



新教材

XINJIAOCAI WANQUANJIEDU ②

完全解读

数学

九年级（上）

主 编：侯智慧
本册主编：侯智慧 石玉雪 曲 甜

吉林人民出版社



新教材·完全解读

亮点展示

《新教材完全解读》自出版以来,就深受广大师生的好评,一直畅销全国。今年在保持总体风格不变的前提下,对图书品质进行了精心的打造和全面的提升,使其真正达到更新、更准、更细、更实用。修订后的数学学科具有七大亮点——

亮点 1 完全与教材同步,核心知识深入解读。

完全与教材同步,以每个知识点为讲解元素,结合【知识拓展】、【探究交流】、【规律方法小结】等栏目设计,突破重点,化解难点,诠释疑点,核心解读,精、准、全、透。

教材解读

——精读原文

解读教材知识点

【知识拓展】一元二次方程的概念

如果一个方程通过移项可以使右边为0,而左边是只含有一个未知数……

【知识拓展】对于一元二次方程概念的理解,必须注意只有同时满足……

深化知识的内涵和外延

提炼规律,总结方法

【规律方法小结】1.一元二次方程的一般形式包含两层含义:一是所有一元二次方程都可以写成一般形式;二是凡能化成一元二次方程一般形式的方程均为一元二次方程。



方程 $(x-5)(x+6)=x^2-4$ 是一元二次方程吗?

开拓视野,拓展思维

亮点 2 例题归类全面精准,规律方法及时总结。

紧扣教材知识,结合高频考点,从基本概念、基础应用、综合应用、探索创新四个角度准确归类,精准解读典型例题,透彻分析解题思路,适时总结规律方法,优化解题思维,培养创新意识,提升实践能力。

典例剖析

——精读原文

基本概念题

【例1】下列关于 x 的方程中,哪些是一元二次方程?

【分析】本题考查一元二次方程的定义,判断方程是否为一元二次方程……

【解】(1) 方程 $x^2+2x+1=0$ 是一元二次方程,因为它是整式方程,含有一个未知数……

基本知识应用题

【例2】从方程中选出合适的一项填在括号内。

【分析】本题考查一元二次方程的定义,代入方程,再进行分析,故 $x^2+2x+1=0$ 是一元二次方程……

综合应用题

【例3】(2018·中考)某开发区人口和人均产值在2018年的增长率……

探索与创新题

【例4】(2018·中考)请你写出一个一元二次方程,要求这个一元二次方程满足……

亮点 3 化解疑难点,警示思维误区。

全面解析学习过程中的易错点、疑难点,明确思路转折点,释疑解惑,纠错反思,弥补疏漏,使学习效果日臻完善。

易错疑难辨析

——精读原文

【例1】(2018·中考)下列方程中,哪些是一元二次方程?

【分析】本题考查一元二次方程的定义,代入方程,再进行分析,故 $x^2+2x+1=0$ 是一元二次方程……

【解】(1) 方程 $x^2+2x+1=0$ 是一元二次方程,因为它是整式方程,含有一个未知数……

【分析】产生错误的原因为一元二次方程的各项系数时,没有将……

【解】(1) 方程 $x^2+2x+1=0$ 是一元二次方程,因为它是整式方程,含有一个未知数……

【分析】本题考查一元二次方程的定义,代入方程,再进行分析,故 $x^2+2x+1=0$ 是一元二次方程……

【解】(1) 方程 $x^2+2x+1=0$ 是一元二次方程,因为它是整式方程,含有一个未知数……

亮点 4 把握中考命题动向,体现地域化考试特点。

明确中考重点、难点、热点问题,科学预测命题趋势,配合各版本教材的不同特点,精选各地中考名题,突显区域化的考试特点,并进行细致入微的讲解和点评,运筹帷幄,决胜千里,提高应试能力。

亮点 5 教材课后习题,答案全解全析。

与教材同步,跟教学配合,全面解读教材习题,讲析结合,详略得当启发多角度思维,精准点拨解题思路,具有很强的针对性、实用性。

亮点 6 系统整合知识,突破热点专题。

在细致讲练的基础上,归纳、总结出综合性、创新性、能力性更强的问题、方法、题型,以专题的形式专项讲解,拓展突破。

亮点 7 体现资料性、趣味性,开拓视野。

每节内容均采用了集知识性和趣味性于一体的材料揭示主题,提出问题,使知识形象化,促进理解,引起思考,配合【趣味数学】栏目的设置,使学习更有趣、更主动、更轻松。

中考解读

点由中考

中考命题总结与展望

本节课的主要内容是一元二次方程的概念及一元二次方程的一般形式……

中考真题解读与预测

【例1】……某县为发展教育事业,加强了对教育经费的投入,2007年投入3000万元,预计2009年投入5000万元,设教育经费的年平均增长……

习题全解

课本习题

练习

1. 解: 方程 $0.01x^2 - 2x + 0 = 0$ 的二次项系数是 0.01, 一次项系数是 -2, 常数项是 0.
2. 解: 一般形式: $4x^2 - 140x + 325 = 0$, 二次项系数是 4, 一次项系数是 -140, 常数项是 325.

