高中二年级

平面解析几何

掌握学习指导

（下）

广东省教育厅教学研究室　编

广东教育出版社

高中二年级平面解析几何

掌握学习指导

（下）

广东省教育厅教学研究室　编

广东教育出版社

目　录

第二章　圆 锥 曲 线

三、椭　　圆

2.7　椭圆及其标准方程

第12课时（第69页本节开始至第71页例1前）

（一）教学目标与习题分类

（Ⅰ）教学目标

A（识记）　1．记住椭圆的定义，能举出椭圆的一些现实原型．

2．记住椭圆的两种类型的标准方程：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\quad(a>b>0)$和$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1\quad(a>b>0)$，能根据给出的$a$，$b$的值写出椭圆的标准方程．**例**　p72练习第2(1)题．

3．能说出椭圆的焦点、焦距的意义．

B（领会）　1．会推导椭圆的标准方程．

2．能掌握a，b，c的关系，会由其中的两个求出第三个．**例**　p72练习第2(2)题．

C（应用）　会用待定系数法求出椭圆的标准方程．**例**　p78

习题六第4(1)题。

（Ⅱ）习题分类

A 练习[p72] 2(1)。

B 练习[p72] 2(2)。

习题六[p77] 1 。

C 练习[p72] 2(3)。

习题六[p77]4(1)、(2)、(3)。

（二）教 学 活 动

1. 试述求曲线方程的一般步骤。

2. 依课本第69页介绍的方法画一个椭圆。并根据画图的过程，写出椭圆上的点应满足的几何条件。

3. 用求曲线的一般步骤推导椭圆的方程，记下主要的步骤。

（1）已知的量是什么？

（2）如何建立直角坐标系？课本图2-12建立的坐标系有何优点？

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

（3）椭圆上任一点M满足的几何条件如何？

（4）如何把点M满足的几何条件代数化——变换成坐标形式。

（5）如何利用方程两边乘方把方程有理化？

（6）如何引进$b^2=a^2-c^2$，把方程整理成标准形式。

想一想　焦点在x轴上的椭圆的标准方程和焦点在y轴上的椭圆的标准方程有何不同？

4. 分析椭圆的标准方程的主要特征。

5. 填空：(1) $a=4, b=1$，焦点在x轴上的椭圆的标准方程是____________；(2) $a=4$，$c=\sqrt{15}$，焦点在y轴上的椭圆的标准方程是____________。

6. 已知椭圆的两个焦点的坐标是$(-2, 0)$和$(2, 0)$，并且经过点$p\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$。求此椭圆的标准方程。

解：椭圆的焦点在____轴上，所以它的标准方程的形式为____________。

由$c=$____可得a和b的一个关系式：

________________________；　　(1)

由椭圆经过点$p\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$可得 a 和 b 的另一个关系式：

________________________。　　(2)

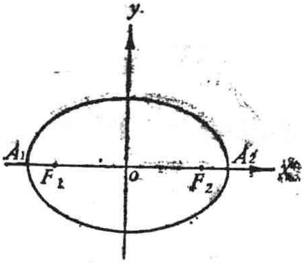
解(1)、(2)可得$a^2=$____，$b^2=$____。

∴所求的椭圆的标准方程为____________。

7. 求焦点坐标是$(-2\sqrt{3}, 0)$和$(2\sqrt{3}, 0)$，并且经过点$p(\sqrt{5}, -\sqrt{6})$的椭圆的标准方程。

解：

8．填空：(1)经过两点$p(-2\sqrt{2},0)$和$Q(0,\sqrt{5})$的椭圆的标准方程是____________________；(2)长轴是短轴的3倍，并且经过点$p(3,0)$的椭圆的标准方程是____________________。



9．如图，椭圆上的点中，A_1与焦点F_1的距离最短，$|A_2F_1|=2$，A_2与F_1的距离最大，$|A_2F_1|=14$．求椭圆的标准方程。

解：因为椭圆的焦点在____轴上，所以它的标准方程的形式为____________________。

根据已知条件，可写出关于a和c的两个式子：

$$\begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. \end{cases}$$

解得　$a=$____，$c=$____。

∴　$b^2=$________________。

∴　所求椭圆的标准方程为____________。

10．小结：求椭圆的标准方程，首先是要确定方程的形式，当焦点在x轴上时，标准方程的形式为____________，当焦点在y轴上时，标准方程的形式为____________，然后

