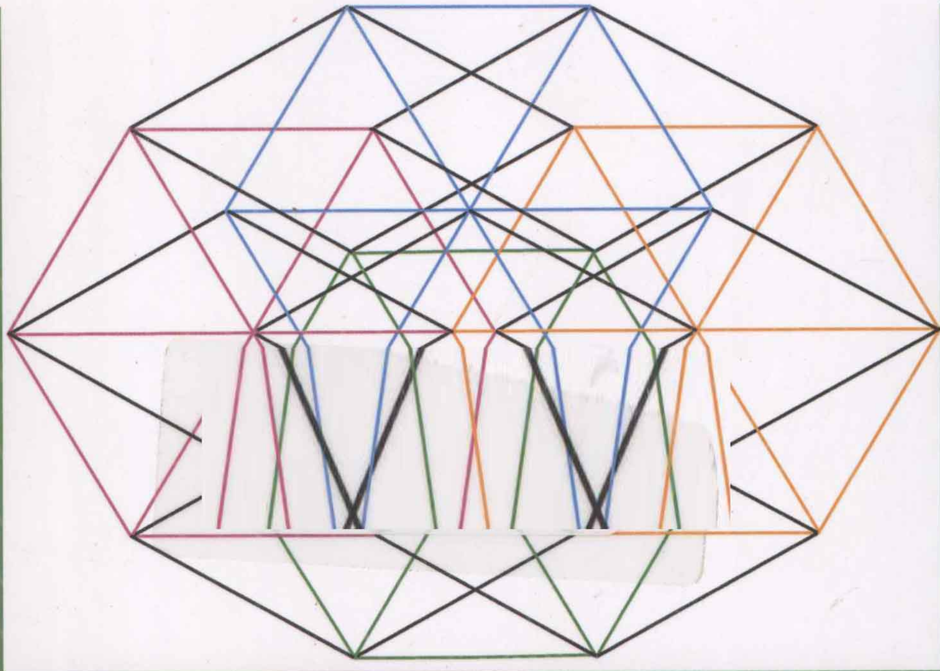
超立方体

在测距数论和计算机科学中的应用

张丰信 著



電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

超立方体在测距数论和计算机科学中的应用

张丰信　著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书介绍了 N 维超立方体模型的形体结构基本原理、测距法描述整数之间关系及其在计算机科学中的应用。全书共分 9 章，第 1 章概述本书的主要内容；第 2 章论述四～六维超立方体模型和一字形 N 维超立方体形体组合原理；第 3 章论述简化的 N 维超立方体结构原理；第 4 章提出了码距互连网络原理，测量整数之间距离并给出整数纠错编码原理；第 5 章至第 8 章论述码距互连网络中的整数和素数新算法；第 9 章简要介绍差值多项式和子形体计数多项式在信息科学方面的应用。

本书可作为大、中专学校电类专业学生用书，也可作为科技工作者的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

超立方体在测距数论和计算机科学中的应用 / 张丰信著. —北京：电子工业出版社，2011.5
ISBN 978-7-121-13252-0
Ⅰ. ①超… Ⅱ. ①张… Ⅲ. ①计算机算法－应用－研究 Ⅳ. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 059263 号

责任编辑：李 蕊
印 刷：
装 订：北京中新伟业印刷有限公司
出版发行：电子工业出版社
北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编：100036
开 本：787×1092 1/16 印张：10.5 字数：278.4 千字 彩插：4
印 次：2011 年 5 月第 1 次印刷
印 数：1 500 册 定价：32.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

前　　言

本书作者从20世纪70年代末开始对N维超立方体、简化的N维超立方体的基本理论及其应用进行研究，并设计出不同形状的四维、五维和六维超立体及一字形N维超立方体和简化的N维超立方体。在计算机学报等刊物、全国计算机逻辑设计自动化和国际通信学术年会等学术会议上发表过多篇有关超立方体的应用论文和第一本专著《N维超立方体及其在开关函数分析新化简法开关网络设计中的应用》已获大连市政府的资助出版[9]。作者在上述已发表过的论文和著作的基础上写出这本“原创性新书”。

