

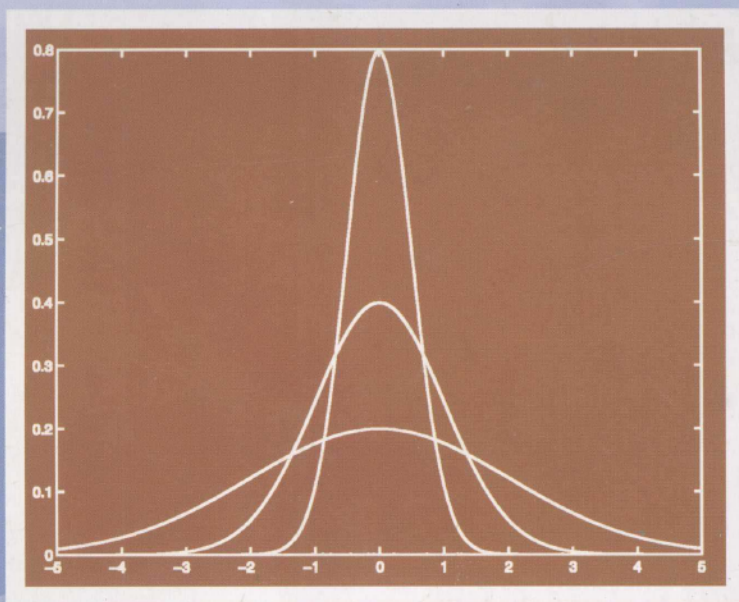
经全国中小学教材审定委员会 2005 年初审通过

Mathematics

普通高中课程标准实验教科书（必修）

数学

第五册



湖南教育出版社

Mathematics

普通高中课程标准实验教科书(必修)

数 学

第五册

普通高中课程标准实验教科书

数 学

第五册

责任编辑：孟实华 邹伟华 甘 哲

美术编辑：肖 毅

技术插图：徐 航

湖南教育出版社出版发行（长沙市韶山北路 443 号）

网 址：<http://www.hneph.com>

电子邮箱：postmaster@hneph.com

湖南省新华书店经销

湖南新华印刷集团有限责任公司（邵阳）印刷

890×1240 16 开 印张：10 字数：250000

2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 7—5355—4601—3/G·4596

定 价：11.40 元

本书若有印刷、装订错误，可向承印厂调换。

主	编	张景中	陈民众	
执行主	编	李尚志		
编	委	何书元	任宏硕	郑志明
		文志英	王长平	孟实华

信息技术使数学更有力量

在这一册里，我们将学习有关算法、统计和概率的初步知识。

用各种各样的数学知识解决实际问题及各学科的理论问题，许多情形需要算出结果，需要有一套可以具体操作的办法，这就要有算法。算法是数学及其应用的重要组成部分，是计算科学的重要基础。在现代信息技术飞速发展的今天，算法在科学技术和社会发展中发挥着越来越大的作用，并且日益融入社会生活的许多方面。

在中国古代数学中，蕴含了丰富的算法思想。针对社会生活中出现的数学问题，分门别类，提出有效的机械化的解答方法，即算法，正是中国古代数学的特色。以几何学为主体的西方古代数学，主要特色虽然是公理化方法而不突出算法，但也出现了用算法解决问题的著名范例，即求最大公约数的欧几里得算法。由于现代信息技术的发展，算法的研究和应用已经渗透到数学的各个分支。算法思想已经成为现代人应当具备的一种数学素养。

同学们已经学过的许多解决数学问题的方法，像加减乘除，解方程或方程组，数学表达式求值，解三角形等等，其实都是算法。通过十年的学习，虽然还没有引进算法这个词，但可以初步体会和感受算法的

思想. 在此基础之上, 我们将结合对具体数学实例的分析, 了解算法的概念和结构, 体验算法的程序框图在解决问题中的作用; 通过模仿、操作、探索, 学习设计程序框图表达解决问题的过程, 学习根据程序框图写出算法语句的基本方法; 在模拟解决实际问题的过程中, 体会算法的基本思想和有效性, 发展有条理的思考和表达能力, 提高逻辑思维的能力.

