连续化模型	186	附录 A 钢筋混凝土框架优化软件程序 SFOD	211
9.1.1 基本假设	187	附录 B 读取 STRU. SAT 文件的 VB 源代码	244
9.1.2 结构的总位能	187	附录 C 读取 LOAD. SAT 文件的 VB 源代码	247
9.2 求解位移场函数	192	参考文献	249
9.3 求解结构自振周期	194		
9.4 优化数学模型	195		
9.5 优化工程实例及应用效果	196		
小结	210		

第1章

绪论

教学提示

本章首先讲述了传统设计与优化设计的区别，并以一个简单的例子来说明这两种设计方法本质上的异同；介绍了国内外结构优化设计研究的现状，对一些常见的优化设计方法进行了简单介绍。接着介绍了结构优化的层次，简单阐述了尺寸优化、形状优化和拓扑优化等3个层次的优化问题。最后介绍了结构优化在实际工程中的应用难点，这个难点主要包含两个方面：技术层面和制度层面。

教学要求

通过本章学习，学生应对结构优化有一个基本了解，掌握结构优化的基本特点及与传统设计的区别，了解国内外结构优化设计的现状和常见的结构优化方法。

1.1 传统设计与优化设计的区别

传统设计是先假定材料的强度等级、各种构件的截面尺寸及构件的布置方式，建立工程结构的数据模型并进行内力和位移分析，然后验算构件的强度和变形，如果满足要求，则设计过程完成。这样的设计只是校核，并不是科学、合理的设计方法，设计质量的好坏，完全取决于设计人员的专业知识和实践经验，即使是同一位设计工程师，在不同时间做同一个工程时，也会产生两种不同的结果。优化设计是在众多的设计方案中选择一个最好的设计方案，它不需要人为假定各种构件的截面尺寸和材料强度等级，而由计算机程序根据某些优化目标，自动搜索出符合优化目标的设计变量。显然，在没有计算机的时代，要进行优化设计是不可思议的，随着计算机的出现才使得优化设计逐步走向应用。

1.1.1 优化设计的基本概念

要对结构进行优化设计，首先必须确定追求的目标是什么？如造价最省、质量最小、地震作用最小等。在这里，造价、质量、地震作用等被称为目标函数，对目标函数进行优化，在数学上可归结为对目标函数求最小值，于是结构优化问题可以表达成如下的数学公式：

$$\begin{array}{ll} \text{求：} & X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T \quad (1-1.1) \\ \text{min} & f(X) \quad (1-1.2) \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{s. t.} \quad & \left. \begin{aligned} g_i(X) &\leq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \\ h_j(X) &= 0 \quad (j=1, 2, \dots, k) \end{aligned} \right\} \quad (1-1.3)
 \end{aligned}$$

式中, X 为设计变量; $f(X)$ 为目标函数; $g_i(X)$ 为不等式约束; $h_j(X)$ 为等式约束; m 为不等式约束个数; k 为等式约束个数。

从这个数学公式可以看出, 结构优化设计有 3 个要素: 目标函数、设计变量和约束条件。

1. 目标函数

目标函数是优化设计变量的函数, 若优化设计变量本身是函数, 则目标函数所表示的是函数的函数。在结构优化设计中, 目标函数一般为造价最低、质量最小或地震作用最小, 也可根据实际情况设定相应的目标函数, 如在动力问题中, 要求结构的振幅为最小; 预制桩在起吊过程中受到的弯矩为最小等。因此, 目标函数会随着问题的不同或侧重点不同而有所变化, 表达的形式也多种多样。在某些优化设计中, 可能出现两个以上的目标, 这种问题称为多目标优化问题。解决多目标优化问题比较复杂, 目前常用的方法有以下 3 种。

1) 利用权系数处理成单目标函数

如地震作用最小不一定造价最省, 反过来造价最省也不一定地震作用最小, 要同时考虑结构的地震作用和造价, 可以将这两个目标用权系数联系在一起, 即

$$f(X) = \alpha(\text{地震作用}) + \beta(\text{造价}) \quad (1-2)$$

式中, α 、 β 为权系数。根据具体问题进行权系数的选取。显然, 该方法的难点在于如何合理地选取权系数。此外还要注意量纲的影响, 在式(1-2)中, 地震作用为力的量纲, 而造价为价格的量纲, 将这两者通过权系数加在一起就没有明确的物理意义了。