专题总结及应用

一、知识性专题

专题 1 一元二次方程的定义及识别

【知识回顾】理解一元二次方程的定义后抓住其本质,一元二次方程必须满足三个条件:①方程是整式方程;②方程只含有一个未知数;③方程中未知数的最高次数是 2.

【例1】关于 x 的方程 $(k-3)x^2 - 2x + 3 = 0$ 是一元二次方程,求 k 的值,并写出这个一元二次方程的二次项系数、一次项系数及常数项.

【分析】本题考查一元二次方程及其有关概念,要确定该方程为一元二次方程,不但要使 $k-3 \neq 0$,而且还必须使 $k-3 \neq 0$,由此即可确定 k 的值.

【解】由题意得 $k-3 \neq 0$, 且 $k-3 \neq 0$, 由此即可确定 k 的值.

二、规律方法专题

专题 2 一元二次方程的解法与技巧

1. 配方法

【知识回顾】用配方法可以解一元二次方程,还可以把一个二次三项式……

三、思想方法专题

专题 3 方程思想

【知识回顾】在解决问题时,通过已知和未知数的联系,建立方程,从而求……

趣味数学

趣闻

古印度人喜欢将数学问题用诗的形式表现出来,在印度古算书中有这样一首诗:
一群猴子分两队,高高兴兴在游戏,
八分之一再平方,蹦蹦跳跳树林里;
其余十二枚嬉戏,传遍印度又调皮;
告诉我猴共多少,两队猴子在一起。

目 录

CONTENTS

第 1 章 反比例函数

本章视点	1
1.1 反比例函数	
新课导读	2
教材解读	2
典例剖析	3
易错疑难辨析	3
中考解读	9
课堂小结	10
习题全解	10
自我评价	11
1.2 反比例函数的图象和性质	
新课导读	13
教材解读	14
典例剖析	16
易错疑难辨析	22
中考解读	22
课堂小结	25
习题全解	25
自我评价	26
1.3 反比例函数的应用	
新课导读	29
教材解读	30
典例剖析	30
易错疑难辨析	33
中考解读	34
课堂小结	35
习题全解	35

自我评价	36
章末总结	39
本章综合评价	43

第 2 章 二次函数

本章视点	50
2.1 二次函数	
新课导读	52
教材解读	52
典例剖析	53
易错疑难辨析	55
中考解读	56
课堂小结	56
习题全解	56
自我评价	57
2.2 二次函数的图象(一)	
新课导读	59
教材解读	60
典例剖析	65
易错疑难辨析	72
中考解读	73
课堂小结	74
习题全解	74
自我评价	76
2.2 二次函数的图象(二)	
新课导读	78
教材解读	79
典例剖析	81

易错疑难辨析	84
中考解读	84
课堂小结	86
习题全解	86
自我评价	88

2.3 二次函数的性质

新课导读	90
教材解读	91
典例剖析	94
易错疑难辨析	100
中考解读	101
课堂小结	103
习题全解	104
自我评价	105

2.4 二次函数的应用

新课导读	107
教材解读	107
典例剖析	110
易错疑难辨析	116
中考解读	117
课堂小结	119
习题全解	119
自我评价	123
章末总结	125
本章综合评价	133

第3章 圆的基本性质

本章视点	139
------------	-----

3.1 圆

新课导读	140
教材解读	140
典例剖析	144

易错疑难辨析	147
中考解读	147
课堂小结	148
习题全解	148
自我评价	150

3.2 圆的轴对称性

新课导读	151
教材解读	152
典例剖析	153
易错疑难辨析	158
中考解读	159
课堂小结	160
习题全解	161
自我评价	162

3.3 圆心角

新课导读	164
教材解读	165
典例剖析	166
易错疑难辨析	170
中考解读	170
课堂小结	171
习题全解	171
自我评价	172

3.4 圆周角

新课导读	174
教材解读	175
典例剖析	177
易错疑难辨析	182
中考解读	183
课堂小结	184
习题全解	185
自我评价	186

3.5 弧长及扇形的面积

新课导读	188
教材解读	189
典例剖析	191
易错疑难辨析	195
中考解读	196
课堂小结	197
习题全解	198
自我评价	199

3.6 圆锥的侧面积和全面积

新课导读	201
教材解读	201
典例剖析	203
易错疑难辨析	208
中考解读	208
课堂小结	209
习题全解	210
自我评价	211
章末总结	213
本章综合评价	220

