

GAODENGSHUXUE XUEXIBAO



 世纪远程教育精品教材

公共基础课系列

高等数学“学习包”

(第二版)

张家琦 曹承宾 编著

 中国人民大学出版社

21 世纪远程教育精品教材·公共基础课系列

高等数学“学习包”

(第二版)

张家琦 曹承宾 编著

中国人民大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学“学习包”/张家琦等编著—2版—北京：中国人民大学出版社，2010.12
21世纪远程教育精品教材·公共基础课系列
ISBN 978-7-300-13348-5

I. ①高… II. ①张… III. ①高等数学-高等学校-教学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 021211 号

21 世纪远程教育精品教材·公共基础课系列

高等数学“学习包” (第二版)

张家琦 曹承宾 编著

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511398 (质管部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 北京民族印务有限责任公司

开 本 185mm×260mm 16 开本

版 次 2006 年 3 月第 1 版

2011 年 3 月第 2 版

印 张 17.75

印 次 2011 年 3 月第 1 次印刷

字 数 400 000

定 价 42.00 元 (含光盘)

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

总 序

我们正处在教育史尤其是高等教育史上的一个重大的转型期。在全球范围内,包括在我们中华大地,以校园课堂面授为特征的工业化社会的近代学校教育体制,正在向基于校园课堂面授的学校教育与基于信息通信技术的远程教育相互补充、相互整合的现代终身教育体制发展。一次性学校教育的理念已经被持续性终身学习的理念所替代。在高等教育领域,从1088年欧洲创立波洛格纳(Bologna)大学以来,21世纪以前的各国高等教育基本是沿着精英教育的路线发展的,这也包括自19世纪末创办京师大学堂以来我国高等教育短短百多年的发展史。然而,自20世纪下半叶起,尤其在迈进21世纪时,以多媒体计算机和互联网为主要标志的电子信息技术正在引发教育界的一场深刻的革命。高等教育正在从精英教育走向大众化、普及化教育,学校教育体系正在向终身教育体系和学习型社会转变。在我国,党的十六大明确了全面建设小康社会的目标之一就是构建学习型社会,即要构建由国民教育体系和终身教育体系共同组成的有中国特色的现代教育体系。

教育史上的这次革命性转型决不仅仅是科学技术进步推动的。诚然,以电子信息通信技术为主要代表的现代科学技术的进步,为实现从校园课堂面授向开放远程学习、从近代学校教育体制向现代终身教育体系和学习型社会的转型提供了物质技术基础。但是,教育形态演变的深层次原因在于人类社会经济发展和社会生活变革的需求。恰在这次世纪之交,人类社会开始进入基于知识经济的信息社会。知识创新与传播及应用、人力资源开发与人才培养已经成为各国提高经济实力、综合国力和国际竞争力的关键和基础。而这些是仅仅依靠传统学校校园面授教育体制所无法满足的。此外,国际社会面临的能源、环境与生态危机,气候异常,数字鸿沟与文明冲突,对物种多样性与文化多样性的威胁等多重全球挑战,也只有依靠世界各国进一步深化教育改革与创新、人与自然的和谐发展才能得到解决。正因为如此,我国党和政府提出了“科教兴国”、“可持续发展”、“西部大开发”、“缩小数字鸿沟”以及“人与自然和谐发展”的“科学发展观”等基本国策。其中,对教育作为经济建设的重要战略地位和基础性、全局性、前瞻性产业的确认,对高等教育对于知识创新与传播及应用、人力资源开发与人才培养的重大意义的关注,以及对发展现代教育技术、现代远程教育和教育信息化并进而推动国民教育体系现代化、构建终身教育体系和学习型社会的决策更得到了教