2) 保留主目标函数

根据具体问题, 抓住主要的目标函数, 而将其他目标函数处理成约束条件, 这样就可以把多目标函数优化问题转化成单目标函数优化。

3) 直接按多目标问题处理

将多目标函数按照重要性程度排序, 根据单目标优化问题的求解方法, 分别求出第 1, 2, $\dots$ 个目标函数的最优解。其中, 在求后一个目标函数的最优解时, 是在前一个目标函数所对应的最优解集基础上进行的。

2. 优化变量

一个结构设计方案是由若干个参数来表示的。这些参数可以是构件的截面尺寸、面积、惯性矩、构件长度、节点坐标等几何参数, 也可以是材料类型、弹性模量、强度等级等材料参数。从结构优化的绝对效果来看, 选取的参数越多, 优化效果越好, 但优化的时间成本也越大, 有时甚至无法优化求解。因此对于这些参数中的一部分参数可以根据已有的经验事先给定, 它们在优化设计过程中始终保持不变, 这样的参数称为优化设计常量或优化设计常数; 另一部分参数在优化设计过程中不断进行修改、调整, 一直处于变化状态中, 这样的参数称为优化设计变量。

在具体的优化问题中, 优化设计常量和优化设计变量的选取是非常关键的, 如果参数选取不合理, 则优化效果会很差甚至还不如传统的结构设计。关于优化设计变量, 可以是连续的, 也可以是离散的。对于具体工程问题, 离散优化设计变量较为常见, 如构件截面尺寸要符合模数的要求, 为了应用优化理论, 可以将这些参数看成连续优化变量, 优化结束时, 再选取最为接近的离散值, 有时也可以直接用离散变量的优化方法进行优化求解。

3. 约束条件

设计空间是设计方案的集合。在工程问题中,有些设计方案是不能满足规范要求的,称为不可行设计方案,反之则称为可行设计方案。所有不可行设计方案的集合组成不可行域,所有可行设计方案的集合组成可行域。

一个可行设计方案必须满足规范要求,也就是说,要满足某些设计限制条件,这些限制条件称为约束条件。约束条件大体上可以分为以下4类:

(1) 几何约束。几何约束是对优化变量的几何尺寸加以限制,如截面的宽度和高度、构件长度、节点坐标位置等。这类约束为显式约束,可表达成方程。

(2) 强度约束。强约束是保证结构极限承载能力和稳定性的约束,如正截面受弯承载力、正截面受压承载力和斜截面承载力等。对于复杂结构,构件内力如弯矩、剪力等很难用一个数学表达式来表示,故这类约束大多为隐式约束。

(3) 变形和裂缝宽度约束。变形和裂缝宽度约束是保证结构正常使用状态的约束,如结构的层间位移角、梁的挠度、受弯混凝土构件的裂缝宽度等。这类约束一般为隐式约束。

(4) 构造约束。保证结构能将施工和正常工作的约束,如在钢筋混凝土构件的优化设计中,要满足最小配筋率、轴压比、位移比、周期比等构造要求,这类约束可能是显式约束,也可能是隐式约束。

1.1.2 简单优化算例

下面以一个简单的例子来说明传统设计与优化设计的不同。图1.1所示为钢筋混凝土简支梁计算简图,混凝土强度等级为C30,纵向钢筋采用HRB400级钢筋。用传统设计方法和优化设计方法设计这根梁。