第4章 相似三角形

本章视点	226
------	-----

4.1 比例线段

新课导读	228
教材解读	228
典例剖析	231
易错疑难辨析	236
中考解读	236

课堂小结	237
习题全解	237
自我评价	239

4.2 相似三角形

新课导读	240
教材解读	241
典例剖析	242
易错疑难辨析	245
中考解读	245
课堂小结	246
习题全解	246
自我评价	247

4.3 两个三角形相似的判定

新课导读	249
教材解读	249
典例剖析	250
易错疑难辨析	257
中考解读	258
课堂小结	260
习题全解	261
自我评价	262

4.4 相似三角形的性质及其应用

新课导读	264
教材解读	265
典例剖析	266
易错疑难辨析	272
中考解读	272
课堂小结	273
习题全解	273
自我评价	274

4.5 相似多边形

新课导读	277
教材解读	277
典例剖析	278
易错疑难辨析	281
中考解读	281
课堂小结	282
习题全解	282
自我评价	283

4.6 图形的位似

新课导读	284
------	-----

教材解读	285
典例剖析	286
易错疑难辨析	290
中考解读	290
课堂小结	291
习题全解	292
自我评价	293
章末总结	296
本章综合评价	306

期中学习评价	313
--------	-----

期末学习评价	319
--------	-----

反比例函数

本章视点



视点1 本章概述

本章通过学习反比例函数的概念、解析式,探究反比例函数的图象、性质等过程,掌握反比例函数的图象、性质及其在实际问题中的应用.反比例函数是最基本的函数之一,它是继一次函数之后中学阶段又一重要的基本函数,它为今后学习图象是曲线的函数(如二次函数)提供了研究方法.在下一章我们即将学习初中阶段很重要的二次函数的概念、图象、性质及其应用,都与其内容相关联.本章是在已经学习了图形与坐标和一次函数的基础上,再一次进入函数范畴,进一步理解函数的内涵,并感受现实世界存在的函数,以及如何应用函数解决实际问题.熟练掌握前面学习的一次函数、正比例函数等知识,有利于本章内容的学习与深化.



视点2 本章学习重难点

【本章重点】 对反比例函数的图象、性质的理解及运用.

【本章难点】 运用反比例函数的解析式、图象和性质解决较复杂的实际问题.

【学习本章应注意的问题】

1. 在丰富的数学活动中,经过思考与总结,体会生活与数学之间的紧密联系,增强学习过程中的探索意识和解决问题的能力.

2. 注意观察、分析、探究、总结等能力的培养.在学习反比例函数这部分内容时,不要死记硬背,关键是正确利用反比例函数的图象,根据图象的位置、特点去分析、探究,理解函数的性质,掌握反比例函数的关系式与函数图象之间的关系.

3. 运用类比的方法.学习时注意回顾与类比,充分运用类比的思想方法研究反比例函数的图象及其性质,在学习中应注意掌握这一最基本的方法,以达到巩固知识、增强能力的目的.

4. 注意数形结合思想、建模思想的运用.反比例函数本身在日常生活和生产中有许多直接应用,运用数形结合思想、建模思想等重要思想方法来分析、研究实际问题,提高综合运用知识解题的能力.



视点3 中考透视

在中考中,反比例函数的概念、图象、性质及其实际应用是必考内容,分值约占3~6分.近年来,随着新课标的实行,有关反比例函数的试题不断渗透新的理念.其中考查反比例函数的定义、图象及其性质的基础题,经常出现在选择题、填空题中.如2009年广州中考题第11题,2009年宁波中考题第10题,2009年莆田中考题第9题,2009年长沙中考题第22题等.反比例函数和一次函数、二次函数等知识的综合应用常出现在选择题或解答题中.如:2009年成都中考题第17题,2009年济南中考题第22题等.



1.1

反比例函数

新课导读

情境引入

【情境链接】在物理学上,当受力面积 S 一定时,压力 F 与压强 p 成正比,即 $F = pS$ (S 是一个常数,且 $S \neq 0$).

【问题探究】对于上面的公式可以写成 $p = \frac{F}{S}$,那么,当压力 F 一定时,压强 p 与受力面积 S 是否是函数关系呢?如果是,又是何种函数关系呢?

【点拨】当压力 F 一定时,压强 p 与受力面积 S 是函数关系,它们是反比例函数关系.

教材解读

精华要义

知识点1 反比例函数的概念 重点:理解

定义:一般地,若变量 y 与 x 成反比例,则有 $xy = k$ (k 为常数, $k \neq 0$),也就是说, $y = \frac{k}{x}$. 我们把函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 叫做反比例函数. 这里 x 是自变量, y 是 x 的函数, k 叫做比例系数.

