

全球青少年都在读的科普书

口袋里的百科

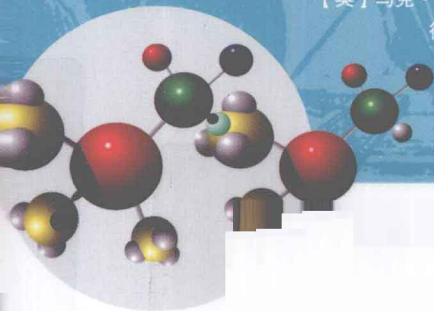


数学

——你需要的
超过2000个基本事实

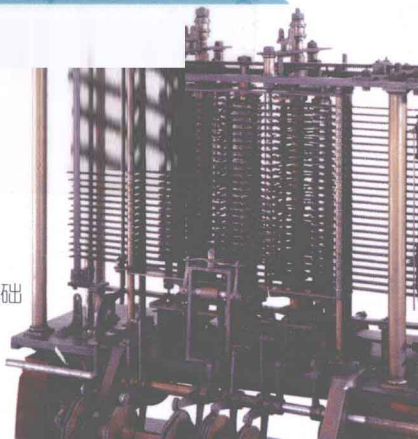
【英】马克·弗莱瑞 (Mark Fray) 著

徐震 译



03

数的故事 主要的古代数学研究中心
基本的算术概念 特殊的数 数学的捷径
芝诺悖论 几何的历史 基本几何概念
三维物体 拓扑 基础代数 符号的应用
代数的起源 因子 斜率 联立方程 概率基础
阶乘符号 贝叶斯理论 无限和超越
囚徒困境 级数的重要性



数学

——你需要知道的
超过2000个基本事实

数学

——你需要知道的 超过2000个基本事实

【英】马克·弗莱瑞 (Mark Frary) 著
徐震 译

03

图书在版编目(CIP)数据

数学——你需要知道的超过 2000 个基本事实/[英]弗莱瑞(Frary, M.)著;
徐震译. —上海:复旦大学出版社, 2011. 4

(口袋里的百科)

ISBN 978-7-309-07450-5

I. 数… II. ①弗…②徐… III. 数学-普及读物 IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 136549 号

数学——你需要知道的超过 2000 个基本事实

[英]弗莱瑞(Frary, M.) 著 徐 震 译

责任编辑/张旭辉

复旦大学出版社有限公司出版发行

上海市国权路 579 号 邮编:200433

网址: fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com

门市零售:86-21-65642857 团体订购:86-21-65118853

外埠邮购:86-21-65109143

浙江新华数码印务有限公司

开本 787×1092 1/32 印张 3.875 字数 92 千

2011 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

印数 1—5 100

ISBN 978-7-309-07450-5/O·455

定价: 18.00 元

如有印装质量问题, 请向复旦大学出版社有限公司发行部调换。

版权所有 侵权必究

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbo.com

目 录

7 数的故事

什么是数? 8 主要的古代数学研究中心 10 各个时代伟大的数学家 14 计算器 16

19 数学概念

数学符号 20 基本的算术概念 22 平方和指数 23 方根 24 10的乘方数表 25 分数 26 小数 27 百分比 28 常见的分数、小数和百分数 28 有理数和无理数 29 特殊的数 29 数学的捷径 33 平均 34 数列 36 无限长数列求和 36 富有想象的跳跃 37 重要的数列 37 芝诺悖论 38

39 几何和三角学

几何的历史 40 基本几何概念 42 正方形和矩形 45 三角形 46 三角学 47 毕达哥拉斯定理 48 正弦、余弦、正切 50 三角等式 53 埃菲尔铁塔有多高? 54 圆 55 其他四边形 56 多边形 57 三维物体 58 圆锥 61 椭圆 62 坐标 66 对称 67 拓扑 68