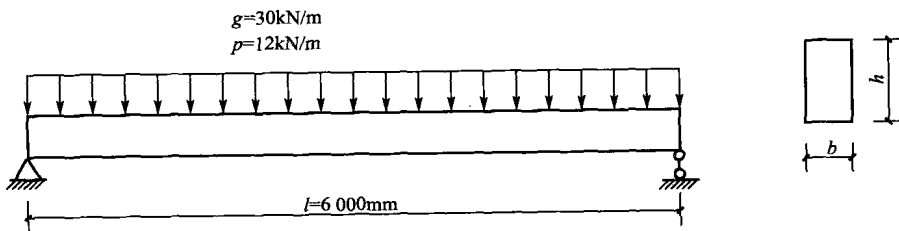


图 1.1 钢筋混凝土简支梁计算简图

1. 传统的设计方法

1) 假定钢筋混凝土梁的截面尺寸

根据经验,截面高度一般取跨度的 $1/12 \sim 1/8$, 本例取跨度的 $1/12$, 即 $h = 500\text{mm}$ 。截面宽度取高度的 $1/3 \sim 1/2$, 本算例取 $b = 200\text{mm}$ 。

2) 抗弯强度验算

截面尺寸确定以后,要进行截面的抗弯强度验算,也就是计算纵向受力钢筋的面积。具体过程如下:

(1) 计算简支梁跨中截面弯矩设计值。恒载分项系数 γ_G 取 1.2, 活载分项系数 γ_Q 取

1.4, 简支梁跨中截面弯矩设计值为

$$M = \gamma_G M_{Gk} + \gamma_Q M_{Qk} = 1.2 \times \frac{1}{8} \times 30 \times 6^2 + 1.4 \times \frac{1}{8} \times 12 \times 6^2$$

$$= 237.6 (\text{kN} \cdot \text{m}) = 2.376 \times 10^8 (\text{N} \cdot \text{mm})$$

(2) 相对界限受压区高度 ξ_b 。混凝土抗压强度设计值 $f_c = 14.3 \text{ N/mm}^2$; 抗拉强度设计值 $f_t = 1.43 \text{ N/mm}^2$; 钢筋强度设计值 $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$; 钢筋弹性模量 $E_s = 200\,000 \text{ N/mm}^2$ 。

$$\xi_b = \beta_1 / [1 + f_y / (E_s \times \epsilon_{cu})] = 0.8 / [1 + 360 / (200\,000 \times 0.0033)] = 0.518$$

(3) 计算纵向受力钢筋的面积。单筋矩形梁截面计算(图 1.2)如下:

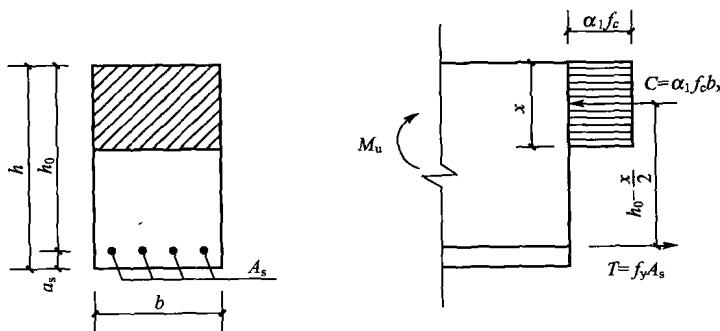


图 1.2 单筋矩形梁截面抗弯计算简图

受压区高度:

$$x = h_0 - \left[h_0^2 - \frac{2M}{\alpha_1 f_c b} \right]^{1/2}$$

$$= 460 - [460^2 - 2 \times 237\,600\,000 / (1 \times 14.3 \times 200)]^{1/2} = 246 (\text{mm})$$

相对受压区高度:

$$\xi = x / h_0 = 246 / 460 = 0.535 > \xi_b$$

由于相对受压区高度超过了界限高度, 该梁为超筋梁, 说明截面尺寸不能满足要求, 需重新假定截面。

(4) 重新选取梁截面尺寸。重新假定截面的宽和高分别为 $b = 300 \text{ mm}$ 、 $h = 600 \text{ mm}$, 则受压区高度:

$$x = h_0 - \left[h_0^2 - \frac{2M}{\alpha_1 f_c b} \right]^{1/2}$$

$$= 560 - [560^2 - 2 \times 237\,600\,000 / (1 \times 14.3 \times 300)]^{1/2} = 109 (\text{mm})$$