用3位二进制数表示的几何图形是立方体，而本书给出n位二进制数的几何图形用N维超立方体表示，或用简化的N维超立方体表示。这种图形可称为N维超立方体码距互连网络，其顶点编号用整数（0和自然数）或八进制数表示。这种N维超立方体使离散的整数之间变成连续关系（加入连续量$L_{j,r}$），导出新的联系，具有重要意义。

本书提出了自然数新的计数方法，从而在n维码距互连网络整数之间、奇素数之间，以及偶数、奇数与素数之间产生新的算法、表达式，这些算法和关系表达式在数字信息科学或其他学科领域具有重要意义。又提出“测距数论”——研究用测距法描述N维超立方体上整数之间关系的一门应用数学。其含义：网络上整数之间是有距离的，在此条件下，将n维空间上的自然数用新的计数法——“测距差值组合计数法”，将整数及其之间、奇素数和偶数及它们之间的关系式与按距离展开的多项式融为一体，这个算法就称为“整数测距新算法”。该算法不仅有理论价值，还有广泛的实际应用价值。

超立方体理论也属于拓扑学研究范畴。参考文献[13]指出，虽然拓扑学是极为深奥的研究领域，但对有兴趣的门外汉来说，只要具有理解几何对象的能力就能理解一般原理。本书是写给广大读者看的，为便于解释，用彩色图表示五维和六维超立方体。

本书从应用角度对N维超立方体的子形体组合进行剖析研究。考虑到不同层次的读者需求，本着少而精、通俗易懂的原则进行表述。例如，为加深理解，以各种表达式与图形相结合的方式进行描述，并附有例题。

这本书不仅可以应用在软件行业，而且在计算机科学和数字通信科学等领域也具有广泛的用途。在纠错编码设计、故障诊断设计、互联网设计、电话矩阵交换网络设计、集成电路设计和密码学、神经网络模拟软件设计等方面的应用举不胜举。

美国科学家说[10]:“多维空间”不是数学上的趣味游戏,人们正在探索它的物理意义……这个崭新的概念在理论物理中的地位愈益升高。

本书给出了N维超立方体几何图形及子形体计数表达式、简化的N维超立方体、N维超立方体码距互连网络和简化的超立方体码距互连网络及其自然数和奇素数的距离表达式、自然数、奇素数的计数表达式、不同的连接方式等网络表达式，又提出“测距数论”

新概念，填补了离散数学及解析数论基础理论的一个空白，也将在数字通信科学、计算机科学、图论、解析数论和密码学等学科得到应用。

随着维数 n 的增大，码距网络上整数之间、奇素数之间、其他数之间的连接关系的复杂性也增大，为了理清这种复杂关系，把电路中的串联、并联、混联术语引入书中。

本书为原创性著作（书中除图2-2、海明码纠错基本原理、定义4.4、式（8-1）之外，其他内容均为自主创新），主要论述 N 维超立方体结构的形体组合基本原理及各种子形体计数的表达式，以及简化的 N 维超立方体（简称 n 维超立体）结构的基本原理。重点介绍 n 维超立体构成的 n 维码距互连网络。这种 n 维超立体码距互连网络及层立体空间坐标系生成差值数列集合，以及整数测距法的基本原理。

本书还介绍了 n 维超立体码距互连网络实际应用的例子：

- 用整数设计纠错编码的基本原理（图解法）。
- 整数、素数均存在距离概念，整数之间、素数之间、奇素数与偶数之间的距离表达式。
- 整数、素数的差值组合计数多项式——按距离展开的差值多项式。
- 整数、素数按距离展开的差值多项式在密码设计中的应用。
- 整数、素数的差值多项式在实现信息压缩、信息自动生成和信息在传输中的检错和纠错上的应用。
- N 维超立方体在计算机网络设计方面的应用。
- N 维超立方体在多变量开关函新化简法中的应用（详见参考文献[9]）。