69 基础代数

符号的应用 70 代数的起源 70 图像 72 方程的类型 74 图像的形状 75 因子 77 重排方程 79 解线性方程 80 斜率 80 联立方程 82 求解二次方程 84 不等式 85 证明 87 函数 88 集合 88

89 概率的知识

概率基础 90 概率树 92 阶乘符号 93 排列和组合 93 A 或者 B 发生的概率是什么 96 生日问题 97 概率分布 98 概率、运动和游戏 99 贝叶斯理论 102

103 无限和超越

应用数学 104 囚徒困境 105 数字系统 106 虚数 108 谁发明了微积分 109 初级微积分 109 积分 112 分形 114 无限 115 级数的重要性 116

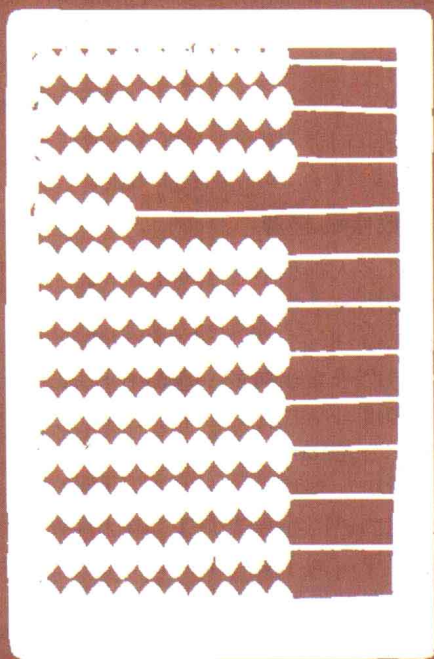
117 综合参考

常见的数学符号 118 10的乘方 118 根、平方和立方 119 基础代数 120 集合的符号语言 120 二进制、十进制和六十进制表 121

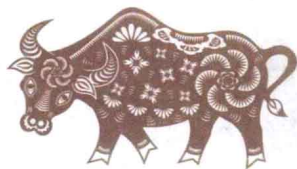
问题箱答案

罗列在第122页至第124页

数的故事



什么是数？



很难想象没有数的世界会是什么样子。有证据表明在公元前3000年甚至更早，人们就开始使用数了。在那个时候，数主要用来表明某物体的数量——比如3头牛。但是当时并没有特定的符号来表示数字；相反，人们重复某个记号来表示数量——比如4个记号表示4，这种记号被称为计数符号。

最早的数字

现今发现的最早的数字证据是一些雕刻品，它们位于现在的阿富汗东部和旁遮普（巴基斯坦一省）北部区域。在这个区域所使用的佉卢文是一个数字字母并存的语系，并且一直使用到至少公元3世纪。随着时间的推移，数的表现形式越来越巧妙。在许多文化中，用字母符号或者将“一、二、三”等直接用单词拼写出来。但不是做任何事都可以这样用，比如数学，实际上就不可能。

现代数字的起源

许多人都相信，今天使用的数字是由公元前3世纪印度的数学家所创造的（查看第9页的表格）。到了公元前1世纪，这些符号发展为表格中展示的萨卡数字。萨卡是当时的一个游牧部落，位于现在的伊朗。印度马哈拉施特拉邦一处洞穴发现的数字形式表明，公元200年左右的数字和现在的数字之间关系较之前更加密切。到了公元10世纪，数字和我们现在使用的已经相差无几了。阿拉伯数学家从印度数学家那里学到了数字的写法，然后带到了西班牙，形成了伽巴尔数。