相对受压区高度:

$$\xi = x / h_0 = 109 / 560 = 0.195 \leq \xi_b$$

纵向受拉钢筋:

$$A_s = \alpha_1 f_c b x / f_y = 1 \times 14.3 \times 300 \times 109 / 360 = 1\,302 (\text{mm}^2)$$

配筋率:

$$\rho = A_s / (bh_0) = 1302 / (300 \times 600) = 0.723\%$$

最小配筋率:

$$\rho_{\min} = \max\{0.20\%, 0.45f_t/f_y\} = \max\{0.20\%, 0.18\%\} = 0.20\%$$

因此实际配置纵向受拉钢筋的面积为 1302mm^2 。

当抗弯强度验算不能通过时, 即截面尺寸偏小而不能满足要求时, 需重新假定梁的截面尺寸, 再回到第2)步进行抗弯强度验算, 直到满足要求为止。一般情况下, 一个经验丰富的工程师只要进行一次截面尺寸的假定就能通过强度验算, 而对于一个刚刚参加工作的设计师来讲, 可能要进行多次的截面尺寸假定才能通过。

2. 优化的设计方法

传统的设计方法主要关注构件的强度和变形问题, 对构件的质量和经济问题并不给予过多的考虑。而优化设计的首要任务是确定优化的目标, 在满足强度和变形的约束条件下进行设计变量的优化。

1) 目标函数和优化设计变量

本算例优化的目标函数为单位长度梁的造价, 为了简化, 该造价仅包括混凝土和纵向受力钢筋的价格, 可写成如下公式, 即

$$F = (bC_c + 7.85 \times A_s C_s) \times 10^{-6} = [b(h_0 + 40)C_c + 7.85 \times A_s C_s] \times 10^{-6} \quad (1-3)$$

式中, F 为优化目标函数; C_c 为混凝土单价(元/ m^3); C_s 为钢筋单价(元/t); 7.85 为钢筋密度(t/m^3); A_s 为钢筋截面积。

根据材料的市场价格, 并考虑施工制作成本, 混凝土和钢筋的单价分别取 430 元/ m^3 和 4500 元/t。

在式(1-3)中, 出现了3个待定参数 $b(\text{mm})$ 、 $h_0(\text{mm})$ 、 $A_s(\text{mm}^2)$, 选取 h_0 和 A_s 作为优化设计变量, b 作为优化设计常数, 取 250mm 。

2) 强度约束条件

根据混凝土结构设计规范, 由正截面受弯承载力计算公式可得强度约束条件为

$$M - f_c b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) \leq 0 \quad (1-4)$$

由轴向力的平衡条件可得

$$x = \frac{f_y A_s}{f_c b} \quad (1-5)$$

将式(1-5)代入式(1-4)并整理可得强度约束条件为

$$g_1 = M - f_y A_s h_0 \left(1.0 - \frac{f_y A_s}{2 f_c b h_0} \right) \leq 0 \quad (1-6.1)$$