现代社会是信息化的社会, 人们常常需要收集数据, 从所获得的数据中提取有价值的信息, 以作出合理的决策. 如何从庞杂多变的社会万象中收集有用的数据? 如何将大量的数据整理得井井有条? 如何从整理过的数据中挖掘出宝贵的信息? 这需要下一番去粗取精, 去伪存真, 由表及里, 由此及彼的工夫; 需要科学理论和方法的指导. 统计正是研究如何合理的收集、整理和分析数据的学科, 它可以为人们制定决策提供依据.

自然界和社会生活中, 有些事情的发生和发展有着清楚的因果关系, 但也有大量的现象表现出偶然性, 即随机现象. 尤其是在日常的社会生活中, 随机现象几乎处处可见. 人们收集到的许多数据, 也不可避免地具有随机性. 概率是研究随机现象规律的学科, 它为我们认识客观世界提供了重要的思维模式和解决问题的方法, 同时也为统计学的发展提供了理论基础. 因此, 统计与概率的基础知识已经成为现代社会公民的必备知识.

从小学到初中的数学课里, 同学们已经知道一些

统计和概率的有关问题和方法. 在这一阶段的学习中, 我们将结合更多的实际问题情景, 学习随机抽样、样本估计总体和线性回归的基本方法; 体会用样本估计总体及其特征的思想; 通过解决实际问题, 较为系统地经历数据收集与处理的全过程, 体会统计思维与确定性思维的差异. 我们还将结合具体的实例, 学习概率的某些基本性质和简单的概率模型, 加深对随机现象的理解. 我们还将动手动脑, 通过有趣的实验、计算机或计算器的模拟, 估计简单随机事件发生的概率.

用了计算机, 可以更便捷地处理统计数据, 模拟随机现象, 以及执行形形色色的算法. 希望大家尽可能地结合本册中的内容, 学习有关的信息技术的知识和操作. 在实际操作中, 能够更切实地感受算法、统计和概率的思想.

祝同学们在新的学期里学得好, 玩得好!

作 者

2004 年 12 月

第9章 算法初步

9.1 算法的概念和例子 / 2

习题 1 / 4

9.2 算法的结构和程序框图 / 5

9.2.1 模拟计算机的游戏 / 5

9.2.2 顺序结构 / 8

9.2.3 条件结构 / 9

9.2.4 循环结构 / 11

习题 2 / 12

9.3 基本的算法语句 / 15

9.3.1 把算法的描述变成伪代码 / 15

9.3.2 输入输出语句与赋值语句 / 18

9.3.3 条件语句 / 20

9.3.4 循环语句 / 22

习题 3 / 25

9.4 算法案例 / 26

习题 4 / 34

数学实验 在计算机上体验编程(选学) / 35

小结与复习 / 45

复习题九 / 46

数学文化 中国古代数学的算法思想和

典型案例 / 48

附录 与本章内容有关的一些 BASIC 程序 / 51

第10章 统计学初步

10.1 总体和个体 / 60

10.1.1 总体、个体和总体均值 / 60

习题 1	/	61
10.1.2 样本与样本均值	/	62
习题 2	/	64
10.1.3 方差和标准差	/	64
习题 3	/	68
10.2 抽样调查方法	/	69
10.2.1 随机抽样	/	70
习题 4	/	73
阅读与思考 《文学摘要》的破产	/	74
10.2.2 调查问卷的设计	/	76
习题 5	/	77
10.2.3 分层抽样和系统抽样	/	78
习题 6	/	81
10.3 用样本分布估计总体分布	/	82
10.3.1 频率分布表	/	82
习题 7	/	85
10.3.2 频率分布直方图	/	86
习题 8	/	87
10.3.3 频率折线图	/	88
习题 9	/	89
10.3.4 数据茎叶图	/	89
习题 10	/	93
10.4 数据的相关性	/	94
10.4.1 相关性	/	95
习题 11	/	97
10.4.2 回归直线	/	97