育界和全社会的共识。

在上述教育转型与变革时期,中国人民大学一直走在我国大学的前列。中国人民大学是一所以人文、社会科学和经济管理为主,兼有信息科学、环境科学等的综合性、研究型大学。长期以来,中国人民大学充分利用自身的教育资源优势,在办好全日制高等教育的同时,一直积极开展远程教育和继续教育。中国人民大学在我国首创函授高等教育。1952年,校长吴玉章和成仿吾创办函授教育的报告得到了前国家主席刘少奇的批复,并于1953年率先招生授课,为新建的共和国培养了一大批急需的专门人才。在上世纪90年代末,中国人民大学成立了网络教育学院,成为我国首批现代远程教育试点高校之一。经过短短几年的探索和发展,中国人民大学网络教育学院创建的“网上人大”品牌,被远程教育界、媒体和社会誉为网络远程教育的“人大模式”:即“面向在职成人,利用网络学习资源和虚拟学习社区,支持分布式学习和协作学习的现代远程教育模式”。成立于1955年的中国人民大学出版社是新中国建立后最早成立的大学出版社之一,是教育部指定的全国高等学校文科教材出版中心。在过去的几年中,中国人民大学出版社与中国人民大学网络教育学院合作创作、设计、出版了国内第一套极富特色的“现代远程教育系列教材”。这些凝聚了中国人民大学、北京大学、北京师范大学等北京知名高校学者教授、教育技术专家、软件工程师、教学设计师和编辑们广博才智的精品课程系列教材,以印刷版、光盘版和网络版立体化教材的范式探索构建全新的远程学习优质教育资源,实现先进的教育教学理念与现代信息通信技术的有效结合。这些教材已经被国内其他高校和众多网络教育学院所选用。中国人民大学出版社基于“出教材学术精品,育人文社科英才”理念的努力探索及其初步成果已经得到了我国远程教育界的广泛认同,是值得肯定的。

今年4月,我被邀请出席《中国远程教育》杂志与中国人民大学出版社联合主办的“远程教育教材的共建共享与一体化设计开发”研讨会并做主旨发言,会后受中国人民大学出版社的委托为“21世纪远程教育精品教材”撰写“总序”,这是我的荣幸。近几年来,我一直关注包括中国人民大学网络教育学院在内的我国高校现代远程教育试点工程。这次,更有机会全面了解和近距离接触中国人民大学出版社推出的“21世纪远程教育精品教材”及其编创人员。我想将我在上述研讨会上发言的主旨做进一步的发挥,并概括为若干原则作为我对包括中国人民大学出版社、中国人民大学网络教育学院在内的我国网络远程教育优质教育资源建设的期待和展望:

- 现代远程教育教材的教学内容要更加适应大众化高等教育面对在职成人、定位在应用型人才培养上的需要。
- 现代远程教育教材的教学设计要更加适应地域分散、特征多样的远程学生自主学习的需要,培养适应学习型社会的终身学习者。
- 在我国网络教学环境渐趋完善之前,印刷教材及其配套教学光盘依然是远程教材的主体,是多种媒体教材的基础和纽带,其教学设计应该给予充分的重视。要在印刷教材的显要部位对课程教学目标和要求做明确、具体、可操作的陈述,要清晰地指导远程学生如何利用多种媒体教材进行自主学习和协作学习。
- 应组织相关人员对多种媒体的远程教材进行一体化设计和开发,要注重发挥多种媒体教材各自独特的教学功能,实现优势互补。要特别注重对学生学习活动、教学交互、学习评价及其反馈的设计和实现。

- 要将对多种媒体远程教材的创作纳入对整个远程教育课程教学系统的一体化设计和开发中去,以便使优质的教材资源在优化的教学系统、平台和环境,在有效的教学模式、学习策略和学习支助服务的支撑下获得最佳的学习成效。
- 要充分发挥现代远程教育工程试点高校各自的学科资源优势,积极探索网络远程教育优质教材资源共建共享的机制和途径。

中华人民共和国教育部远程教育专家顾问
丁兴富

高等数学教程再版前言

本教程第一版根据高等院校网络教育部分公共基础课全国统一考试大纲《“高等数学(B)”考试大纲》编写,成稿于2006年1月.由于2007年颁布了高等数学(B)的新版大纲,且新大纲与2005年版大纲相比有较大变化,故本教程必定要修订再版.

在本教程的修订过程中,编者深入领会了新版大纲的旨要,删去了一定量的知识点(包括章、节和某章节所含知识点);尽最大努力维系前后知识点的联系,力求保持系统性.