为避免超筋梁的发生, 相对受压区高度必须加以控制, 也就是最大配筋率的约束条件应为

$$g_2 = \frac{A_s}{bh} - 0.518 \frac{f_c}{f_y} \leq 0 \quad (1-6.2)$$

最小配筋率的约束条件为

$$g_3 = 0.002 - \frac{A_s}{b(h_0 + 40)} \quad (1-6.3)$$

在满足以上约束条件的前提下, 截面 h_0 和 A_s 有无数种组合, 但其中必有一种组合既

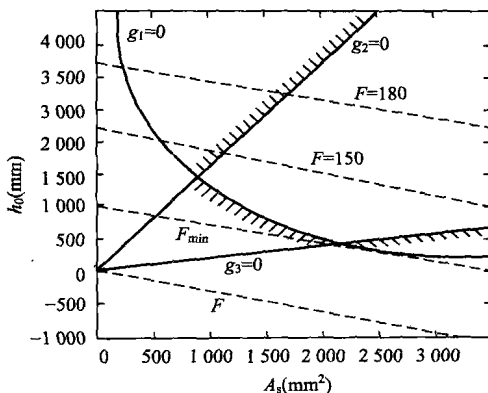


图 1.3 钢筋混凝土简支梁优化设计图解

满足抗弯强度，又满足梁的造价最省，这种截面称为最优截面。

这是一个二维设计变量的优化问题，可用图解法示意，如图 1.3 所示。

3) 优化求解

为使优化问题更加简单，以上 3 个约束条件应区别对待。将式(1-6.1)作为等式约束，至于配筋率的约束式(1-6.2)和式(1-6.3)，一般情况下均能满足，在本算例中略去。这样就可以利用等式强度约束式(1-6.1)，消除一个优化设计变量 h_0 ，即优化设计变量 h_0 可以用另一个优化设计变量 A_s 来表达：

$$h_0 = \frac{M}{f_y A_s} + \frac{f_y A_s}{2 f_c b} \quad (1-7)$$

将式(1-7)代入目标函数式(1-3)可得

$$F = \left[b \left(\frac{M}{f_y A_s} + \frac{f_y A_s}{2 f_c b} + 40 \right) C_c + 7.85 A_s C_s \right] \times 10^{-6} \quad (1-8)$$

接下来的问题就是求函数 F 的极值，对该函数求一阶导数为

$$\frac{dF}{dA_s} = \left[b C_c \left(\frac{-M}{f_y A_s^2} + \frac{f_y}{2 f_c b} \right) + 7.85 C_s \right] \times 10^{-6} \quad (1-9)$$

令一阶导数为零，可解得 A_s 为

$$A_s = \sqrt{\frac{2Mb}{\left(\frac{f_y}{f_c} + 15.7 \frac{C_s}{C_c} \right) f_y}} \quad (1-10)$$

由式(1-10)可以计算出本算例的纵向钢筋面积为

$$A_s = \sqrt{\frac{2 \times 2.376 \times 10^8 \times 250}{\left(\frac{360}{14.33} + 15.7 \times \frac{4500}{430} \right) \times 360}} = 1319.9 (\text{mm}^2)$$

由式(1-7)可得 $h_0 = 566.4 \text{mm}$ ，取截面高度 $h = 600 \text{mm}$ 。

4) 优化前后造价计算

由式(1-3)可以计算得到优化前后的钢筋混凝土梁造价。

优化前：

$$F_{\text{前}} = (b h C_c + 7.85 \times A_s C_s) \times 10^{-6} = (300 \times 600 \times 430 + 7.85 \times 1302 \times 4500) \times 10^{-6} \\ = 123.39 (\text{元/m})$$

优化后：

$$F_{\text{后}} = (b h C_c + 7.85 \times A_s C_s) \times 10^{-6} = (250 \times 600 \times 430 + 7.85 \times 1319.9 \times 4500) \times 10^{-6} \\ = 111.13 (\text{元/m})$$

优化后造价比优化前节省了 10.04%。

通过以上简单优化算例，借助图 1.3 所示可以直观地看出，传统的结构设计只要在可行域内任意取一个点都能满足设计要求——安全的要求，但这样设计出来的梁的造价如何设计师并没有给予过多的考虑。而优化的设计方法则要求在可行域内用优化方法搜索出造

价最省的一个点。从这个例子可以发现,优化设计并不是以牺牲结构安全为前提,而是寻找出混凝土和钢筋之间的最和谐关系,从而使得这两者的造价之和为最小。它与传统的结构设计方法一样,都必须满足有关规范的一切条件,即完全满足规范所规定的结构或构件的安全度。所不同的是优化的设计方法同时考虑安全和经济,运用优化理论在这两者之间找到一个最佳的平衡点。

1.2 国内外结构优化设计研究的现状

1.2.1 国外研究现状

早在300年以前,意大利科学家Galileo通过理论和实验的研究,在解决杆件尺寸与其所承受荷载间的关系时就提出了等强度梁的概念。以后Maxwell(1869)和Michall(1904)研究了桁架在单一工况下考虑应力约束时,最小质量的几何布局,等强度梁与Michall理想桁架已孕育了结构优化设计的思想,是结构优化设计的最早的重要贡献。