知识拓展

(1)反比例函数有三种表示形式:①分式形式: $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$);②乘积形式: $xy = k$ (k 为常数, $k \neq 0$);③指数形式: $y = kx^{-1}$ (k 为常数, $k \neq 0$). 这三种形式是等价的,即都可以从一种形式推出另一种形式,其关系为 $y = \frac{k}{x} \Leftrightarrow xy = k \Leftrightarrow y = kx^{-1}$,指数形式要与正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 加以区别.

(2)反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中比例系数 $k \neq 0$ 是反比例函数定义的重要组成部分; x, y 的取值范围均是不等于 0 的一切实数.



当 m 取何值时, $y = m(m+2)x^{m(m+1)-1}$ 是反比例函数?

点拨 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的另一种表达形式是 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$),由于这种形式中的 x 的次数为 -1 ,所以此函数是反比例函数的条件是 $\begin{cases} m(m+1)-1 = -1, \\ m(m+2) \neq 0, \end{cases}$ ①由①得 $m=0$ 或 $m=-1$,由②得 $m \neq 0$ 且 $m \neq -2$,所以 $m=-1$. 即当 $m=-1$ 时, $y = m(m+2)x^{m(m+1)-1}$ 是反比例函数.



知识点2 反比例函数解析式的确定 重点:掌握

✓ 确定反比例函数解析式的方法是待定系数法. 反比例函数的解析式 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中, 只有一个待定系数 k , 确定了 k 的值, 也就确定了反比例函数的解析式, 因而一般只需给出一组 x, y 的对应值或图象上一点的坐标, 代入 $y = \frac{k}{x}$ 中即可求出 k 的值, 从而确定反比例函数的解析式.

例如: 已知 y 与 x 成反比例, 当 $x=2$ 时, $y=6$, 求 y 与 x 之间的函数解析式.

解: 设 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 把 $x=2, y=6$ 代入求得 $k=12$,

所以所求函数的解析式为 $y = \frac{12}{x}$.

知识拓展 (1) 用待定系数法求反比例函数的一般步骤为:

- ① 设出含有待定系数的反比例函数的关系式 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$);
- ② 把已知的一对 x, y 的值代入关系式中, 得到一个关于待定系数的方程;
- ③ 解这个方程求出待定系数;
- ④ 将所求得的待定系数的值代回所设的函数关系式中.

(2) 求反比例函数的解析式一般有两种情形: 一种是在已知条件中明确告知变量之间成反比例函数关系; 另一种是变量之间的关系由已学的数量关系直接给出.

规律方法小结 类比思想: 在学习反比例函数的概念及解析式的求法时均是采用类比的思想方法, 类比正比例函数的概念及解析式的求法来学习掌握.

典例剖析**触类旁通****基本概念题**

例1 在下列函数表达式中, x 均为自变量, 那么哪些是反比例函数? 每一个反比例函数相应的 k 值是多少?

$$(1) y = \frac{3}{x}; (2) y = \frac{3}{2}; (3) y = \frac{2}{3x}; (4) xy = 2; (5) y = 2x - 1; (6) y = \frac{2}{x} - 1.$$

分析 要判断一个函数是否是反比例函数, 只要看它是否符合 $y = \frac{k}{x}$ 的形式即可, 即常数 k 在分子的位置, 自变量 x 在分母的位置, 且只有一项. 在上面 6 个函数中, (1) 符合, (4) 变形为 $y = \frac{2}{x}$ 符合, (3) 变形为 $y = \frac{\frac{2}{3}}{x}$ 也符合, 而 (2) 不符合, (5) 是一次函数, (6) 是两项式, 故也不符合.

解: (1)(3)(4) 是反比例函数, 其 k 值分别为 $3, \frac{2}{3}, 2$.

【解题策略】 (1) 准确掌握反比例函数的概念.

(2) 理解反比例函数的三种表达形式: ① $y = \frac{k}{x}$, ② $y = kx^{-1}$, ③ $xy = k$ (其中 k 为常数, $k \neq 0$).



例 2 当 k 取何值时, 函数 $y = m(m-1)x^{m(m-3)-1}$ 为反比例函数?

分析 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的另一种表达形式是 $y = kx^{-1}$, 由此可知 $m(m-3)-1 = -1$, $m(m-1) \neq 0$, 即可求出 m 的值.

解: $\because y = m(m-1)x^{m(m-3)-1}$ 是反比例函数,

$$\therefore \begin{cases} m(m-3)-1 = -1, \\ m(m-1) \neq 0, \end{cases} \text{解得 } m = 3.$$

$\therefore$ 当 $m = 3$ 时, 函数 $y = m(m-1)x^{m(m-3)-1}$ 是反比例函数.

【解题策略】 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中应注意以下三点: ① $k \neq 0$, ② $x \neq 0$,

③ 其解析式的另外两种表达形式为 $xy = k$, $y = kx^{-1}$. 其中①是最容易被忽略的, 在解题时应特别注意.