就是想办法求出______的值。

(三)达标训练备选题

1．填空：$\triangle ABC$ 的一边 $|BC|=10$，周长为18，则顶点A的轨迹是______________。(不要求写出数字特征)

2．填空：已知椭圆的两个焦点为$F_1(0,-4)$、$F_2(0,4)$，椭圆上有一点P，且$|PF_1|=6$，$|PF_2|=8$，则此椭圆的标准方程为__________。

3．选择答案：如果方程$\dfrac{x^2}{2-k}+\dfrac{y^2}{k-1}=1$的曲线是焦点在$y$轴上的椭圆，则实数$k$的取值范围是(　)。

a．$1<k<2$　　　b．$1<k<\dfrac{3}{2}$

c．$\dfrac{3}{2}<k<2$　　　d．$k<1$ 或$k>2$

4．下列方程中，表示焦点在x轴上的椭圆方程是(　)。

a．$5x^2+3y^2=1$　　　b．$5x^2+6y^2=1$

c．$8x^2+y^2=4$　　　d．$9x^2+4y^2=9$

5．写出适合下列条件的椭圆的标准方程：

(1) $a=8$，$b=5$，焦点在y轴上；

(2) $a=6$，$c=\sqrt{10}$，焦点在x轴上；

(3) 两个焦点的坐标分别是$F_1(-\sqrt{5},0)$和$F_2(\sqrt{5},0)$，且经过点$P\left(-2\sqrt{2},\dfrac{2}{3}\right)$。

第13课时（第71至72页例1，例2）

（一）教学目标与习题分类

（Ⅰ）教学目标

B（领会） 能根据椭圆的定义，用直尺和圆规画出椭圆。例 p72例2。

C（应用） 1．能根据椭圆的定义和给定的条件，求动点的轨迹方程． 例 p72练习第3题．

2．能运用有关知识，解决直线与椭圆、椭圆与椭圆的交点问题． 例 p78习题六第13题。

（Ⅱ）习题分类

B 练习[p72]1．

C 练习[p72]3．

习题六[p77]13；14。

（二）教学活动

1．填空：

（1）焦点在x轴上的椭圆的标准方程为＿＿＿＿＿＿＿＿；焦点在y轴上的椭圆的标准方程为＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

（2）若椭圆的两个焦点为$F_1(0,-1)$，$F_2(0,1)$，椭圆上有一点M，且$|MF_1|=2$，$|MF_2|=8$，则此椭圆的标准方程为＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

2．学习例1后小结解题步骤。

3. 已知$\triangle ABC$的一边长为 6，周长为16. 求顶点 A 的轨迹方程。

思考：(1)顶点A的轨迹是什么图形？要不要剔除一些不符合条件的点？(2)如何建立坐标系才能使轨迹方程比较简单？

解：

4. 按课本第72页例2的画法，用直尺和圆规画出椭圆，并说明画法的根据。

解：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.

5．求直线$3x+10y-25=0$和椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$的交点坐标．

解：

6．求直线$3x-y+2=0$与椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$的交点坐标．

解：

7．求证：两椭圆$b^2x^2+a^2y^2-a^2b^2=0$，$a^2x^2+b^2y^2-a^2b^2=0$的交点在以原点为中心的圆周上，并求这个圆的方程．