20世纪60年代L. A. Schmit把数学规划的方法引入到结构优化领域中,这标志着现代结构优化设计时代的开始,同时电子计算机及有限元方法的应用、航空航天工业的迅速发展对结构优化设计的发展都起了很大的推动作用。这一段时期,结构优化设计的发展形成了两个分支:优化准则法和数学规划法。两种方法各有自己的优势,但都存在一定的局限性。

优化准则法是最先发展的一种结构优化设计方法,20世纪50年代开始用于工程结构设计,20世纪60年代得到了较大的发展。大多数的优化准则法是通过已有的实践经验,通过一定的理论分析和判断而得到,所以优化准则法是一种工程方法。满应力设计是优化准则法中的一种主要方法,广泛应用于桁架结构中。满应力设计以力学分析为基础,使每根杆件的截面应力都接近或达到材料的容许应力即满应力,所以又称满应力准则。满应力准则的优化思路是对一个已知的结构布局,通过调整杆件的截面尺寸,使各杆件承载能力充分利用,如果达到了这个条件,就认为桁架的质量是最轻的。很显然,满应力准则法并不能得到真正意义上的结构质量最轻。但经验证明,利用优化准则法进行最轻设计一般能够收到很好的效果。优化准则法可根据直观的经验、力学概念或理性的推导利用优化准则法构造一个迭代算法,通过反复迭代求解。优化准则法求解结构优化问题效率较高,一般只需迭代十次左右即可,对问题的规模没有限制,设计变量的增加对效率几乎没有影响,求解过程简单,易于用计算机实现,优化准则法的最大优点是收敛快,要求重分析的次数一般跟变量的数目没有多大关系,所以对中型和大型结构的优化设计有重要的现实意义。

数学规划法是在规定的约束条件下,用数学手段去直接求目标函数的极大、极小值。根据约束条件的不同,数学规划法又可以分为无约束最优化问题、线性规划问题和非线性规划问题。数学规划法适用范围广泛,几乎可以将各类优化问题转化为一个数学规划问题,从而利用数学规划的各种方法求解,并且可以考虑多种工况及各种性能的约束条件。另外,数学规划法利用计算机在设计空间里自动搜索寻求最优解,得到的是一种真正意义上的最优解,但是由于优化问题的高度非线性、隐式性及大量的结构重分析运算,使得数学规划法求解效率较低,所求解的问题规模不能太大,设计变量不能太多。

从 20 世纪 70 年代末开始,研究者将准则法和数学规划法相结合,将数学规划法中的优化目标、约束条件等采用与准则法类似的处理方法,利用力学概念和各种近似手段,把高度非线性问题转化为规模较小的近似序列显式优化问题。利用数学规划方法,采用迭代的方法求解这些相对简单的序列显式问题来逼近原问题。

1.2.2 国内研究现状

我国最早开展结构优化研究的人是原大连工学院的钱令希教授,他所带领的研究小组自 1973 年开始进行结构优化研究,他们将数学规划法与优化准则法有机地结合在一起,解决了很多具体的实际问题。将满应力这种优化手段扩充到准则法之中,具体做法为:把结构分成许多子结构或构件,在结构分析给出这些构件的受力情况后,便可分别对它们按优化目标进行优化,然后再组合起来进行重分析,重复这种整体分析和分部优化的交替过程,直至收敛,这种方法被称为分部优化方法。其优点是它和满应力方法一样简单而且收效快;各个分部的优化可以采取任意最合适的方法。缺点是分部优化的组合不一定等于整体优化的结果。后来的研究者对这种方法进行了改进和完善,取得了很好的效果。如文献在分部优化方法的基础上,提出了框架有效优化设计变量及多级优化设计方法,有效地解决了同一楼层中,混凝土强度等级不同的问题,具有较大的实际意义。

原哈尔滨建筑工程学院王光远院士自 20 世纪 80 年代将优化理论引入到结构抗震设计中,提出了同时考虑结构本身造价和工程失效导致的总损失的抗灾结构优化的目标函数,得到了一套完整的切实可行的与现行规范完全接轨的优化设计方法,有效地解决了结构的最优抗震设防烈度的问题。

