博士文库

BOSHI WENKU

〔工学〕

粒子滤波的原理及应用

LIZILUBO DE YUANLI JI YINGYONG

刘 凯　黄青华　著

知识产权出版社

BOSHI WENKU

〔工学〕

粒子滤波的原理及应用

刘 凯 黄青华 著

知识产权出版社

内容提要

粒子滤波是近年来兴起的一种新的非线性信号处理方法，能方便有效地计算非线性非高斯状态的后验分布。本书在详细介绍粒子滤波的基本原理、具体框架以及各种改进方案的基础上，对于粒子滤波中最关键的重要性函数选取以及退化问题的解决进行了深入的研究和探讨，并以混沌通信中的混沌去噪、分离以及非合作通信中PCMA信号的盲分离问题为例，给出了基于粒子滤波的解决方案，并相应给出了部分算法的matlab实现，对于粒子滤波在盲信号处理等问题中的广泛应用有很好的参考价值。

责任编辑：张　静　　　　**责任校对**：韩秀天

文字编辑：崔　玲

装帧设计：SUN工作室

图书在版编目（CIP）数据

粒子滤波的原理及应用/刘凯，黄青华著．—北京：知识产权出版社，2010.3

ISBN 978-7-80247-854-1

Ⅰ.①粒…　Ⅱ.①刘…②黄…　Ⅲ.①非线性控制系统　Ⅳ.①O231.2

中国版本图书馆CIP数据核字（2010）第022113号

粒子滤波的原理及应用

刘　凯　黄青华　著

出版发行：知识产权出版社

社　址：北京市海淀区马甸南村1号	**邮　编**：100088
网　址：http：//www.ipph.cn	**邮　箱**：bjb@cnipr.com
发行电话：010-82000860转8101/8102	**传　真**：010-82005070/82000893
责编电话：010-82000887　82000860转8118	**责编邮箱**：lilin@cnipr.com
印　刷：知识产权出版社电子制印中心	**经　销**：新华书店及相关销售网点
开　本：880mm×1230mm　1/32	**印　张**：6
版　次：2010年3月第1版	**印　次**：2010年3月第1次印刷
字　数：150千字	**定　价**：20.00元

ISBN 978-7-80247-854-1/O·006（2827）

前　言

信号处理领域中贝叶斯估计的出现使得信号的先验信息得到了充分的利用，然而随着信号处理对象的不断拓展，越来越多的复杂非线性信号及系统进入了研究人员的研究范围，对于这些信号处理问题，传统的高斯线性假设已完全不能适用，从而出现了线性化、高斯化等近似方法，近年来发展出现了多种适用于非线性非高斯问题的非线性滤波方法，粒子滤波就是其中之一。

粒子滤波是从20世纪90年代中后期发展起来的，是递推贝叶斯滤波器的另一种实现形式，其基本思想是用随机样本来描述概率分布，这些样本被称为“粒子”，然后通过调节各粒子权值的大小和样本的位置，来近似实际概率分布，并以样本的平均值作为系统的估计值，它原则上可用于任意非线性非高斯随机系统的状态估计，有效克服了扩展卡尔曼滤波等近似方法的缺点。由于粒子滤波方法适用范围的一般性及在一定条件下的最优性，它已经被应用到了无线通信、电路、生物医学、智能信号处理、图像处理和语音信号处理等各个领域。

2001年以来国外已有三四本关于粒子滤波的专著，国内近几年已有人员开始进行该方面的研究，但大多以算法应用为主，未见类似专著出版。作者结合自己几年来的学习及研究经验，整理编写了本书，希望能填补这一空缺，并充当粒子滤波的入门导引。

本书主要讲解了粒子滤波算法的理论依据、算法流程及拓展，并以混沌信号盲估计以及单通道通信信号分离为例详细给出了基于粒子滤波算法的应用实例。从相关统计信号处理理论等基础讲起，为读者提供了粒子滤波理论和应用的全面介绍。本书的预期读者可能来自多个学科，诸如统计学、信号处理、通信和电路等。为了保