习题 12 / 101

数学实验 用计算机画回归直线和作统计计算 / 105

小结与复习 / 108

复习题十 / 111

第 11 章 概率

11.1 试验与事件 / 116

11.1.1 事件 / 116

习题 1 / 118

11.1.2 事件的运算 / 118

习题 2 / 120

11.2 概率及其计算 / 121

11.2.1 古典概率模型 / 121

习题 3 / 126

11.2.2 几何概率 / 127

习题 4 / 129

11.3 频率与概率 / 130

习题 5 / 134

数学文化 概率简史 / 135

数学实验 用计算机模拟随机试验 / 138

小结与复习 / 143

复习题十一 / 144

[多知道一点] “Until” 型循环语句 / 24

数据的茎叶图 / 92 使用计

算机或计算器作统计计算 / 102

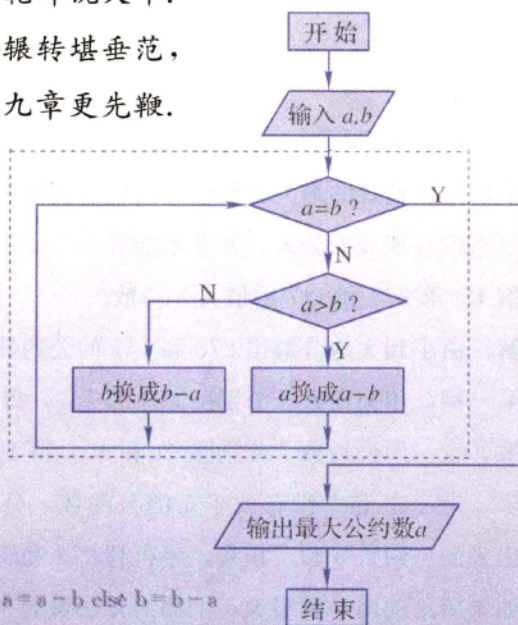
使用计算机模拟随机试验 / 137

附录 数学词汇中英文对照表 / 147

第9章

算法初步

有规有矩成方圆，
步步为营释谜团。
亡羊歧路有判断，
戏马平川巧循环。
运筹帷幄操胜算，
袖里乾坤说大千。
欧公辗转堪垂范，
华夏九章更先鞭。



S1 Input a, b
S2 While $a \neq b$
S3 If $a > b$ then $a = a - b$ else $b = b - a$
S4 End while
S5 Print a

我们学过很多解题方法，从加、减、乘、除到解方程和画函数图。

碰到一个题目，如果能够对号入座，归入学过的题型，便能依法炮制，手到擒来。

这就是说，对于这类题目，我们已经掌握了算法。

算法(algorithm)，就是对一类问题的有章可循的通用求解方法。

有了算法，就能让计算执行算法，解决问题。

一个算法，就是一个映射，也可以叫作一个函数。问题中的已知数据就是函数的自变量，最后得到的答案就是函数值。不过，这里的自变量可能不是一个数而是几个数，或是一些符号；函数值也可能是几个数，或是一些符号。

这是一类特殊的函数：从自变量出发，能够一步一步地构造出函数值来。所以，算法也可以看成是可构造的函数，或可计算的函数。

9.1 算法的概念和例子

用公式解题，当然有章可循，有一个公式也就有一种算法。

例如：一元二次方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的根，可以用公式来计算：

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{4 + 12}}{2} = 1, \quad x_2 = \frac{-2 - \sqrt{4 + 12}}{2} = -3.$$

但是，有些问题不一定能找到现成的公式解。

求两个正整数的最大公约数，就没有现成的公式。

虽然没有现成的公式，并非不能算。

例 1 求 273 和 147 的最大公约数。

解 由小到大分解出 273 和 147 的公约数：

第一步，用公约数 3 分别除 273 和 147，得 91 和 49；

第二步，用公约数 7 分别除 91 和 49，得 13 和 7；

第三步，13 和 7 没有大于 1 的公约数，分解过程结束。把已经分解出来的公约数 3 和 7 相乘，就得到 273 和 147 的最大公约数 21。

如果所给的两个数很大，上面的方法做起来就比较困难。中国古代数学家创造了一种很容易执行的算法，叫“更相减损术”。具体做法是：大数减小数，用差代替大数，重复进行，直到两数相等为止。这个相等的数就是这两个数的最大公约数。

先做做，再想它的道理。

例 2 求 7 267 和 6 192 的最大公约数。

解 下面把全过程的步骤列出：

1	7 267	6 192
2	1 075 (=7 267-6 192)	6 192
3	1 075	5 117 (=6 192-1 075)
4	1 075	4 042 (=5 117-1 075)
5	1 075	2 967 (=4 042-1 075)
6	1 075	1 892 (=2 967-1 075)
7	1 075	817 (=1 892-1 075)
8	258 (=1 075-817)	817
9	258	559 (=817-258)
10	258	301 (=559-258)
11	258	43 (=301-258)
12	215 (=258-43)	43
13	172 (=215-43)	43
14	129 (=172-43)	43
15	86 (=129-43)	43
16	43 (=86-43)	43

总共有 16 个步骤，最后一个步骤两边的数值相等，就是所要求的最大公约数.