思考一：证交点在以原点为中心的圆周上即证所有交点与圆心（原点）的距离______，而这个距离即为所求圆的方程中的______．

思考二：证交点在以原点为中心的圆周上即证交点坐标满足的圆的方程的形式为__________．

证明：

（三）选标训练备选题

1．选择答案：若直线$y=kx-1$与椭圆$x^2+\frac{y^2}{a}=1$不

相交，则k和a的取值范围是(　　)。

a. $a\in(0,\ 1]$, $k\in[-1,\ 1]$

b. $a\in(0,\ 1)$, $k\in(-\sqrt{1-a},\ \sqrt{1-a})$

c. $a\in(0,\ 1)$, $k\in(-\sqrt{2-a},\sqrt{2-a})$

d. $a\in(0,1)$, $k\in\left(-\sqrt{1-\frac{a}{2}},\ \sqrt{1-\frac{a}{2}}\right)$

2. 选择答案：椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$和圆$(x-a)^2+y^2=9$有交点，则$a$的取值范围是(　　)。

a. R　b. $a=0$　c. $[-6,\ 6]$　d. $\left[-\frac{5}{3},\ \frac{5}{3}\right]$

3. 椭圆$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$的弦(连结椭圆上两点的线段)被点$P(4,\ 2)$所平分，则此弦所在直线的方程为(　　)。

a. $x-2y=0$　　b. $x+2y-4=0$

c. $2x+3y-14=0$　　d. $x+2y-8=0$

4. 已知$\triangle ABC$的一边BC的长为24，周长为50。求顶点A的轨迹方程。

5. 求与椭圆$\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{8}=1$有相同焦点，并且经过点$P(-2,\ \sqrt{3})$的椭圆的方程。

6. 选择答案：直线$y=x+1$被椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$所截得的线段中点的坐标是(　　)。

a. $\left(\frac{2}{3},\ -\frac{1}{3}\right)$　b. $\left(\frac{1}{3},\ -\frac{2}{3}\right)$

c. $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ d. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

2.8 椭圆的几何性质

第14课时（本节开始至例2前）

（一）教学目标与习题分类

（Ⅰ）教学目标

A（识记） 1．能由椭圆的标准方程说出椭圆的几何性质，包括范围、对称性、中心、顶点、长轴和短轴、离心率；能说出离心率的几何意义．

2．能根据椭圆的标准方程，用描点法画出它的图形．

例 求椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$的长轴和短轴的长、离心率、焦点坐标、顶点坐标，并用描点法画出图形．

B（领会） 1．弄清椭圆的几何性质与有关的数量关系的对应，能说出研究的方法．

2．能将形为$Ax^2+By^2=C$的椭圆方程化为标准方程，以讨论椭圆的几何性质，画出图形．**例** p74例1．

C（应用） 1．已知离心率e和其他一些条件，求椭圆的标准方程．**例** p77练习第3题．

2．会求一些与椭圆有关的点的轨迹方程．**例** p79习题六第11题．

（Ⅱ）习题分类

A　练习[p77]1，2(不求准线方程)

B　习题六[p77]3；5。

C　练习[p77]3。

习题六[p77]4(4)；9；11。

复习参考题二[p109]11。

(二)教 学 活 动

1．填空：焦点在x轴上的椭圆的标准方程是____________________；其中a，b与半焦距c之间的关系为__________。

2．填空：不等式$x^2 \leqslant 4$的解集为__________。

3．学习椭圆的几何性质，着重在领会讨论的方法的基础上记住有关结论。

(1)讨论的项目包括：____。

(2) 讨论的方法的要点为：

①求范围即求椭圆上的点的横坐标x和纵坐标y的____________________；

②判断曲线的对称性的方法是____________；

③椭圆有____个顶点，求顶点坐标可分别令________，

代入椭圆方程后用解方程的办法求得；

④椭圆的离心率$e=$ ________________，它是用来表示椭圆的扁平程度的一个数。

4．填空：椭圆$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点坐标是________________；顶点坐标是________________。

5．学习例1后小结解题步骤。

6．已知椭圆的面积公式是$S=\pi ab$，其中a，b分别是椭圆长半轴和短半轴的长．利用这个公式，求下列椭圆的面积：

(1)$9x^2+y^2=8$.

解：把已知方程化为标准方程________________。

$\therefore a=$ ________，$b=$ ________。

$\therefore S=\pi ab=$ ________________。

(2)$9x^2+25y^2=100$。

7．求椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$上一点$M_1(2.4, 4)$与焦点的距离。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com