证无论是研究人员、学生，还是工程实践人员都能使用该书，我们特意补充了概率论和估计理论等背景知识供读者阅读。具体章节内容如下：

第一章：本章对粒子滤波所涉及的基础知识进行了总结。主要集中在随机信号及统计信号处理方面，为读者能顺利地阅读以后章节打下了必要的理论基础。主要内容包括：概率论、随机信号、马尔科夫过程及统计估计理论等。

第二章：本章讨论了贝叶斯框架下的最优估计问题。从线性高斯模型出发，先介绍了最优估计卡尔曼滤波，进而把研究对象推广到非线性非高斯情况。通过扩展卡尔曼滤波和无味卡尔曼滤波进行线性化解决非线性问题，利用高斯和滤波对非高斯进行高斯近似，从而实现了非线性非高斯系统的估计问题，还讨论了针对分段线性情况下网格滤波的解决思路。最后引入一般情况的贝叶斯递推问题，详细介绍了变分贝叶斯学习方法解决贝叶斯递推中的高维积分问题。

第三章：鉴于第二章提到的算法一般采用的是线性化以及多个分布拟和非高斯分布的办法，有较大的局限性，本章把贝叶斯估计扩展到一般的非线性非高斯问题，重点讨论蒙特卡洛方法的思想及其中的关键算法。主要内容侧重于蒙特卡洛方法中的样本点抽样方法，介绍了舍去抽样、马尔科夫蒙特卡洛、重要性抽样和确定性抽样等方法。

第四章：本章针对序贯信号处理问题，简要回顾了粒子滤波从序贯重要性抽样，到重抽样，再到正则化方法的整个发展过程，深入讨论了粒子滤波方法的思想、具体框架，指明了算法中可能存在的问题以及相应的增强算法。

第五章：本章主要讨论了单通道下混沌信号的处理问题。针对混沌信号这一典型的非线性信号，详细分析了粒子滤波在其处理中的应用。根据混合信号数量，把问题分为了两类：混沌去噪和混沌分离。在有无状态噪声，以及状态噪声和观测噪声是否高斯分布的

各种情况下，详细分析了各种重要性函数的选取及性能。在无状态噪声的情况下，研究了退化现象产生的原因并给出了解决方案；在有状态噪声的情况下，根据状态噪声和观测噪声的特性，给出了可以选取最优重要性函数的一般性条件，推导了相应的重要性权重表达式；最后针对混沌系统中存在未知参数的半盲估计问题，提出了一种半盲的分离算法，在参数非时变时利用核平滑方法；在参数时变的情况下，利用 AR 模型进行近似，同时针对合适的状态空间模型，利用混合卡尔曼滤波方法实现混沌信号和未知参数的联合估计，取得了更优的性能。

第六章：本章把粒子滤波引入到通信信号处理领域，给出了单通道 PCMA（Paired Carrier Multiple Access）信号的欠定盲分离算法。考虑实际应用中存在的频偏、定时偏差、初始相位等诸多不确定因素，建立了单通道下两路同频混合调制信号基带处理的一般性模型，把盲分离问题转化成未知参数和信息符号的联合估计问题。在运用粒子滤波算法时，考虑通信信号状态空间有限的特点，推导出了最优重要性函数的表达式；同时针对模型的卷积特性，在算法中引入平滑处理。为了充分利用接收信号的信息，提出了一种利用多倍过采样的粒子滤波盲分离增强算法，极大地提高了分离性能。

本书的主要章节由刘凯撰写，黄青华主要负责第二章及网上资料收集等，硕士生扈文斌承担了第一章预备知识的整理工作。限于作者的水平，书中错误和遗漏在所难免，恳请读者批评指正。

目　录

第一章 预备知识

粒子滤波的原理及应用涉及的基础知识较多，大部分集中在随机信号及统计信号处理方面，为了下面章节的讨论方便，本章对一些必需的基本知识进行了简单的总结，它是学习本书后续内容的理论基础。主要内容包括：概率论、随机信号、马尔科夫过程及统计估计理论等。