这样做是因为，每一步左右两数虽然变了，但是两数的最大公约数却没有变. 即：

7 267 和 6 192 的最大公约数等于 7 267-6 192 和 6 192 的最大公约数……

到最后一步两数相等时，这个数自然就是最大公约数.

这样的求解过程，就是在执行求最大公约数的算法.

仔细分析上面这些步骤，可以看到还有改进的余地，从第 3 步到第 7 步，反复从右边减去同一个数 1 075，直到小于右边的数，其实这 5 个步骤改成除法只需一步就可以可以完成. 同样，从第 9 步到第 11 步，反复 3 次从右边减去 258，3 步可并成一步. 从第 12 步到第 16 步，反复从左边减去 43，直到等于右边的数，这 5 个步骤改成除

法也只需一步就可以完成. 由此想到用除法代替减法, 原来用 16 个步骤完成的工作, 只需要 6 个步骤就能完成.

把“更相减损术”中的多次连减换成带余除法, 就成了欧几里得在《几何原本》中叙述的“辗转相除法”. 但是欧几里得的“辗转相除法”比“更相减损术”要晚几百年.

上述方法条理清晰、步骤明确、可操作性强, 是一种机械化的程式. 它体现出算法的特征.

习题 1

学而时习之

1. 写出后面这个四则题分步计算的次序.

$$a-b+c \times d \div (e+f)=?$$

2. 用“更相减损术”求 147 和 273 的最大公约数.

温故而知新

3. 用“辗转相除法”求 7 479 696 和 8 235 101 的最大公约数. (可利用计算器或计算机.)
4. 设计一个算法, 求一个正整数的最小的不为 1 的约数.

9.2 算法的结构和程序框图

9.2.1 模拟计算机的游戏

要让计算机执行一个算法，必须根据算法编出计算机的程序。

我们已经知道了用“更相减损术”求最大公约数的算法。

但是，计算机如何执行这个算法呢？

让我们做一个用人来模拟计算机的游戏，从游戏中发现算法的结构，了解计算机如何工作。

游戏中有 6 个角色，分别由 6 位同学扮演。6 个角色分别是判断器 1、判断器 2、执行器 A、执行器 B、输入器和输出器。

游戏的道具有：红蓝圆珠笔各一支，数据记录卡片一张。所谓数据记录卡片，就是一张纸，中间画一条竖线分成 A、B 两栏；A 栏中的数据用红笔记录，B 栏中的数据用蓝笔记录。

游戏开始时，红蓝圆珠笔分别交给执行器 A、B；数据记录卡的 A、B 两栏的第一行分别用红蓝笔写下两个正整数 a 和 b ，例如 $a=343$ ， $b=277$ ，再把记录卡交给输入器。