过去人们提起素数会想到“神秘”和“无用论”。其实并非如此，当维数 $n\to\infty$ 时，网络上每一个奇素数在距离上的差值串联排列路线有无数多条，两个奇素数之和在网络串联路线也有无数多条。同理，3个奇素数之和在网络上的差值排列路线也有无数多条。每一种排列方式都很有用，这种排列与压缩方式在现代通信中用途很大，所以本书用一章的篇幅来讨论奇素数的网络表达式和网络固有的特性。

本书讨论并分析了3个奇素数之和的网络串、并联方式，以及两个奇素数之和的网络串、并联方式。3个奇素数之和等于奇数（$Q\geqslant 9$），这3个奇素数一定串联在顶点0与奇素数 Q 之间。2个奇素数之和等于偶数 N，在码距网络上这2个奇素数一定是串联在顶点0与偶数 N 之间，这是网络固有的特性。这种固有特性不仅有理论意义，更有实际应用价值。

出版本书目的：其一，将多年来研究取得的阶段性成果进行推广、应用，以及普及 N 维超立方体的基础知识；其二，希望广大科技工作者继续为丰富这一新学科的分支理论和应用开展深入研究。

在此对大连理工大学张裕民教授、贾成龙教授，大连海事大学赵恩昌教授，大连舰艇学院梁宏副教授和周国军副教授给予的帮助和支持表示衷心的感谢。

本书可作为大、中专学校计算机和通信专业的学生用书，也可作为软件开发等科技工作者和数学爱好者的参考用书。

由于水平有限，疏漏和错误之处在所难免，恳切希望广大读者批评指正。

作　者

符 号 说 明

1. 超立方体符号

V_N：N 维超立方体。

C_m：为 V_N 中的每一种子形体。a_1，L，S_2，$V_3,V_4,\cdots,V_{N-1}$ 分别为顶点、棱、二维矩形面、立方体，…，$N-1$ 维超立方体。

K_{C_m}：N 维超立方体中每种子形体（C_m）有 K 种类型。

$\sum C_m$：对 N 维超立方体的任意一种子形体计数（求和）。

L_d：单位棱。

2. J 层 n 维超立体（即简化的超立方体符号）符号

$C_{n,h}$：n 维超立体（简化的 N 维超立方体）。

$C_{J,n,h}$：J 层 n 维超立体。

C_j：第 j 层超立体（简称第 j 层立体）。$j=1,2,3,4,5,\cdots$ 为每一层超立体。

J：j 层超立体个数之和，$J=\sum j$。

$$x_{j,r}=\begin{cases}x_{j,1}\\x_{j,2}\\x_{j,3}\end{cases}$$：每层（j）立体三维空间坐标，$r=1$，2，3。

$L_{j,r}=(L_{j,1},L_{j,2},L_{j,3})$：每层立体上的 3 种棱，与三维坐标平行，$r=1,2,3$。

$$L_{j,r}=\begin{cases}1,\text{存在}\\0,\text{不存在}\end{cases}$$。

3. 超立体码距互连网络符号与整数素数运算符号

整数：$0,1,2,3,4,\cdots,(M-1)$。n 维超立体有 2^n 个顶点（a_1），即所有第一层顶点之和为 $M=2^n$。

B、A：为两个整数，$B\geqslant 0$，$A>0$。

P_1、P_2、P_3：3 个奇素数，书中 $P_1\geqslant 3$、$P_2\geqslant 3$、$P_2=3$。

P_B、P_A：2 个奇素数。

$P_{G,1}$、$P_{G,2}$、$P_{G,3}$：是根矩形面上的奇素数，而且 $P_{G,1}=3$、$P_{G,2}=5$、$P_{G,3}=7$，简称根奇素数。