1.1 概率论与统计特性

1.1.1 随机变量

自然界中的事件并不全是唯一确定的，大部分都以一定的概率分布存在不同的可能性，需要引入随机变量来进行数学描述，其概念来源于概率论的定义。在概率论中，一个随机试验所有可能出现的结果的全体称为随机试验的样本空间，记为 Ω。试验的某一个结果称为样本点，记为 ξ_κ，即 $\Omega = \{\xi_\kappa\}$。样本空间中的某个子集称为随机事件。设 Ω 是样本空间，κ 是由 Ω 的一些子集构成的集合，若它满足以下条件：

（1）$\Omega \in \kappa$;

（2）若 $A \in \kappa$，则 $\bar{A} \in \kappa$；

（3）若 $A_n \in \kappa, n = 1,2,\cdots$，则 $\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} A_n \in \kappa$。

则称 κ 为事件域，又称 σ 域。事件域中的元素就是随机事件。若这些事件的随机性能够由定义在 κ 上的具有非负性、归一性和可列加性的实值集函数 $P(A)$ 来确定，则称 P 是定义在二元组（Ω, κ）上

的概率，而称 $P(A)$ 为事件 A 的概率。

至此，我们引入了概率论中的三个基本概念：样本空间 Ω、事件域 κ 和概率 P。它们是描述一个随机试验的三个基本组成部分，称这三元组（Ω,κ,P）为概率空间。下面给出随机变量的定义：

设（Ω,κ,P）是一概率空间，$x(\zeta),\zeta\in\Omega$ 是定义在 Ω 上的单值函数，若对任意实数 x，集合 $\{x(\zeta)\leqslant x\}\in\kappa$，则称 $x(\zeta)$ 为（Ω,κ,P）上的一个随机变量。随机变量 $x(\zeta)$ 的定义域为样本空间 Ω，它的值域是实数或直线 R。

在事件域 κ 中，组成事件 $\{x(\zeta)\leqslant x\}$ 的元素随 x 的不同取值而变化，因此事件 $\{x(\zeta)\leqslant x\}$ 的概率 $P\{x(\zeta)\leqslant x\}$ 取决于 x 的值，用 $F(x)$ 表示，即

$$F(x)=P\{x(\zeta)\leqslant x\},-\infty<x<\infty \tag{1.1}$$

称为随机变量 $x(\zeta)$ 的一维累积分布函数（Cumulative Distribution Function，CDF），简称分布函数，它具有以下性质：$F(x)$ 是单调不减的函数；$F(x)$ 是右连续的函数；$F(x)$ 满足 $F(-\infty)=0$，$F(\infty)=1$。

设连续随机变量 $x(\zeta)$ 的一维累计分布函数为 $F(x)$，若 $F(x)$ 对 x 的一阶导数存在，定义

$$p(x)=\frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x} \tag{1.2}$$

为随机变量的一维概率密度函数（Probability Density Function，PDF），它有性质：对所有的 x，$p(x)$ 是非负函数；$p(x)$ 对 x 的全域积分结果等于1；随机变量 $x(\zeta)$ 落在区间 $[x_1,x_2]$ 内的概率为 $P\{x_1\leqslant x(\xi)\leqslant x_2\}=\int_{x1}^{x2}p(x)\mathrm{d}x$。

根据随机变量的取值是可列还是不可列的，随机变量可分为离散随机变量和连续随机变量。值得注意的是，连续随机变量在某点取值的概率为零。因此，对于连续随机变量，取值区间写成开区间和闭区间是一样的，但对于离散随机变量，开区间和闭区间则是不同的。

1.1.2 随机变量的数字特征

随机变量的分布函数或概率密度函数反映了随机变量取值的统计规律，它们是随机变量统计特性完整的描述，然后在许多实际问题中，概率分布函数和概率密度无法确定，并不需要对随机变量进行完整的描述，而是通过随机变量的数字特征来获取其统计规律的主要特征。数字特征有很多，但主要的数字特征是描述随机变量的集中特性、离散特性和随机变量之间的相关性，常见的有数学期望、方差、矩函数、协方差等。