这 6 个角色的操作规则分别是：

S1 输入器：把写有数据 a ， b 的记录卡交给判断器 1。

S2 判断器 1：每拿到记录卡时，检查新写下的红数字 a 和蓝数字 b 是否相等。如果相等，就把记录卡给输出器，否则，就给判断器 2。

S3 判断器 2：拿到记录卡时，检查新写下的红数字 a 和蓝数字 b 哪个大。如果红数字 a 大，就把记录卡给执行器 A，否则，就给执行器 B。

S4 执行器 A：拿到记录卡时，将当前的红色数字 a 减去蓝色数字 b ，所得的差写在左栏的下一行，划掉上一行的数据，把记录卡交给判断器 1。

S5 执行器 B：拿到记录卡时，将当前的蓝色数字 b 减去红色数

字 a ，所得的差写在右栏的下一行，划掉上一行的数据，把记录卡交给判断器 1。

S6 输出器：从判断器 1 手中接到记录卡时，宣读上面的计算结果，宣布计算任务完成。

只要每个角色按规定机械地操作，记录卡就会在几个人之间不停地传递，直到交给输出器。这时，记录卡上当前的红、蓝两数应当相等，它就是答案： a 和 b 的最大公约数。

在模拟游戏过程中，除了输出器，每个角色完成一步操作后，总有一个角色接过记录卡，进行下一步操作。

有的角色，它的后继操作角色是确定的。例如，执行器 A 每次操作完成后总是把记录卡交给判断器 1。我们说，执行器 A 和判断器 1 两者组成一个“顺序结构”。

有的角色，它要根据某些条件来确定后继操作角色。

例如，判断器 1 手中的记录卡，根据 $a=b$ 是否成立，确定是交给判断器 2，还是交给输出器，我们说，由判断器 1、判断条件 $a=b$ 以及两个可能的后继操作角色组成一个“条件结构”，也叫“选择结构”或“分支结构”。

想一想，游戏过程中还有别的顺序结构和条件结构吗？

在游戏过程中，记录卡从判断器 1 手中传给判断器 2，接着传给执行器 A 或执行器 B，然后又回到判断器 1，经历了一个循环。这样的循环在计算过程中可能有多次，最后当条件 $a=b$ 成立时退出循环。

我们说，由判断器 1、判断器 2、执行器 A、执行器 B 以及退出循环的判断条件 $a=b$ 共同组成一个“循环结构”。

麻雀虽小，五脏俱全。在用“更相减损术”求最大公约数的算法中，包含了算法的三种基本结构：顺序结构、条件结构和循环结构。

下面的框图(图 9-1)画出了模拟游戏中的 6 个角色，以及数据记录卡在它们之间传递的路线。这样的框图，叫作 **算法程序框图**。

如果全班分成几个小组来做，只要开始输入的两个数一样，各组最后得到的答案应当相同。如果不同，一定是某个“计算机”出了故障！

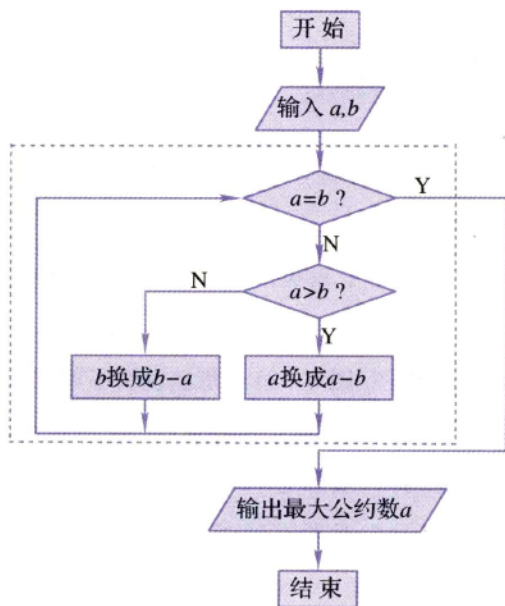


图 9-1

虚线框出的是循环体，每执行一次循环，两个数中至少有一个要变小，在有限次之后，总会使两数相等，此数即为最大公约数。

图中除了“开始”和“结束”，还有 6 个框，分别代表模拟游戏中的 6 个角色。你能够指出哪个框代表哪个角色吗？

图中带箭头的线指明了游戏中记录卡传递的路线，也就是算法执行过程中操作的顺序。你能说明从菱形框为何引出两条路线吗？两条路线旁边写的 N 和 Y 又是什么意思呢？

下面，用更多的例子，说明算法的这三种基本结构的应用。



课后思考和讨论

1. 在模拟游戏中，能不能只设一个判断器，由 5 个角色进行操作？
2. 如果用辗转相除法代替更相减损法，游戏的规则如何改变？算法的程序框图又该如何画呢？

你能指出左边的算法程序框图中，有哪些顺序结构，有哪些条件结构和循环结构吗？

图中有起止框、输入输出框、判断框和执行框四种图框。

猜一猜，菱形框应当是什么框？执行框是什么形状？输入输出框是什么形状？

把图框的形状和作用联系起来，便于识别和记忆。

你把左边的程序框图和模拟游戏弄清楚了，对一般的算法的结构也就大体明白了。