Q、Q_A、Q_B：均为奇数。

$N_{G,0}=0$、$N_{G,1}=2$、$N_{G,2}=4$、$N_{G,3}=6$：称为根矩形面上的偶数，简称根偶数。

$\sum$(小写字母)：求和符号内的小写字母为八进制数。

$(R_{j,r})_8=\begin{cases}(R_{j,1})_8=\omega_{j,1}=4\\(R_{j,2})_8=\omega_{j,2}=2\\(R_{j,3})_8=\omega_{j,3}=1\end{cases}$：$J$ 层立体码距互连网络中的每一层三维空间坐标轴线相平行的 3 种单位棱上八进制数差值，简称单位棱八进制数差值。

$R_{j,r}=\omega_{j,1}\times 8^{j-1}=\begin{cases}(R_{j,1})_{10}=R_{j,1}=\omega_{j,1}\times 8^{j-1}\\(R_{j,2})_{10}=R_{j,2}=\omega_{j,2}\times 8^{j-1}\\(R_{j,3})_{10}=R_{j,3}=\omega_{j,3}\times 8^{j-1}\end{cases}$：$J$ 层立体码距互连网络中的每一层三维空间坐标轴线相平行的 3 种单位棱整数差值，简称单位棱差值。

$d_{\min}$：N 维超立方体码距互连网络的顶点编码集合中最小距离，简称最小码距。

$d_d=\begin{cases}1\\0\end{cases}$：$N$ 维超立方体码距互连网络的顶点为数字编码，每位运用模 2 加算法等于“1”，称为单位码距（与三维空间一条棱对应）。

d_j：J 层立体中某一层立体的两数字信号编码之间的距离。

$L_{\min}$：整数表示法的超立方体码距互连网络或超立体码距互连网络中的多条路线中最短的路线，称为最小距离。

$L_{j,r}=\begin{cases}1,\text{存在}\\0,\text{不存在}\end{cases}$：$J$ 层 n 维超立体码距网络中任意一层空间的任意一条单位棱，称为层立体单位棱。

$d(B,A)=L=\sum L_{j,r}$：$J=(1\sim k)$层中任意两点之间距离。

$L_j=\sum L_{j,r}$：J 层中的某一层立体两顶点之间距离。

$L_j=3$ 或 2 或 1。

$d(B,A)=m$ 时，两点之间串联连接的路线计数为 $m!$。

$B\rightarrow A=d(B,A)$：两整数之间距离，而且 $B\geqslant 0$，$A>0$。

$d(B,A)=d[(B)_8,(A)_8]$：两个八进制数之间距离，与两个整数之间的距离相等。

$S(B,A)$或 $\underset{d(B,A)}{S}$：将$(A-B)$按 $d(B,A)$的距离展开的差值多项式为 S 或 $S(B,A)$，即两点之间距离上各层串联单位棱上差值$(\pm R_{j,r})_{10}$的排列方式及代数和。

$\underset{b_j\rightarrow a_j}{(S_8)_j}=\underset{d[(b_j)_8,(a_j)_8]}{(S_8)_j}$：某一层立体起点 b_j 与终点 a_j 之间距离上各串联单位棱八进制数的排列及差值代数和，即$[(a_j)_8-(b_j)_8]_j$ 按 $d(b_j,a_j)_j$ 的距离展开的差值多项式。$[(b)_8]_j=b_j=0_j,\cdots,7_j$，$[(a)_8]_j=a_j=0_j,\cdots,7_j$。

$\underset{B\rightarrow A}{S}(L_{j,r})=\underset{d(B,A)}{S}(L_{j,r})$：按 $d(B,A)$展开的差值函数多项式。

$\underset{B\rightarrow A}{S}(L_{j,r})=\underset{d[(B)_8,(A)_8]}{S}(L_{j,r})$：按 $d[(B)_8,(A)_8]$展开的差值函数多项式。