基础知识应用题

例 3 已知变量 y 与 x 成反比例, 并且当 $x = 3$ 时, $y = 5$. 求:

(1) y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 当 $x = 2\frac{1}{2}$ 时 y 的值;

(3) 当 $y = 3$ 时 x 的值.

分析 已知 y 与 x 成反比例, 可设 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 由已知条件确定出 k 值, 则可求出函数关系式, 再求相应的变量.

解: (1) $\because y$ 与 x 成反比例, $\therefore$ 设 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$).

$$\text{又} \because \text{当 } x = 3 \text{ 时, } y = 5, \therefore k = 15, \therefore y = \frac{15}{x}.$$

$$(2) \text{ 当 } x = 2\frac{1}{2} \text{ 时, } y = \frac{15}{2\frac{1}{2}} = 6.$$

$$(3) \text{ 当 } y = 3 \text{ 时, } 3 = \frac{15}{x}, \therefore x = 5.$$

【解题策略】 解此类问题, 可先由已知条件确定出所设函数中的待定系数 k , 然后再根据给出的自变量的值或函数的值去求唯一与其相对应的函数值或自变量的值.

例 4 已知函数 $y = y_1 + y_2$, y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 且当 $x = 1$ 时, $y = -1$; 当 $x = 3$ 时, $y = 5$. 求 y 与 x 之间的函数关系式.

分析 y_1 与 x 成正比例, 则 $y_1 = k_1 x$, y_2 与 x 成反比例, 则 $y_2 = \frac{k_2}{x}$. 又由 $y = y_1 + y_2$ 可得 $y = k_1 x + \frac{k_2}{x}$. 再由已知条件列出两个关于 k_1, k_2 的方程, 解方程组求出 k_1, k_2 , 即可求出 y 与 x 之间的函数关系式.

解: $\because y_1$ 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例,

$$\therefore \text{设 } y_1 = k_1 x (k_1 \neq 0), y_2 = \frac{k_2}{x} (k_2 \neq 0).$$



$$\text{又} \because y = y_1 + y_2, \therefore y = k_1 x + \frac{k_2}{x}.$$

又 $\because$ 当 $x=1$ 时, $y=-1$, 当 $x=3$ 时, $y=5$,

$$\therefore \begin{cases} k_1 + k_2 = -1, \\ 3k_1 + \frac{k_2}{3} = 5, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k_1 = 2, \\ k_2 = -3. \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y = 2x - \frac{3}{x}$.

【解题策略】 (1) 解此类复合式的函数问题的基本步骤是: ① 根据题意, 正确设出函数关系式; ② 把两个变量的对应值代入关系式; ③ 利用待定系数法求出待定系数的值; ④ 写出解析式.

(2) 注意设函数关系式时应分别用不同的比例系数 k_1, k_2 , 因为两个比例系数是不同的, 所以不能都用 k .

例 5 已知一个长方体的体积是 125 cm^3 , 它的长是 $y \text{ cm}$, 宽是 5 cm , 高是 $x \text{ cm}$.

(1) 写出用高表示长的函数解析式;

(2) 求出自变量 x 的取值范围;

(3) 当 $x=3$ 时, 求 y 的值.

【分析】 本题可根据长方体的体积公式列出方程, 再通过变形求出长 y 关于高 x 的函数解析式, 进而求出函数自变量的取值范围.

解: (1) 因为长方体的长为 $y \text{ cm}$, 宽为 5 cm , 高为 $x \text{ cm}$,

由长方体的体积公式得 $125 = x \cdot 5 \cdot y$, 所以 $y = \frac{25}{x}$.

(2) 因为 x 是长方体的高, 所以 $x > 0$.

即自变量 x 的取值范围是 $x > 0$.

(3) 由 (1) 知 $y = \frac{25}{x}$, 当 $x=3$ 时, $y = \frac{25}{3}$.

【解题策略】 解此类问题关键是运用相关的公式, 并能将其正确变形. 由于此类问题是实际问题, 一定要注意自变量的实际意义, 才能准确地求出自变量的取值范围.

综合应用题

例 6 (实际应用题) 近视眼镜的度数 y (度) 与镜片焦距 x (米) 成反比例, 已知 400 度近视眼镜片的焦距为 0.25 米, 求眼镜度数 y 与焦距 x 之间的函数关系式. 当近视眼镜的度数为 500 度时, 近视眼镜片的焦距是多少米?

【分析】 根据题意, 建立反比例函数模型, 再利用已知条件求出待定系数, 进而求出函数解析式.

解: $\because y$ 与 x 成反比例, $\therefore$ 设 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$.