1. 数学期望

数学期望又称为统计平均或集合平均，有时更简单地称为均值。数学期望描述随机变量的集中特性，用 $E[x]$ 或 m_x 表示。对于离散随机变量 X，其数学期望

$$E[x] = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P_i \tag{1.3}$$

对于连续随机变量，则有

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) \mathrm{d}x \tag{1.4}$$

数学期望有着明确的物理意义，若把概率密度看成是具有一定密度的曲线，那么数学期望便是曲线的重心。

2. 方差

方差是用来度量随机变量偏离其数学期望的程度，或者说是随机变量在数学期望附近的离散程度。因此它描述的是随机变量取值分布的离散特性，方差用 $D[X]$ 或 σ_X^2 表示。对于离散和连续随机变量，分别有

$$D[X] = E\{(X - E[X])^2\} = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - E[x])^2 P_i \tag{1.5}$$

$$D[X] = E\{(X - E[X])^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E[x])^2 f_X(x) \mathrm{d}x \tag{1.6}$$

方差的平方根称为均方差或标准差

$$\sigma_X = \sqrt{D[X]} \tag{1.7}$$

3. 矩函数

随机变量 X 的 n 阶原点矩定义为

$$m_n = E[x^n] \quad n = 1,2,\ldots \tag{1.8}$$

对于离散和连续随机变量，则分别有

$$m_n = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^n P_i \quad n = 1,2,\ldots \tag{1.9}$$

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f_X(x)\,\mathrm{d}x \quad n = 1,2,\ldots \tag{1.10}$$

随机变量 X 的 n 阶中心矩定义为

$$\mu_n = E\{(X - E[x])^n\} \quad n = 1,2,\ldots \tag{1.11}$$

4. 协方差

通常利用协方差 C_{XY} 来衡量随机变量之间的相关性，其定义如下：

$$\begin{aligned} C_{XY} &= E\{(X - E[Y])(Y - E[Y])\} \\ &= E[XY] - E[X]E[Y] = R_{XY} - E[X]E[Y] \end{aligned} \tag{1.12}$$

$C_{XY} = 0$ 则 X 与 Y 不相关，式中 R_{XY} 是 X 和 Y 相关矩，决定了 X 和 Y 之间的正交性。$R_{XY} = E[XY] = 0$ 则 X 与 Y 相互正交。

1.2 随机过程

1.2.1 基本概念

统计数学研究的对象是随机变量。随机变量的特点是：在每次试验的结果中，以一定的概率取某个事先未知，但为确定的数值。在通信和电子信息技术中，常常涉及在试验过程中随着时间而改变的随机变量。例如，接收机的噪声电压就是随时间而随机变化的。我们把这种随时间而变化的随机变量称为随机过程或随机信号。一

般来说，试验过程中随机变量也有可能随其他某个参量变化，例如，一幅图像信号亮度是随 x，y 变化的随机变量等。通常把这种随某个参量而变化的随机变化的随机变量称为随机函数，而把以时间 t 作为参变量的随机函数称作随机过程或随机信号。

随机过程的数学定义如下：设随机试验的样本空间 $S = \{e_i\}$，对于空间的每一个样本 $e_i \in S$，总有一个时间函数 $X\{t,e_i\}$ 与之对应（$t \in T$），对于空间的所有样本 $e \in S$，可有一族时间函数 $X\{t, e\}$ 与其对应，这族时间函数称为随机过程。

随机过程是一族时间函数的集合，随机过程的每个样本函数是一个确定的时间函数 $x(t)$，随机过程在一个确定的时刻 t_1 是一个随机变量 $X(t_1)$。我们用大写字母 $X(t)$，$Y(t)$ 等表示随机过程，用小写字母 $x(t)$，$y(t)$ 等表示随机过程的样本函数。

由于随机过程在每个确定时刻为一随机变量，故类似的有各种数字特征，区别只在于随机过程的数字特征包含了时间变量 t，具体定义如下：

1. 数学期望

在任意时刻 t_1，随机过程是一个一维随机变量 $X(t_1)$，随机变量 $X(t_1)$ 的数学期望 $E[X(t_1)]$ 就是 t_1 时刻随机过程的数学期望。对于不同的时刻 t，随机过程的数学期望是一个确定的时间函数，记为 $E[X(t)]$ 或 $m_X(t)$

$$m_X(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x,t)\,\mathrm{d}x \tag{1.13}$$