$L_{j,r}=\begin{cases}1,\text{两点距离存在}L_{j,r}\\0,\text{不存在}L_{j,r}\end{cases}$。

不同性质的两数按距离展开的差值多项式（各串联单位棱上差值代数和）符号表示为

$$\underset{\substack{d(0,P)\\ d(1,P)\\ d(P_2,P_1)\\ d(P_B,P_A)\\ d(P_A,N)\\ d(P_B,N)\\ d(P_{G,i},P_A)\\ d(P_{G,i},P_B)\\ d(P_{G,i},N)}}{S} = \underset{\substack{d[(0)_8,(P)_8]\\ d[(1)_8,(P)_8]\\ d[(P_2)_8,(P_1)_8]\\ d[(P_B)_8,(P_A)_8]\\ d[(P_A)_8,(N)_8]\\ d[(P_B)_8,(N)_8]\\ d[(P_{G,i})_8,(P_A)_8]\\ d[(P_{G,i})_8,(P_B)_8]\\ d[(P_{G,i})_8,(N)_8]}}{S}$$

不同性质的两数按距离展开的差值函数多项式符号为

$$\underset{\substack{d(0,P)\\ d(1,P)\\ d(P_2,P_1)\\ d(P_B,P_A)\\ d(P_A,N)\\ d(P_B,N)\\ d(P_{G,i},P_A)\\ d(P_{G,i},P_B)\\ d(P_{G,i},N)}}{S(L_{j,r})} = \underset{\substack{d[(0)_8,(P)_8]\\ d[(1)_8,(P)_8]\\ d[(P_2)_8,(P_1)_8]\\ d[(P_B)_8,(P_A)_8]\\ d[(P_A)_8,(N)_8]\\ d[(P_B)_8,(N)_8]\\ d[(P_{G,i})_8,(P_A)_8]\\ d[(P_{G,i})_8,(P_B)_8]\\ d[(P_{G,i})_8,(N)_8]}}{S(L_{j,r})}$$

式中，$j=1,\cdots,k$；$r=1,2,3$。

按距离展开的差值多项式的符号还可以采用如 $S(0,P)$，$S(P_2, P_1)$，$S(P_1,N)$的形式表达，以此类推，但本书用上述两类符号。

$d(U,V)=\sum_{j=1}^{k}(u_i \oplus v_i)$：两数字信号之间海明码距离算法。

$\begin{cases} U=(u_1,u_2,\cdots,u_n)_2 \\ V=(v_1,v_2,\cdots,v_n)_2 \end{cases}$：$n$ 位数字信号。$u_i=\begin{cases}1\\0\end{cases}$，$v_i=\begin{cases}1\\0\end{cases}$。

$\oplus$（模 2 加法）：$1\oplus1=0$，$0\oplus0=0$，$1\oplus0=1$，$0\oplus1=1$。

整数用数字编号的另一种表示法。

$(A)_2$、$(B)_2$：J 层 3 位数字编码。

每一层 3 位数字编码为 $(\alpha_2)_j,(\beta_2)_j=(000)_j$，$(001)_j$，$\cdots$，$(110)_j$，$(111)_j$。

$(\alpha_2)_j\oplus(\beta_2)_j$：同层两个 3 位数字编码的模 2 加法。

按距离展开的差值多项式的符号含义很广。

例如，$\underset{d(P_A,N)}{S} = \underset{d(P_1,N)}{S}$ 的含义有：

- 按 $d(P_1,N)$的距离展开的差值多项式。
- $d(P_1,N)=m_2$ 种单位棱长。
- 从 m_2！种差值排列方法中选择一种差值排列方法。
- 有 m！种差值排列路线，选择其中一种路线。
- m_2 种差值的代数和等于 P_2。