又 $\because$ 当 $y=400$ 时, $x=0.25$,

$\therefore k = xy = 0.25 \times 400 = 100, \therefore y = \frac{100}{x} (x > 0)$.



当 $y=500$ 时, $500=\frac{100}{x}$, $\therefore x=0.2$.

即当近视眼镜的度数为 500 度时, 近视眼镜片的焦距是 0.2 米.

【解题策略】 掌握确定反比例函数关系式的方法, 体会数学与实际生活的联系.

例 7 (应用题) 某地上一年的电价为 0.8 元, 年用电量为 1 亿度, 本年度计划将电价调到 0.55~0.75 元之间. 经测算, 若电价调到 x 元, 则本年度的新增用电量 y (亿度) 与 $(x-0.4)$ 元成反比例. 又当 $x=0.65$ 元时, $y=0.8$ 亿度.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若每度电的成本价为 0.3 元, 则电价调到多少元时, 本年度电力部门的收益比上一年度增加 20%?

【分析】 本题考查根据反比例函数的意义确定 y 与 x 之间的函数关系式, 即用待定系数法求函数解析式, 同时又综合了分式方程的相关知识来解决实际问题.

解: (1) 因为 y 与 $x-0.4$ 成反比例,

所以设 $y=\frac{k}{x-0.4}$ ($k \neq 0$).

又当 $x=0.65$ 时, $y=0.8$,

所以 $0.8=\frac{k}{0.65-0.4}$, 所以 $k=0.2$.

因此 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=\frac{0.2}{x-0.4}$.

(2) 根据题意, 得 $(1+\frac{0.2}{x-0.4})(x-0.3)=(0.8-0.3) \times 1 \times (1+20\%)$,

解得 $x_1=0.5, x_2=0.6$.

经检验: $x_1=0.5, x_2=0.6$ 都是所列方程的根,

由题意知 x 应在 0.55~0.75 之间, 所以 $x=0.6$.

因此, 当电价调到 0.6 元时, 本年度电力部门的收益比上一年度增加 20%.

【解题策略】 该题是反比例函数与分式方程的综合应用, 关键是先确定出 y 与 x 之间的函数关系式, 再分析题意确定分式方程. 在解决实际问题及分式方程时, 要注意两个检验: 一是检验求得的解是否是原分式方程的根, 二是检验求得的解是否符合实际意义.

例 8 (学科间综合题) 一定质量的二氧化碳, 当它的体积 $V=5 \text{ m}^3$ 时, 它的密度 $\rho=1.98 \text{ kg/m}^3$. (提示: 质量、体积、密度之间的关系为: 密度 = $\frac{\text{质量}}{\text{体积}}$)

(1) 求 ρ 与 V 之间的函数关系式;

(2) 当 $V=a \text{ m}^3, \rho=\frac{9.9}{\sqrt{a}+1} \text{ kg/m}^3$ 时, 求 a 的值.

【分析】 该题是反比例函数与物理知识的综合应用, 把实际问题抽象成数学模型 ($y=\frac{k}{x}, k \neq 0$) 是解决该问题的关键.

解: (1) 根据题意, 设 $\rho=\frac{k}{V}$ ($k \neq 0$).

当 $V=5, \rho=1.98$ 时, $k=9.9$,



所以 ρ 与 V 之间的函数关系式是 $\rho = \frac{9.9}{V}$.

(2) 当 $V=a$, $\rho = \frac{9.9}{\sqrt{a+1}}$ 时, 有 $\frac{9.9}{a} = \frac{9.9}{\sqrt{a+1}}$.

解得 $a_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $a_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (舍去), 所以 a 的值为 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

【解题策略】 解决该类题目主要利用数学建模思想, 运用待定系数法确定函数的解析式, 再根据相等的条件, 把实际问题转化为数学问题, 从而使问题得到解决.

探索与创新题

例 9 (开放题) 已知 y 是 x 的函数, 在下面表格提供的数据中, 通过计算验证, 你认为 y 是 x 的正比例函数还是反比例函数? 你能写出函数的关系式并填上表格中的空缺吗?

x	-3	-2		1		3	4
y		$\frac{3}{2}$	3		$-\frac{3}{2}$		$-\frac{3}{4}$

【分析】 这是用表格法表示函数关系, 若要验证是什么函数, 可选用一对特殊的 x, y 对应值, 用待定系数法求函数关系式, 再进行验证.

解: ①若 y 是 x 的正比例函数, 设 $y = k_1 x (k_1 \neq 0)$,

把 $x = -2, y = \frac{3}{2}$ 代入得 $\frac{3}{2} = -2k_1, \therefore k_1 = -\frac{3}{4}, \therefore y = -\frac{3}{4}x$.

对于 $y = -\frac{3}{4}x$, 当 $x = 4$ 时, $y = -3 \neq -\frac{3}{4}$, 则 y 不是 x 的正比例函数.