大约在公元前20000年，非洲发现的伊塞伍德骨可能是世界上最古老的数学手工艺品。上面展示的一系列记号明显代表了数字。



不同时期的数字形式

佐卢文 数字 公元 前300 年	阿育王 数字 公元 前300 年	萨卡数 字 公元 前100年	纳西克 数字 公元 200年	罗马数 字 公元 前100年/ 公元100 年—至 今	伽巴尔 数字 公元 900年	东阿拉 伯数字 公元 900年—至 今	印度-阿 拉伯数 字 公元 900年— 至今
						•	0
I	I	I	—	I	I	I	1
II	II	II	=	II	2	2	2
		III	≡	III	3	3	3
IIII	+	X	7 4	IV or IIII	4	4	4
IIIIII		IX	5 3	V	5	5	5
	6 6	II X	6	VI	6	6	6
			7	VII	7	7	7
		XX	8 9	VIII	8	8	8
			9	IX	9	9	9

说明：空格表示数字形式未知。可以看出早期大多数数字体系不含0（本章后面会进一步说明）。一些双字符数字表明可变更表现形式。出处：The Hindu-Arabic Numbers, David Eugene Smith and Louis Charles Karpinski (1911)。



小贴士

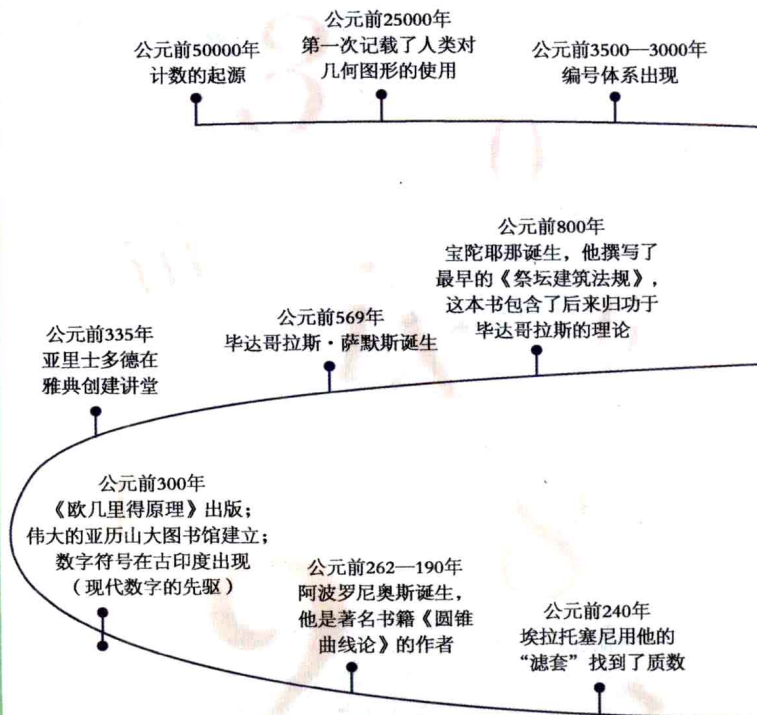
印刷术发明之前，记录和使用符号只能重新写出来，誊写过程中不可避免会出现一些小的变动。