目　录

第1章 概　　述

本书的内容主轴是 N 维超立方体、码距互连网络及其层立体空间。本书不研究 N 维超立方体在物理学上的含义及是否存在 N 维超立方体空间，只论述画在纸面上的 N 维超立方体及空间的几何表示法在码距互连网络上的应用，以及在整数、素数测距运算和信息科学方面的应用。

下边首先解读“世界是四维的”这一基本概念。

1.1 世界本来是四维的[10]

人们难以想象四维除了 3 个相互垂直的方向以外，还有与其相垂直的第 4 个方向，这就如同二维生物同样难以理解三维一样。

例如，有一个三维球体，沿着垂直于平面的第三维方向穿行而过，二维生物首先看到一点，然后变成一个小圆，小圆变大，接着变小，最后变成一个点而消失，二维生物觉得这种现象非常离奇。

要是把空间概念扩大到四维，并且做一类比：有一个四维“超球”，沿着垂直于大家所在的三维空间的方向穿行而过，那么大家首先会看到一点，然后看到一个小球，小球变大，接着变小，最后缩成一点而消失，这似乎也很离奇。其实人们看到的这个三维球体就是四维超球在三维空间上的投影，这与平面上的圆是三维球体在二维空间上的投影是完全一样的道理。

“多维空间”不是数学上的趣味游戏，人们正在探索它蕴涵的物理意义。19 世纪末，数学家闵可夫斯基探索过四维空间，为相对论的诞生准备了条件。在爱因斯坦的狭义相对论中，除了三维空间外，将时间作为第四维，于是构成“四维时空”。虽然时间是一个现实的物理概念，人们所赖以生存的三维空间只是四维空间的一种投影，在通常所画的三维立体图里，看不到时间的影子，但谁也不怀疑时间的客观实在性，谁都明白时间在流逝，所以说客观世界是四维世界。

1.2 基 本 内 容

N 维超立方体在本书中的作用如下所述。

本书提出把超立方体和简化的 N 维超立方体的形体组合基本原理，并将其应用到 n 维码距互连网络上。从网络顶点上的整数之间关系得出一系列新的表达式、新算法，以及整

数之间不同的互连方式——非简化和简化的 N 维超立方体码距互连网络，并提出“测距数论”新概念，解决了整数之间、奇素数之间、偶数与奇素数之间、奇数与奇素数之间按距离得出的新的差值多项式，以及它们彼此之间的互连方式，并拓宽了 N 维超立方体在计算机和信息科学方面的应用。

本书不需要高深的数学基础，但是“超立方体码距互连网络”有它自身特有的技巧和方法。这与“数论”中的研究整数性质是不同的。本书的着眼点是在“IT”产业中的应用。

在当今的数字信息时代，“超立方体”在“IT”产业的用途广泛，尤其对软件行业方面的用途更大。作为一门新的分支学科，研究它、推广并应用它，有十分重要的意义。到目前为止，国内、外尚未出现这种“系统性新书”，因此本书是“原创性著作”。书中除去图 2-2、定义 4.4、海明码纠错基本原理、式（8-1）之外，其余内容均为本书作者发表过的论文[1]~[9]或作者在第一本著作[9]的基础上与多年的研究成果汇集起来的。

● 目前情况

国外的研究只给出“四维超立方体”的投影图形。参考文献[10]、[16]、[17]都指出大于四维超立方体的图形画出来很难，于是就采用映射方法，解决实际应用问题。例如，参考文献[17]把 n 个布尔函数映射为 n 维立方体应用在集成电路 CAD 设计方面。$N>4$ 维超立方体难画的问题，本书作者已解决了[1]~[9]，即用“简化的 N 维超立方体”替代。