②若 y 是 x 的反比例函数, 设 $y = \frac{k_2}{x} (k_2 \neq 0)$.

把 $x = -2, y = \frac{3}{2}$ 代入得 $\frac{3}{2} = \frac{k_2}{-2}, \therefore k_2 = -3, \therefore y = \frac{-3}{x}$.

对于 $y = \frac{-3}{x}$, 当 $x = 4$ 时, $y = -\frac{3}{4}$.

经验证 y 是 x 的反比例函数, 函数关系式为 $y = \frac{-3}{x}$. 补全表格如下:

x	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	1	$\frac{3}{2}$	3	-3	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{3}{4}$

【解题策略】 本题的表格中有两组对应值, 若此函数是正比例函数, 则 $\frac{y}{x} = k_1$

($k_1 \neq 0$) 是定值, 显然 $\frac{\frac{3}{2}}{-2} \neq \frac{-\frac{3}{4}}{4}$, 即不是正比例函数. 若此函数是反比例函数, 则 $xy = k_2$ ($k_2 \neq 0$) 是定值, 因为 $-2 \times \frac{3}{2} = 4 \times (-\frac{3}{4})$, 所以是反比例函数. 本题属于结论开放性题, 所以应分情况进行讨论.



例 10 (探索規律題) 將 $x = \frac{2}{3}$ 代入反比例函數 $y = -\frac{1}{x}$ 中, 所得的函數值為 y_1 ; 又把 $x = y_1 + 1$ 代入函數中, 所得的函數值為 y_2 ; 再將 $x = y_2 + 1$ 代入函數中, 所得的函數值為 y_3 ……如此繼續下去, 則 y_{2008} 的值為多少?

分析 先列出前幾項, 找出規律, 再求解.

$$\text{解: } x = \frac{2}{3}, y_1 = -\frac{3}{2};$$

$$x = -\frac{3}{2} + 1 = -\frac{1}{2}, y_2 = -\frac{1}{-\frac{1}{2}} = 2;$$

$$x = 2 + 1 = 3, y_3 = -\frac{1}{3};$$

$$x = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}, y_4 = -\frac{3}{2};$$

……

可見 $y_1, y_2, y_3, y_4, \dots$ 的值是 $-\frac{3}{2}, 2, -\frac{1}{3}$ 三個數依次循環,

$$\text{所以 } y_{2008} = y_1 = -\frac{3}{2}.$$

【解題策略】 該題是以反比例函數值為背景的探究題, 只要依次求出 $y_1, y_2, y_3, y_4, \dots$ 的結果, 方可探求規律.

易錯疑難辨析

糾錯釋疑

易錯點 對反比例函數的概念理解不透徹

【易錯點解讀】 在運用反比例函數的概念時, 必須要注意定義中 $k \neq 0$ 這一條件, 易出現的錯誤是解題時常忽略這一條件, 而導致解題錯誤.

例題 已知函數 $y = (m+1)x^{m^2-2}$ 是反比例函數, 求 m 的值.

錯解: $\because$ 函數 $y = (m+1)x^{m^2-2}$ 是反比例函數,

$$\therefore m^2 - 2 = -1.$$

$$\text{解得 } m = 1 \text{ 或 } m = -1.$$

分析 反比例函數的定義是: 一般地, 如果兩個變量 y 與 x 的關係可以表示成 $y = \frac{k}{x}$ (k 為常數, $k \neq 0$) 的形式, 那麼稱 y 是 x 的反比例函數. 定義中強調了“ $k \neq 0, k$ 為常數”這一條件, 而錯解中忽略了這一條件.

正解: $\because$ 函數 $y = (m+1)x^{m^2-2}$ 是反比例函數,

$$\therefore \begin{cases} m^2 - 2 = -1, \\ m + 1 \neq 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} m = \pm 1, \\ m \neq -1, \end{cases}$$

$$\therefore m = 1.$$

【解題策略】 解決此類問題要根據反比例函數的定義, 反比例函數 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 還可以轉化為 $xy = k$ ($k \neq 0$), $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$) 的形式. 解題時, 要注意 $k \neq 0$ 的條件, $k \neq 0$ 是反比例函數定義的重要組成部分.



中考解读

点击中考

中考命题总结与展望

本节的主要内容是反比例函数的概念及用待定系数法求反比例函数的解析式. 在中考中单独命题的时候很少,但它易与一次函数及其他学科的知识结合在一起进行综合考查. 题型有选择题、填空题和解答题. 在今后的中考中,对本节知识的考查仍以基础题和中档题为主.