主要的古代数学研究中心

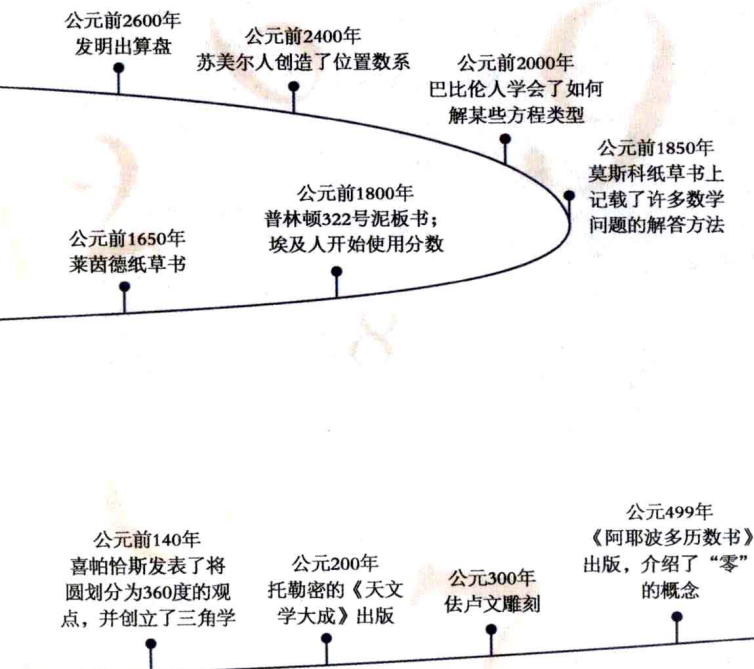
巴 比 伦

这个古老的城邦位于今天伊拉克境内底格里斯河和幼发拉底河之间，大约存在于公元前3000年到公元前540年，是数学生长的温床。巴比伦人提出了基于数字60的数字体系，即所谓的六十进制（不同于我们今天使用的十进制）。这个地

古代数学的大事年表



方的数学家们已经使用分数，并且对求解简单的二次方程也有一定了解。一块可追溯到公元前1800年的泥板，即普林顿322号（美国哥伦比亚大学普林顿收藏馆的第322号收藏品）雕刻了用来求解方程 $\frac{x-1}{x}=c$ 的一系列数字。

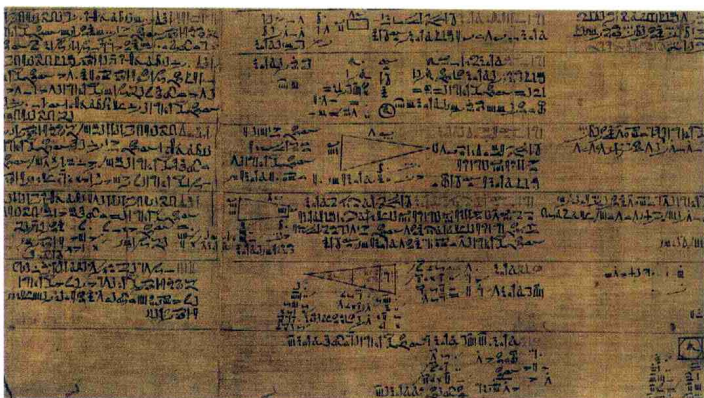


埃及

大约在普林顿322号泥板书被制作出来的同一时间，古埃及人正在把他们的数学思想记在纸莎草纸上。他们也在使用分数，但仅仅是单分数（比如，分子是1的分数，就像 $1/2$ 和 $1/4$ 一样）。

《莱茵德纸草书》是以埃及古物学者亚历山大·莱茵德的名字命名的，他在19世纪中叶买了这本书。这本书可以追溯到大约公元前1650年，显示出古埃及人拥有广泛的数学知识，其中包括对地理和代数的理解。

这时古巴比伦人和古埃及人似乎已经开始使用数学知识来解决现实问题，比如计算出如何分配食物或者某些物体的面积和体积。



《莱茵德纸草书》的一些段落（上图），分别计算了矩形、三角形和金字塔的面积。

古希腊

相比之下，古希腊最先出现的学习数学的人并不是为了解决现实问题，而是有他们自己的目的。他们的主要成就在几何和数论这两个领域，其中数论主要关注数的特殊性质。

希腊人也是最早研究数学证明概念的，可以通过推论——一种数学陈述，来做证明，这种观点应用到任何一个例证都是正确无误的。



小贴士

大约从公元前6世纪到公元5世纪，古希腊是这一时代大部分著名数学家的诞生地，包括以三角定理而闻名的毕达哥拉斯，以几何学说而闻名的泰勒斯和欧几里得，以及以数学极限而闻名的阿基米德（因在浴缸里发现浮力定律大叫“我发现了”而广为人知）。

中国

中国早期的大部分数学历史都和机械化记数有关。记数棒——一种用来代表数字的小棍子，在2000多年前就被中国和其他亚洲国家所使用。

公元前1000年到公元100年间，《九章算术》的理论不断地被中国的数学家们发展，这和其他一些事实一起，显示出古代的中国人就懂得如何计算物体的面积、体积和比率，并且拥有代数的实用性知识。