● 基本内容

本书将论述 N 维超立方体、简化的 N 维超立方体、n 维码距互连网络算术式转换成网络表达式及其不同的连接方式。

本书是将以下内容融为一体的一本新书：

N 维超立方体表示法、简化的 N 维超立方体表示法，以及它们的空间几何表示法；广义的 n 维码距互连网络、广义码距新定义和算法、N 维超立方体中各种子形体数的算法及其证明、n 维超立体组合的子形体计数问题、证明两类形体是等价的关系；整数之间的差值生成的幂级数及指数、整数“差值和”的多项式和按距离展开的差值多项式、差值的函数表示法、两点距离的整数算式的连接方式；n 次排列的“计数”表达式、串联连接“路线计数”公式、矩阵数组的差值算法、不同性质数新的表达关系式（包括偶数与素数之间关系的基本表达方式）等数学问题和多种码制（十进制数、八进制数、二进制数）的应用。

本书的整数算法是依据 N 维超立方体结构特性而给出的[2]~[4]、[9]。其中用一章（第 8 章）的篇幅讨论偶数与素数之间的不同连接方式，并用 n 维码距互连网络所有的棱 $\left(\sum L=\dfrac{2^n\times n}{2}\right)$ 把离散的整数连接起来，形成 n 维超立体码距互连网络。

本书还对超立方体码距互连网络在信息纠错编码设计、密码通信设计、信息压缩和自动生成技术、计算机互连网络设计等方面的用途做了简要介绍。

1.3 重 点 内 容

● ***简化和非简化的 N 维超立方体的形体组合基本原理***[9]

建立四～六维超立方体及一字形 N 维超立方体，建立“简化的 N 维超立方体”模型和 n 维 J 层立体空间坐标的几何表示法。

① 给出不同形状的“四、五、六维超立方体”和一字形 N 维超立方体模型。

② 解决了 N 维超立方体难画的难题，并提出了“简化的 N 维超立方体”的画法（简称“n 维超立体”）。例举了简化的四、五、六和七、八、九维超立方体模型。

③ 证明 N 维超立方体和简化的 N 维超立方体是完全等效的。

④ 给出了 N 维超立方体空间含有的各种不同子空间所对应的子形体计数的关系表达式，并对 N 维超立方体的形体组合进行剖析。

⑤ 建立 n 维超立体的 J 层立体空间坐标系的几何表示法，由此可以画出不同维数的超立体。

⑥ 推广简化的 N 维超立方体的应用。

● ***n 维码距互连网络及其在整数、奇素数算法方面的应用***

建立一种 n 维超立体码距互连网络和整数按距离展开的运算的新方法。

本书给出了自然数计数新定义：$\underset{0\to A}{S} = \underset{d(0,A)}{S} = \underset{d[(0)_8,(A)_8]}{S}$，即 0 与 A 两数之间在距离上各单位棱的差值 R_i 之和为 $\underset{d(0,A)}{S} = A$。

① 提出了 N 维超立方体码距互连网络和简化的 N 维超立方体码距互连网络及 J 层立体空间坐标系上的轴线差值表示法。

② n 维码距互连网络图形用途之一：解决算术中的整数加法、减法、乘法和无余数除法的分数表示法，以及各种混合运算在 n 维超立体码距互连网络上新的运算表达式及连接方式。

③ 把整数运算引入距离概念，给出整数之间距离的新定义、新算法，以及两点之间在距离上的整数之差的新表达式。

④ 从码距互连网络导出幂级数数列。

⑤ 把排列关系式引入码距互连网络图形中，提出 n 次加法排列形式及其加法排列种数（计数）的关系式。

⑥ 不同的加法排列，在码距互连网络上形成不同的连接关系：串联、并联、混合连接关系式。

⑦ 该网络结构就是“多项式”结构形式。例如，n 维超立体中各种子形体计数是个多项式、任意两点之间距离是个多项式、整数按距离展开是差值多项式、素数的差值多项式等。

⑧ 给出正整数与零之间、素数之间、偶数之间、素数与偶数之间按两点距离关系展开的差值多项式和网络连接方式。

⑨ 给出偶数、奇数矩阵（包括素数）数组之间的关系式。

⑩ 网络上 3 个奇素数之和的固有特性：3 段距离是以不同“单位棱差值组合”为 3 个奇素数，串联在零与这个奇数 Q 之间；串联路线图的“条数”多少与 3 段距离密切相关。