在实际工程问题中,优化设计变量要符合工程模数,这些优化设计变量不符合连续变化的条件,往往是离散变化的。大连理工大学孙焕纯教授自 20 世纪 80 年代开始涉足离散变量结构优化研究,取得了很多重要的研究成果,所提出的离散变量序列两级优化方法不仅能用于构件和结构中的截面优化,而且能用于形状、拓扑的优化。

南京工业大学侯昶教授首次将满意解的概念引入到建筑工程中。什么是满意解?满意解不同于一般最优化问题的解。最优化问题通常指按所给定的标准在某些约束条件下,取得最优解的解集(如数学规划法)。该法数学上较严谨,因而也较繁难,不易推广。而满意解是用软科学的方法,它并不刻意追求极值(靶心),只求能打到靶心周围即可,它是遵循美国诺贝尔奖获得者 H. A. Simon 提出的“令人满意准则”新概念的一种方法,它所得到的效果也不是用传统方法所能达到的。

1.3 结构优化的层次

对于一个给定的优化目标,要考虑的因素或优化变量可以有很多种,很显然优化变量选取得越多,优化结果就越理想,但往往这个只能是“一厢情愿”,限于目前的优化理论,有些优化问题是无解的。因此要找到问题的绝对最优解有时是非常困难的,只能退而求其次,找到相对最优解。在已知结构类型、结构体系和结构布局的前提下,进行结构构件截面尺寸和材料强度等级的优化问题目前研究得较为充分,且优化研究成果已经能够用于实

际工程。不妨将这一层次的优化定义为低层次优化,那么结构体系、结构柱网、结构布局 and 结构类型的优化就是高层次优化。因此按照结构优化的性质可以分为三个层次——尺寸优化、形状优化和拓扑优化。

1.3.1 尺寸优化

在给定结构的几何形状、拓扑和材料的情况下,求出满足约束条件的最优构件截面,这一方面理论已经基本成熟,并在多种结构设计中得到应用,如桁架、框架、桥梁、重力坝等。一个桁架结构杆件截面尺寸优化如图 1.4 所示。

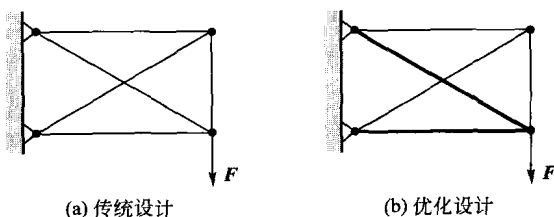


图 1.4 桁架杆件截面尺寸优化

1.3.2 形状优化

让结构的几何形状变化并参与优化设计,可以解决结构内外边界形状最优问题、结构构件相互连接方式优化问题、结构内空洞及孔洞的数量位置优化问题等。必须注意到,形状优化并没有改变结构的连通性,即并没有形成新的结构边界。一个二维形状优化问题如图 1.5 所示,优化的任务就是找到最佳的梁边界函数 $\eta(x)$ 。

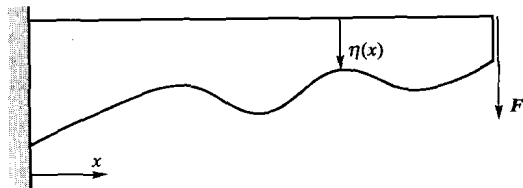


图 1.5 悬臂梁的形状优化

形状优化设计已经取得的研究成果相对较少,主要有两方面的原因:①由于在形状优化过程中分析模型不断变化,因而必须不断地重新生成有限元网格并进行自适应分析,有一定的难度。②由于形状优化过程中,单元刚度矩阵、结构性态与设计变量之间的非线性关系,使得形状优化的敏度分析计算量比尺寸优化要大得多,也困难得多。形状优化设计也因此引起了工程界、数学界和力学界的极大兴趣。