2. 方差

方差的定义与数学期望类似，它也是时间的函数，记为 $D[X(t)]$ 或 $\sigma_X^2(t)$

$$\sigma_X^2(t) = D[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [x - m_X(t)]^2 f_X(x,t)\,\mathrm{d}x \tag{1.14}$$

方差 $\sigma_X^2(t)$ 描述的是随机过程所有的样本函数相对于数学期望 $m_X(t)$ 的离散程度。另外，$\sigma(t)$ 也称为随机过程的均方差或标

准差。

3. 自相关函数

数学期望和方差描述了随机过程在任意一个时刻 t 的集中和离散程度。为了反映随机过程不同时刻间的联系，引出自相关函数的概念。相关的概念表征了随机过程在两时刻之间的关联程度，进而说明了随机过程起伏变化的快慢。

若随机过程 $X(t)$ 所有样本函数都是实函数，则 $X(t)$ 为实随机过程。对任意的两个时刻 t_1，t_2，实随机过程的自相关函数定义为

$$R_X(t_1,t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1x_2f_X(x_1,x_2;t_1,t_2)\,\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \tag{1.15}$$

这实际上是随机过程在 t_1，t_2 时刻的两个状态 $X(t_1)$，$X(t_2)$ 的二阶混合原点矩。因此它描述的随机起伏变化不仅包括快慢的变化，还隐含着幅度的变化。自相关函数具有功率的量纲。

4. 互相关函数

在描述两个随机过程之间的内在联系时，需要引入互相关的概念，即

$$R_{XY}(t_1,t_2) = E[X(t_1)Y(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} xyf_{XY}(x,y;t_1,t_2)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{1.16}$$

1.2.2　平稳随机过程

平稳随机过程是一类重要的随机过程。在信息处理与通信领域中，有很多随机过程是平稳的或近似平稳的。对平稳过程的分析要比一般随机过程简单得多，因此研究品平稳过程有着重要的意义。

严格地说，若对于任意的 τ，随机过程 $X(t)$ 的任意 n 维概率密度满足

$$
\begin{aligned}
& f_X(x_1, x_2, \ldots, x_n; t_1, t_2, \ldots, t_n) \\
&= f_X(x_1, x_2, \ldots, x_n; t_1 + \tau, t_2 + \tau, \ldots, t_n + \tau)
\end{aligned}
\tag{1.17}
$$

则称 $X(t)$ 为严平稳过程。换句话说，严平稳过程的 n 维概率密度不随时间起点不同而改变。研究严平稳过程的意义在于：在任何时刻计算它的统计结果都是相同的。

若式（1.17）不是对任意 n 都成立，而是仅在 $n \leqslant N$ 时成立，我们称 $X(t)$ 是 N 阶平稳的。事实上，只要 $n = N$ 时成立，那么 $n < N$ 时必成立，因为 N 维概率密度包括任意 $n < N$ 维概率密度。这种有限阶平稳的概念更易于工程上应用。

在实际问题中，利用随机过程的概率密度来判断其平稳性是很困难的。在一般情况下，若产生随机过程的主要物理条件不随时间的推移而改变，那么这个随机过程基本上被认为是平稳的。

根据定义，严平稳过程具有以下性质。

性质 1：严平稳过程 $X(t)$ 的一维概率密度与时间无关。

性质 2：严平稳过程 $X(t)$ 的二维概率密度只与两个时刻 t_1 和 t_2 的间隔有关，与时间起点无关。

事实上，工程中很难用到严平稳过程，因为它的定义实在是太“严格”了。因此比较常用的是宽平稳过程也称广义平稳过程。它不同于严平稳过程的是：严平稳过程需要 n 阶平稳（n 为任意阶），而广义平稳过程只须二阶平稳。

若随机过程 $X(t)$ 满足

$$E[X(t)] = m_X(t) = m_X \tag{1.18}$$

$$R_X[t_1, t_2] = R_X(\tau) \tag{1.19}$$

$$E[X^2(t)] < \infty \tag{1.20}$$

则称 $X(t)$ 为广义平稳过程，式中 $\tau = t_2 - t_1$ 。

1.3 马尔科夫过程

马尔科夫过程是另一类重要的随机过程，在实际应用中，它是