本教程中带*的内容为选学,即考试不要求,但为保持系统性不得不保留的知识点.本教程如有不妥之处,恳请读者指正.

编 者

2010年11月

高等数学教程第一版前言

本教程根据高等院校网络教育部分公共基础课全国统一考试大纲《“高等数学 (B)”考试大纲》编写。

本教程的编写特点如下：

1. 针对网络教育的特点，表述力求简明，便于学生阅读。
2. 在保持高等数学知识科学性和系统性的基础上，删减了部分定理的严格的数学论证，从数形结合的角度讲述知识点及知识点之间的数理逻辑联系，同时注意数学思想的培养。

本教程及学习与考试指导具有较强的针对性，讲解深入浅出，简明易懂，便于网络学院学生使用。另外，接受其他形式教育的本、专科层次的学生也可将本书作为教科书使用。

本教程如有不妥之处，恳请读者指正。

编 者

2006 年 1 月

高等数学学习与考试指导再版前言

2007 年全国高校网络教育考试委员会对 2005 年高校网络教育部分公共基础课全国统一考试大纲《“高等数学 (B)” 考试大纲》(以下简称原大纲) 进行了修订和补充, 2007 年《“高等数学 (B)” 考试大纲》(修订版)(以下简称新大纲) 修订和补充了以下内容:

一、删掉的考试内容

1. 数列极限的定义与性质.
2. 函数极限的性质.
3. 函数在一点处左极限与右极限的概念及计算.
4. 高阶、低阶、同阶无穷小的比较.
5. 极限存在的两个准则 (单调有界准则和夹逼准则).
6. 反函数的连续性.
7. 左导数与右导数的概念及计算.
8. 微分的四则运算.
9. 法线方程.
10. 隐函数的求导法.
11. 微分中值定理.
12. 旋转体的体积.
13. 多元函数微积分.
14. 齐次微分方程.
15. 证明题.

二、增加考试题型

新增加的考试题型: 是非题 (二选一).

新大纲较大幅度地删掉了原大纲中的考试内容 (尤其是删去多元函数整章内容), 这些被删掉的知识点, 在考试中不再作要求, 缩小了考试范围. 此外, 试题按其难度分为容易题、中等题和较难题, 其分值比例由原大纲中的约 $4:4:2$, 改为 $5:4:1$, 并且不再对证明题作要求 (原大纲要求考卷中含 5% 的证明题), 降低了考试的难度, 使该课程的考

试定位在一种基础水平检测性考试.

《高等数学“学习包”》自 2006 年出版发行以来,被许多高校的网络学院选作教材,同时受到了广大读者的欢迎,尤其是在一定程度上满足了只能通过自学参加网考的考生的迫切需要.

本次修订,针对第一版中新大纲不再作要求的内容进行了较大幅度的调整,删除了与其相关的知识点、例题及练习题,增加了“是非题”(二选一),使内容更加紧凑,题目的难易程度与考试的要求更加一致.

我们相信,此书的出版,对于广大考生顺利地通过考试具有切实的指导意义.

书中如有不妥之处,恳请读者指正.

编 者

2010 年 11 月

高等数学学习与考试指导第一版前言

本书是根据高校网络教育部分公共基础课全国统一考试大纲《“高等数学(B)”考试大纲》编写的学习和应试指导书。编写本书是为了使考生更好地理解高等数学中的基本概念、基本理论、基本方法,掌握常用的运算技巧,帮助考生顺利地通过考试。

编写本书的指导思想如下:

1. 本书系统全面地涵盖了《“高等数学(B)”考试大纲》中的考核知识点,并对知识点的内容做了简约化的梳理,舍去了不必要的赘言。目的是使考生能够在有限的时间内,掌握好必要的、够用的考试内容。

2. 针对考生不易理解的概念和不易掌握的方法,从不同角度进行分析、讲解,以利于考生自学。

3. 按《“高等数学(B)”考试大纲》关于试卷题型的要求,在本书的各章,采取分题型归类的方法,对典型题目及其解题的思路做了引导性的讲解,旨在帮助考生了解出题形式和命题思路。