1.3.3 拓扑优化

拓扑优化主要是在规定的设计区域内,给定外荷载和边界的条件,改变结构的拓扑以满足有关平衡、应力、位移等约束的前题下,使结构的某种性能指标达到最优。对于杆件类结构(包括桁架和框架)来说,关注结构中单元的数量和节点连接方式。例如,一个桁架结构,将杆件截面面积作为优化变量,并且容许一些变量的值为零,相当于将这些杆件去掉,在这种情况下,节点的连通性被改变了,或者说,结构的拓扑发生了变化(图 1.6)。对于连续体结构来说,关注结构的外边界形状和内部有无孔洞及孔洞分布状况

等特性。例如，一个二维薄板，当某些区格薄板的厚度为零时，结构的拓扑就发生了变化，其一个拓扑优化的过程如图 1.7 所示。

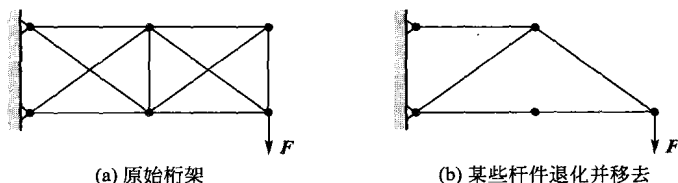


图 1.6 桁架拓扑优化——悬臂梁的形状优化

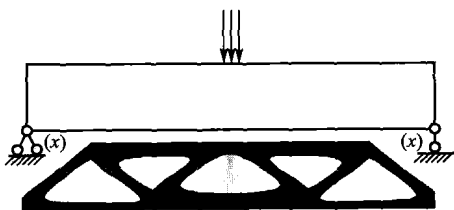


图 1.7 二维问题拓扑优化

与尺寸优化和形状优化相比，结构拓扑优化确定的参数更多，取得的经济效益更大，对工程设计人员更有吸引力，已经成为当今结构优化设计研究的一个热点。由于设计变量不再是具体的尺寸或节点坐标，而是具有独立层次的子区域的有无问题，拓扑优化的难度也是较大的，被公认为当前结构优化领域内最具有挑战性的课题之一。

长期从事结构优化设计研究的 Kirsch 认为拓扑设计问题是结构优化任务中最困难的，优化方法仍然处在发展阶段，在设计实践中优化方法的应用相对较少，这一领域迫切需要进行进一步的完善和发展，开发通用算法仍是挑战。

目前大部分研究活动还处于较低的层次，也就是在给定结构的类型、材料、布局拓扑、外形几何的情况下，优化各个组成构件的截面尺寸，使结构最轻或最经济。截面尺寸的优化已接近成熟，应该努力转入实用，让它为工程建设起积极作用。此外应该让结构的几何形状也可以变化，例如，把桁架和框架的节点位置作为优化变量，这是给定结构拓扑下的结构形状优化。更高层次的优化就是对结构的拓扑，也就是对结构构件布局和节点连接关系等进行优化。结构优化的层次越高，人的决策作用将越重要。电子计算机产生了现代化的优化技术，但结构优化不能全靠机器。在设计这个创造性活动中，机器永远代替不了人，但却是个得力的助手。优化的层次越高，需要依靠人去认识和发现的规律越多。在结构设计领域里，还有很多未被认识的规律和未被挖掘的潜力，有待于工程技术工作者和力学工作者在今后一步一个脚印地去探寻。

1.4 结构优化在实际工程中的应用难点

目前，优化设计研究主要集中在高等学校和研究机关，研究成果偏重于理论深度，而对实际应用的考虑不足，一些优化的数学模型不符合设计规范的要求，例如，用满应力法对桁架进行优化时，拉、压杆的容许应力采用相同的数值，只差一个正负号，而在实际工程中，对于压杆还要考虑稳定性问题；还有在一些强度计算公式，规范中规定有不少系数，一般优化模型为了简化起见，则根本不予考虑。另外，在实际工程中，构件的截面尺寸大多为离散变量，如型钢必须满足制造厂家生产规格的要求，混凝土构件截面尺寸必须满足建筑模数的要求等。离散变量优化设计的理论和方法尚不够完善和有效，其原因是离