印度

就我们所知，印度数学真正的起源，是在公元前2500年到公元前1700年间的印度河流域。在这一地区，人们使用小数来表示重量和长度。

1000年以后，吠陀教的信徒将他们所知道的建造祭坛的知识（其中包括了我们所熟知的毕达哥拉斯定理）通过诵读《祭坛建筑法规》的方式传播开来。

1881年，一项数学工事现在称作《巴赫沙利手稿》在印度被发现。据信，这本书起源于公元2到3世纪，被写在许多片桦树皮上，它包含了关于平方根的讨论和负数的使用。

各个时代伟大的数学家

婆罗摩笈多

(598—668) 印度
“零”，使用负数和线性方程

穆罕默德·伊本·穆萨·花拉子米

(780—850) 乌兹别克斯坦
代数(这个词出自他的一本书)

凯拉吉

(953—1029) 波斯
归纳证明，代数

我默·伽亚谟

(1048—1123) 波斯
代数(包括用 X 表示未知数的用法)，平行理论

阿德拉德(巴思的)

(1080—1152) 英国
将基本的阿拉伯语翻译成拉丁语

婆什迦罗

(1114—1185) 印度
二次和三次方程，微积分，被零除，十进制的使用

萨拉夫·丁·路西

(1135—1213) 波斯
函数的概念，三次方程

斐波那契

(1170—1250) 意大利
斐波那契数列，推广阿拉伯数字系统

尼古拉斯·奥雷姆

(1323—1382) 法国
坐标几何，分数幂

费罗

(1465—1526) 意大利
三次方程的解法

罗伯特·雷考德

(1510—1558) 威尔士
引入等号

法拉利

(1522—1565) 意大利
四次方程的解法

巴塞洛缪·皮蒂斯克斯

(1561—1613) 德国
三角函数

威廉·奥特雷德

(1575—1660) 英国
引入乘法符号及“sin”、“cos”符号

笛卡儿

(1596—1650) 法国
解析几何学，切线，奠定微积分基础

费马

(1601—1665) 法国
数论，微积分，以“费马大定理”知名，即没有三个正整数 a, b, c 能满足 $a^n + b^n = c^n$ 对 $n > 2$ 有整数解

约翰·沃利斯

(1616—1703) 大不列颠
“幂”符号、数轴、无穷级数、帕斯卡三角二项式系数、概率论

勃拉斯·帕斯卡

(1623—1662) 法国
二项式系数的帕斯卡三角，概率论

约翰·德·维特

(1625—1672) 荷兰
概率论

伊萨克·牛顿

(1642—1727) 大不列颠
微积分，二项式定理，幂级数

戈特弗里德·威廉·莱布尼茨

(1646—1716) 德国
微积分，拓扑，线性方程组

莱昂哈德·欧拉

(1707—1783) 瑞士
数学符号(e , i , 函数)，幂级数，数论

玛丽亚·阿涅西

(1718—1799) 意大利
微分和积分

约瑟夫·拉格朗日

(1736—1813) 意大利
变分法，拉格朗日力学，概率论，群论

彼埃尔·西蒙·拉普拉斯

(1749—1827) 法国
统计与概率论、微分方程

阿德里安·马里·勒让德
(1752—1833) 法国
最小二乘法、统计学、
椭圆函数、勒让德变换

卡尔·弗里德里希·高斯
(1777—1855) 德国
数论, 统计, 代数基本
理论

奥古斯丁·路易斯·柯西
(1789—1857) 法国
微积分, 分析, 复变函数论

奥古斯特·莫比乌斯
(1790—1868) 德国
莫比乌斯带、数论

查尔斯·巴贝奇
(1791—1871) 英国
制造差分机和分析仪
(现代电脑的先驱)