4. 在本书各章的综合练习部分,有针对性地选编了一些练习题,希望考生能够克服困难,独立完成,这是加深理解、学会运用和巩固学习成果的必要环节。同时考虑到考生自学的需要,我们给出了练习题的全解,供考生参考。

我们相信,此书的出版,对于广大考生顺利地通过考试具有切实的指导意义。

书中如有不妥之处,恳请读者指正。

编 者

2006年1月

上 篇

高等数学教程

第一章 函数	3
§ 1.1 预备知识	3
§ 1.2 函数	5
§ 1.3 反函数	8
§ 1.4 复合函数	9
§ 1.5 初等函数	10
§ 1.6 分段函数	13
第二章 极限与连续	14
*§ 2.1 数列的极限	14
§ 2.2 函数的极限	16
§ 2.3 无穷大量与无穷小量	18
§ 2.4 极限运算法则	20
§ 2.5 两个重要极限	24
§ 2.6 关于极限计算的若干问题	27
§ 2.7 函数的连续性	29
第三章 导数与微分	33
§ 3.1 导数概念	33
§ 3.2 导数的计算	37
§ 3.3 高阶导数	43
§ 3.4 微分	45
第四章 导数的应用	48
§ 4.1 洛必达法则——未定式的定值法	48
§ 4.2 函数单调增减性的判定条件	52
§ 4.3 函数的极值	52
§ 4.4 函数曲线的凹凸与拐点	56
第五章 不定积分	59
§ 5.1 不定积分的概念	59
§ 5.2 不定积分的性质	60
§ 5.3 基本积分公式	61
§ 5.4 换元积分法	63

§ 5.5 分部积分法	71
第六章 定积分	74
§ 6.1 定积分的概念	74
§ 6.2 定积分的性质	76
§ 6.3 微积分学基本定理	78
§ 6.4 定积分的换元积分法	81
§ 6.5 定积分的分部积分法	84
§ 6.6 定积分的应用	85
第七章 常微分方程	87
§ 7.1 微分方程的一般概念	87
§ 7.2 变量可分离的微分方程	89
§ 7.3 一阶线性微分方程	90

下 篇

高等数学学习与考试指导

第一章 函数	97
考试内容与考试要求	97
释疑解难	97
典型例题解析	102
综合练习及全解	109
第二章 极限与连续	115
考试内容与考试要求	115
释疑解难	116
典型例题解析	122
综合练习及全解	136
第三章 导数与微分	142
考试内容与考试要求	142
释疑解难	142
典型例题解析	145
综合练习及全解	157
第四章 导数的应用	163
考试内容与考试要求	163
释疑解难	163
典型例题解析	168
综合练习及全解	176

第五章 不定积分	184
考试内容与考试要求	184
释疑解难	184
典型例题解析	190
综合练习及全解	203
第六章 定积分	210
考试内容与考试要求	210
释疑解难	210
典型例题解析	214
综合练习及全解	227
第七章 常微分方程	235
考试内容与考试要求	235
释疑解难	235
典型例题解析	238
综合练习及全解	243
附录 1 初等数学中的常用公式	254
附录 2 《“高等数学(B)”考试大纲》(2007 年修订版)	257
附录 3 “高等数学(B)”样卷及答案	259
参考书目	264

上 篇

高等数学教程

第一章

函数

§ 1.1 预备知识

一、绝对值

绝对值及其性质是学习高等数学时常用的基础知识.

定义 1.1.1 实数 x 的绝对值记为 $|x|$, 定义为

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

$|x|$ 的几何意义是: $|x|$ 表示数轴上点 x (点 x 可以在原点的右边或左边) 与原点之间的距离.

$|x|$ 是非负实数.

绝对值及其运算有以下常用性质:

- (1) $-|x| \leq x \leq |x|$.
- (2) 设 $a > 0$, 则 $|x| < a$ 与 $-a < x < a$ 等价.
- (3) 设 $b > 0$, 则 $|x| > b$ 与 $x < -b$ 或 $x > b$ 等价.
- (4) $|x+y| \leq |x| + |y|$.
- (5) $|x-y| \geq |x| - |y|$.
- (6) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$.
- (7) 当 $y \neq 0$ 时, $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$.