中考真题解读与预测

例1 (2009·成都)若梯形的下底长为 x ,上底长为下底长的 $\frac{1}{3}$,高为 y ,面积为60,则 y 与 x 的函数关系是_____. (不考虑 x 的取值范围)

分析 依题意得 $60 = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{3}x \right) \cdot y$, $120 = \frac{4}{3}xy$, $y = 120 \times \frac{3}{4x} = \frac{90}{x}$. 故填 $y = \frac{90}{x}$.

【解题策略】 根据梯形的面积公式列函数关系式.

例2 (2009·广州)已知函数 $y = \frac{2}{x}$, 当 $x = 1$ 时, y 的值是_____.

分析 把 $x = 1$ 代入 $y = \frac{2}{x}$, 得 $y = 2$. 故填 2.

例3 (2009·成都)已知一次函数 $y = x + 2$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 其中一次函数 $y = x + 2$ 的图象经过点 $P(k, 5)$.

(1)试确定反比例函数的表达式;

(2)若点 Q 是上述一次函数的图象与反比例函数的图象在第三象限的交点, 求点 Q 的坐标.

分析 由一次函数确定出 k 值, 则反比例函数的表达式可求, 再解方程组求出两函数图象的交点, 即可确定点 Q 的坐标.

解: (1) $\because$ 一次函数 $y = x + 2$ 的图象经过点 $P(k, 5)$,

$$\therefore 5 = k + 2, \therefore k = 3. \therefore \text{反比例函数的表达式为 } y = \frac{3}{x}.$$

$$(2) \text{ 由 } \begin{cases} y = x + 2, \\ y = \frac{3}{x} \end{cases} \text{ 消去 } y, \text{ 得 } x^2 + 2x - 3 = 0.$$

$$\text{即 } (x+3)(x-1) = 0, \therefore x = -3 \text{ 或 } x = 1.$$

$$\text{可得 } y = -1 \text{ 或 } y = 3.$$

$$\text{于是 } \begin{cases} x = -3, \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 1, \\ y = 3. \end{cases}$$

$\because$ 点 Q 在第三象限, $\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(-3, -1)$.

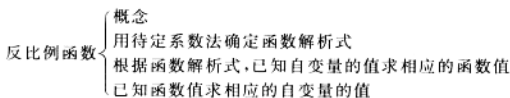
【解题策略】 该题是反比例函数与一次函数的综合运用. 在确定 Q 点的坐标时, 注意点所在的象限, 不要盲目确定.



课堂小结

本节归纳

1. 知识结构及要点小结



2. 解题方法及技巧小结

(1) 判定一个函数是否为反比例函数, 必须根据反比例函数的定义加以识别, 凡是反比例函数都可以化成 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的形式. 注意“ $k \neq 0$ ”这一条件是反比例函数定义的一个重要组成部分, 做题时切记不要将其忽略.

(2) 确定解析式的方法是待定系数法. 由于在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中只有一个待定系数, 因此只需要一对对应值或图象上一个点的坐标, 即可求出 k 值, 从而确定解析式.

习题全解

课本习题

>>> 课内练习

1. 提示: (1) 比例系数是 $-\frac{5}{3}$. (2) 当 $x = -10$ 时, $y = \frac{1}{6}$. (3) 当 $y = 2\frac{1}{2}$ 时, $x = -\frac{2}{3}$.
2. 提示: (1) h 关于 a 的函数解析式是 $h = \frac{20}{a}$, 自变量 a 的取值范围是 $a > 0$.
(2) h 是关于 a 的反比例函数, 比例系数是 20. (3) 当 $a = 2.5$ cm 时, $h = 8$ cm.

>>> 作业题

A 组

1. 解: (1)(4) 中的变量成反比例, (2) 中的变量成正比例, (3) 中的变量既不成正比例, 也不成反比例. 2. 解: (1)(3) 是反比例函数, 它们的比例系数分别为 π , -4 .
3. 解: (1) 比例系数为 -12 , 自变量的取值范围为 $x \neq 0$. (2) 当 $x = -3$ 时, $y = 4$.
(3) 当 $y = -\sqrt{3}$ 时, $x = 4\sqrt{3}$. 4. 解: v 关于 t 的函数解析式为 $v = \frac{200}{t}$. 若 $t = 1.8$ h, 则 $v \approx 111$ km/h.

B 组

5. 提示: (1) $p = \frac{300}{d}$. (2) 当 $d = 2.4$ m 时, $p = 125$ N, 即杆的另一端所加压力为 125 N. 6. 解: x, y 成反比例. 理由如下: $\because (x+y)^2 = x^2 + y^2 - 2, \therefore x^2 + y^2 + 2xy = x^2 + y^2 - 2$, 即 $xy = -1, \therefore x, y$ 成反比例.

>>> 课内练习

1. 提示: $y = -\frac{3}{2x}$, 自变量 x 的取值范围为 $x \neq 0$ 的全体实数. 2. A 3. 解: (1) 设 y