卡尔·雅可比
(1804—1851) 普鲁士
椭圆函数、数论

奥古斯塔斯·德·摩根
(1806—1871) 英国
(生于印度)
代数法则, 数学归纳法

埃瓦里斯·伽罗瓦
(1811—1832) 法国
群论

乔治·布尔
(1815—1864) 英国
逻辑学

弗朗西斯·高尔顿
(1822—1911) 英国
标准差, 回归(译者
注: 统计学名词)

伯恩哈德·黎曼
(1826—1866) 德国
N维几何, (数学)分析

桑雅·卡巴列夫斯基
(1850—1891) 俄国
(数学)分析, 微分方程

亨利·庞加莱
(1854—1912) 法国
庞加莱猜想, 数学物理

安德烈·马尔科夫
(1856—1922) 俄国
随机过程

大卫·希尔伯特
(1862—1943) 德国
变分原理, 泛函分析,
希尔伯特空间

艾米丽·艾米·诺特
(1882—1935) 德国
抽象代数

罗伯特·李·摩尔
(1882—1974) 美国
拓扑学

赫尔曼·威尔
(1885—1955) 德国
流形和拓扑

诺伯特·维纳
(1894—1964) 美国
集合论

玛丽·卡特莱特
(1900—1998) 英国
函数论

约翰·冯·诺依曼
(1903—1957) 匈牙利
逻辑学, 集合论, 博弈论

安德烈·柯尔莫哥洛夫
(1903—1987) 俄国
拓扑学, 概率论, 逻辑学

库尔特·哥德尔
(1906—1978) 奥匈帝国
不完全理论, 数学证明

阿兰·图灵
(1912—1954) 英国
算法, 可计算性

保罗·厄多斯
(1913—1996) 奥匈帝国
数论, 组合数学, 概
率论

约翰·杜奇
(1915—2000) 美国
统计学

茱莉亚·罗宾逊
(1919—1985) 美国
决策问题

伯努瓦·曼德勒罗
(1924—) 法国
分形几何

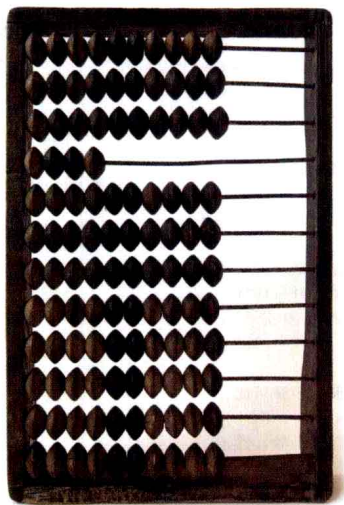
安德鲁·约翰·怀尔斯
(1953—) 英国
证明费马大定理, 数论

计算器

历史上一些数学家和极少数的普通人发明出许多种器具来帮助他们计数。

算盘

算盘在今天仍然可以见到，它的英文单词来源于古希腊文“abax”。我们不能确切地知道谁发明了算盘，但是很多人倾向于认为是居住在今天伊拉克南部的苏美尔人。和那时相比，算盘的设计几乎没什么改变：每一个支架上有一串珠子，代表前一串珠子的某个倍数。苏美尔人使用六十进制，对他们来说这个倍数就是60；对那些使用十进制的人来说这个倍数就是10。



算盘是世界上最早的计算器，于公元前2600年前由夏朝人发明。

安梯基齐拉机

算盘是一个非常简单的器械，但是安梯基齐拉机就不再如此简单了。1891年，在希腊小岛安梯基齐拉附近的沉船上发现了这个不寻常的器械，它是由30个复杂的互相咬合的齿轮构成。近些年，一些研究者认定这是一个相当精准的计算器，是用作天文预测的。这个“天文计算器”大约制造于公元前150年至公元前100年之间，显示了古希腊人在数学上较之前更为先进的思想。