⑪ 2 个奇素数之和的网络固有特性：2 段距离是以不同“单位棱差值组合”为 2 个奇素数，串联在零与这个偶数 N 之间；串联的路线图的“条数”多少与 2 段距离有关。

⑫ 从 2 个整数之间在距离上的单位棱差值排列推算出每一条整数串联路线图。

● 码距网络的应用举例

① n 维码距网络是一个纠错编码设计模型。

a．设计水平垂直一致监督码举例。

b．用图解法设计（海明码）纠错编码的基本原理。

c．应用 $d(B,A)=m$，有 $m!$ 种串联路线图，用整数排列顺序来判定某字是否出错，根据差值排列推理判断任意一个字错误而得以纠正的基本原理。

② 信息压缩和密码设计这两种新方法的基本原理。

③ 每个离散正整数、每个奇素数，按距离展开的差值多项式中的差值排列关系可实现信息压缩传送，收端可实现信息自动生成。特点是信息传输效率高，而且保密。

④ 每个偶数中的两个奇素数新拆法。

⑤ 利用超立方体棱的子形体计数式，或超立体子形体棱的组合计数多项式设计一个 32 路的计算机互连网络。

⑥ n 维超立体码距互连网络为研究哥德巴赫猜想 $N=P_1+P_2$ 提供了一种新的研究平台。

第 2 章　四～六维超立方体模型的形体组合基本原理

本章将揭示四～六维超立方体和 N 维超立方体几何空间的一些基本性质。

2.1　四维超立方体

1. 超立方体形成的基本概念

低维空间图形的形成：设在平面几何中有 A、B 两点，叫做零维线段；如果把 A 与 B 两点用一条直线连接起来，就形成了“一维空间”，或者说一点沿着水平（某一方向）方向移动一段距离，这一直线段就是一维空间；如果这个“一维”线段端点 A、B 沿着线段的垂直方向移动一段相同的距离，就形成了一个正方形矩形面，称为“二维空间”；如果正方形沿着第三维方向移动一段相同的距离，就构成一个立方体，称为“三维空间”。高于三维立体的称为“超立方体”。

N 维超立方体的形成：高维超立方体的形成与低维空间图形的形成过程相似。一个立方体沿着垂直方向（第四维方向）移动同样的距离，形成了一个“四维超立方体”，以此类推。

低维空间图形向高维空间图形的演变过程：一维单位棱 $\xrightarrow{\text{形成}}$ 二维矩形面 $\xrightarrow{\text{形成}}$ 三维立方体 $\xrightarrow{\text{形成}}$ 四维超立方体 $\xrightarrow{\text{形成}}$ 五维超立方体 $\xrightarrow{\text{形成}}$ 六维超立方体……以致更高维超立方体空间的图形。这种图形指的是 N 维超立方体投影在三维空间平面上显示出的图形。

下面分析投影在三维平面上的这些 N 维超立方体中的形体组合的基本原理，并揭示五维、六维超立方体和 N 维超立方体几何空间的一些基本性质。

2. 不同形状的四维超立方体模型[1]~[9]

一个三维立方体是由 6 个矩形面、12 条棱和 8 个顶点构成的。而四维超立方体是由 8 个立方体（分为 4 对，每 1 对是 2 个相邻平行立方体）、24 个矩形面、32 条棱和 16 个顶点构成的。四维超立方体在三维空间的投影，如图 2-1 所示，分别为鼓形和椭圆形。图 2-2（见参考文献[10]、[13]）给出了四维超立方体[1]（除了图 2-2 以外本书其余的 N 维超立方体和 n 维超立体空间模型都是本书作者自己给出的）。

上述前 3 个四维超立方体的形状是不同的，但是四维超立方体所有的棱长都相等，每